



Instituto Politécnico Nacional

Centro de Investigación en Computación

Secretaría de Investigación y Posgrado

Desarrollo de un modelo dinámico integral
de un vehículo todo terreno con
6 subsistemas, su validación y estudio
de maniobrabilidad y confort

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA DE CÓMPUTO
CON OPCIÓN EN SISTEMAS DIGITALES

P R E S E N T A

ING. Carlos Alberto Duchanoy Martínez

DIRECTORES DE TESIS:

Dr. Marco Antonio Moreno Armendáriz

Dr. Herón Molina Lozano .



MÉXICO, D.F.

2012



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 17:00 horas del día 4 del mes de junio de 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del:

Centro de Investigación en Computación

para examinar la tesis titulada:

“Desarrollo de un modelo dinámico integral de un vehículo todo terreno con 6 subsistemas, su validación y estudio de maniobrabilidad y confort”

Presentada por el alumno:

DUCHANOY
Apellido paterno

MARTÍNEZ
Apellido materno

CARLOS ALBERTO
Nombre(s)

Con registro:

A	1	0	0	2	8	1
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA DE CÓMPUTO CON OPCIÓN EN SISTEMAS DIGITALES**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de Tesis

Dr. Marco Antonio Moreno Armendáriz

Dr. Herón Molina Lozano

Dr. Luis Pastor Sánchez Fernández

Dr. Víctor Hugo Ponce Ponce

Dra. Elsa Rubio Espino

Dr. Carlos Fernando Aguilar Ibáñez

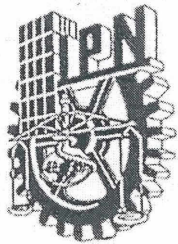


PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INVESTIGACION
EN COMPUTACION

Dr. Luis Alfonso Villa Vargas

DIRECCION



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México D.F. el día 12 del mes Junio del año 2012, el (la) que suscribe Carlos Alberto Duchanoy Martínez alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Cómputo con opción en Sistemas Digitales con número de registro A100281, adscrito a Centro de Investigación en Computación, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Marco Antonio Moreno Armendáriz y Dr. Herón Molina Lozano y cede los derechos del trabajo intitulado Desarrollo de un modelo dinámico integral de un vehículo todo terreno con 6 subsistemas, su validación y estudio de maniobrabilidad y confort, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección duch97@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Carlos Alberto Duchanoy Martínez

Nombre y firma

RESUMEN

En este trabajo se desarrolla un modelo matemático de un vehículo todo terreno de competencia tipo SAE Baja. Este modelo considera el sistema de propulsión, sistema de frenos, sistema de dirección, el sistema de suspensión, el modelado de las llantas, la dinámica del cuerpo del vehículo y el modelado del terreno. El modelo propuesto considera la geometría de los sistemas así como las no linealidades presentes. También se incluyen las relaciones existentes entre los diferentes sistemas.

En este trabajo también se explica la metodología a seguir para trasladar el modelo matemático a algún programa de cómputo para realizar su simulación. Posteriormente se realiza un análisis dinámico por medio de simulación del comportamiento del modelo en diferentes condiciones. Se consideran la mayor cantidad posible de parámetros y condiciones de operación para poder generar una simulación capaz de arrojar valores muy cercanos a la realidad.

Finalmente se realiza el análisis dinámico del vehículo para corroborar el funcionamiento del vehículo y explicar cómo presenta los resultados el modelo. Así como un comparativo entre los modelos existentes en la literatura y el desarrollado en este trabajo.

ABSTRACT

This paper develops a mathematical model of an Baja SAE competition of road vehicle. This model considers the power train, brake system, steering system, suspension system, the modeling of tires, the vehicle body dynamics and the terrain model. This model describes the geometry of the systems as well as non-linearities presented in the vehicle. It also included the interactions between the different systems.

This paper also explains the methodology for transferring the mathematical model to a computer program for simulation. Subsequently, a dynamic analysis of model behavior under different conditions is made. We tried to consider the maximum number of parameters and operating conditions to generate a simulation that can give values very close to reality.

Finally, an analysis is performed to verify vehicle dynamic, vehicle operation and explain how the model presents the results. Also a comparison between the models in the literature and developed in this work is made.

AGRADECIMIENTOS

A mi familia, por su constante apoyo y comprensión durante toda mi vida, por creer en el camino de vida que escogido.

A mis amigos, por su tiempo, apoyo y por siempre ayudarme en el momento que los llegué a necesitar.

A mis asesores, por su tiempo, consejos y conocimientos.

A la asociación SAE IPN UPIITA, ya que gracias a los conocimientos adquiridos en ella este trabajo fue posible.

Al M. en C. Miguel Ángel Rodríguez Fuentes, por su apoyo, tiempo y amistad.

Al Dr. Marco Antonio Moreno Armendáriz, por su excepcional dedicación a este trabajo, su apoyo incondicional, su confianza y su amistad.

Al CONACYT, por su apoyo económico que me permitió continuar con mis estudios.

A mi alma mater el Instituto Politécnico Nacional, por todo lo que me ha dado a lo largo de estos años.

ÍNDICE GENERAL

I INTRODUCCIÓN	21
1 INTRODUCCIÓN	23
1.1 Glosario	23
1.2 Definiciones	24
1.2.1 Confort	24
1.2.2 Maniobrabilidad	24
1.2.3 Validación del modelo	25
1.3 Antecedentes	25
1.4 Justificación	26
1.5 Planteamiento del problema	27
1.6 Hipótesis	28
1.7 Objetivos	28
1.7.1 Objetivo General	28
1.7.2 Objetivos particulares	28
1.8 Alcances del trabajo	29
1.9 Contribuciones	29
1.10 Método de Investigación y desarrollo utilizado	29
1.11 Organización del trabajo	29
II ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO	31
2 ESTADO DEL ARTE	33
2.1 Modelado matemático de la suspensión	33
2.1.1 Modelos de suspensión lineales	34
2.1.2 Modelos especiales de suspensión	38
2.1.3 Trabajos actuales	39
2.2 Modelado matemático del sistema de frenado	40
2.2.1 Modelos lineales del sistema de frenado	40
2.3 Modelos del sistema de dirección	43
2.4 Modelos del sistema de propulsión	44
2.5 Modelo de Carro completo	45
3 MARCO TEÓRICO	47
3.1 Modelado de sistemas mecánicos	47
3.1.1 Definiciones	47
3.1.2 Leyes de Newton.	48
3.1.3 Modelado matemático	49
3.2 Modelado de sistemas automotrices	52
3.2.1 Comportamiento de las llantas	52
3.2.2 Modelado de una suspensión	52
3.2.3 Dirección Ackermann	53
III DESARROLLO	55
4 MODELO MATEMÁTICO	57

4.1	Modelado de las llantas	58	
4.1.1	Cálculo del área de contacto de la llanta	58	
4.1.2	Cálculo del volumen de la llanta	59	
4.1.3	Cálculo del volumen perdido de la llanta	63	
4.1.4	Cálculo de la fuerza ejercida por la llanta	64	
4.2	Cálculo de la suspensión delantera	64	
4.2.1	Cálculo de los ángulos de la suspensión delantera	65	
4.2.2	Análisis de fuerzas	67	
4.3	Cálculo de la suspensión trasera	70	
4.3.1	Cálculo de los ángulos de la suspensión trasera	71	
4.3.2	Análisis de fuerzas	72	
4.4	Modelado de sistema de frenado	75	
4.4.1	Cálculo de la fuerza del pedal	76	
4.4.2	Cálculo de la fuerza hidráulica	77	
4.4.3	Cálculo de la fuerza del disco de frenos	77	
4.5	Sistema de propulsión	79	
4.5.1	Modelado del Motor	79	
4.5.2	Modelado de la Transmisión variable continua y la Transmisión fija	81	
4.6	Modelado de la Dirección	83	
4.6.1	Modelo de la cremallera	83	
4.6.2	Modelado de la geometría de la dirección	84	
4.6.3	Cálculo de la aceleración que se produce al tomar una curva	87	
4.7	Modelado del chasis.	88	
4.7.1	Cálculo de los momentos producidos por la suspensión.	90	
4.7.2	Cálculo de los momentos producidos por el acelerador y el freno	96	
4.7.3	Cálculo de los momentos producidos por la dirección	97	
4.7.4	Peso del vehículo	98	
4.7.5	Compensador de altura del chasis para cada una de las llantas	99	
4.8	Modelado del terreno	101	
4.9	Lista de literales	102	
5	SIMULACIÓN	109	
5.1	Simulación de las llantas	109	
5.2	Simulación de la suspensión delantera	111	
5.3	Simulación de la suspensión trasera	113	
5.4	Simulación del sistema de frenos	116	
5.5	Simulación del sistema de propulsión	117	
5.6	Simulación del sistema de dirección	118	
5.7	Simulación del compensador de altura del chasis	120	
5.8	Simulación del chasis	122	
5.9	Simulación del terreno	125	
5.10	Simulador	127	
6	FLEXIBILIDAD DEL MODELO	129	
6.1	Flexibilidad del modelo de las llantas	129	
6.1.1	Tipo de llanta	129	
6.1.2	Presión de inflado	130	
6.2	Flexibilidad del modelo de la suspensión	130	

6.2.1	Ajuste de la geometría de la suspensión delantera	130
6.2.2	Ajuste del peso de la masa no suspendida trasera	131
6.2.3	Ajuste de los amortiguadores	131
6.3	Flexibilidad del modelo del sistema de frenado	132
6.3.1	Ajustes físicos del sistema del sistema hidráulico	132
6.3.2	Ajustes físicos al sistema mecánico	132
6.4	Flexibilidad del sistema de propulsión	133
6.5	Masa del vehículo	133
6.6	Ajustes en el modelo del terreno	133
IV	EXPERIMENTOS Y RESULTADOS	135
7	SIMULACIÓN A LAZO ABIERTO	137
7.1	Análisis del Automóvil en reposo	137
7.2	Experimento de Aceleración y frenado	143
7.3	Análisis al momento de tomar una curva	149
7.4	Experimento topes cruzados	154
7.5	Análisis de la relación existente entre confort y maniobrabilidad	163
7.5.1	Análisis del confort	163
7.5.2	Análisis de maniobrabilidad	166
7.5.3	Compromiso entre confort y maniobrabilidad	178
7.6	Análisis de la relación entre la constante de rigidez y la constante de amortiguamiento	179
V	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	181
8	CONCLUSIONES	183
9	TRABAJO FUTURO	185
VI	APÉNDICES	187
	BIBLIOGRAFÍA	193

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Daimler-Maybach (1887) carruaje motorizado[7]	25	
Figura 1.2	Horch 1908 con potencia de 22 hp y velocidad máxima de 72 km/h [7]		26
Figura 2.1	Diagrama de suspensión de cuarto de Carro [4]	34	
Figura 2.2	Diagrama de suspensión de medio carro [4]	35	
Figura 2.3	Diagrama de suspensión de carro completo[14]	37	
Figura 2.4	Geometría de un cuarto de suspensión[17]	39	
Figura 2.5	Modelo de un cuarto de carro del sistema de frenado [36]		41
Figura 2.6	Modelo de medio carro del sistema de frenado [42]	42	
Figura 2.7	Modelo del sistema de propulsión	44	
Figura 3.1	Radio de giro	53	
Figura 3.2	Geometría de Ackermann	54	
Figura 4.1	Diagrama a bloques del modelo matemático	57	
Figura 4.2	Vehículo SAE Baja	58	
Figura 4.3	Corte de la llanta	59	
Figura 4.4	Toroide que conforma la llanta	60	
Figura 4.5	Área transversal de la llanta	60	
Figura 4.6	Área del sector	61	
Figura 4.7	Corte del sector lateral	61	
Figura 4.8	Volumen perdido de la llanta debido a la compresión		63
Figura 4.9	Diagrama de la suspensión delantera	65	
Figura 4.10	Geometría de la suspensión delantera	66	
Figura 4.11	Diagrama de cuerpo libre de la masa no suspendida delantera		67
Figura 4.12	Diagrama de fuerzas en el brazo inferior delantero	69	
Figura 4.13	Diagrama de la suspensión trasera	70	
Figura 4.14	Geometría de la suspensión trasera	71	
Figura 4.15	Diagrama de torsión de la llanta	72	
Figura 4.16	Diagrama de rotación de los ejes	73	
Figura 4.17	Diagrama de cuerpo libre masa no suspendida de la suspensión trasera		74
Figura 4.18	Esquema de frenado y aceleración	75	
Figura 4.19	Esquema de sistema de frenado	76	
Figura 4.20	Diagrama de fuerzas del pedal	76	
Figura 4.21	Esquemático del disco de frenos	77	
Figura 4.22	Diagrama de frenado de la llanta	78	
Figura 4.23	Motor Briggs & Stratton Model 205432	79	
Figura 4.24	Curvas de comportamiento del motor [8]		80
Figura 4.25	Dibujo CAD de la CVT	81	
Figura 4.26	Dibujo CAD de la relación fija	82	
Figura 4.27	Dibujo CAD del sistema de volante-cremallera		83
Figura 4.28	Dibujo CAD de la cremallera	83	
Figura 4.29	Mediciones de ángulos de la dirección en Solidworks		84

Figura 4.30	Distancias en la cremallera	85
Figura 4.31	Diagrama del radio de giro	86
Figura 4.32	Distancia entre llantas	86
Figura 4.33	Geometría de la dirección	87
Figura 4.34	Diagrama de la fuerza centrípeta	88
Figura 4.35	Diagrama de movimientos del chasis	89
Figura 4.36	Diagrama de fuerzas de la suspensión delantera	90
Figura 4.37	Diagrama de fuerzas de la suspensión trasera	91
Figura 4.38	Diagrama de fuerzas de la suspensión que influyen en el Pitch	93
Figura 4.39	Diagrama de fuerzas en Z de la suspensión que influyen en el Roll	94
Figura 4.40	Diagrama de fuerzas en Y de la suspensión que influyen en el roll	95
Figura 4.41	Fuerzas de aceleración y desaceleración que influyen en el Pitch	96
Figura 4.42	Diagrama de fuerzas de la dirección que afectan el Roll	97
Figura 4.43	Diagrama de fuerzas de la dirección que afectan el Pitch	98
Figura 4.44	Diagrama de componentes del peso del vehículo	98
Figura 4.45	Diagrama de compensación del Pitch	99
Figura 4.46	Diagrama de compensación del Roll	100
Figura 4.47	Ejemplo de señal de terreno	101
Figura 5.1	Diagrama de bloques de una llanta	109
Figura 5.2	Diagrama a bloques de la suspensión delantera	111
Figura 5.3	Diagrama de bloques de la suspensión trasera	114
Figura 5.4	Diagrama de bloques del sistema de frenos	116
Figura 5.5	Diagrama de bloques del sistema de propulsión	117
Figura 5.6	Diagrama de bloques del sistema de dirección	119
Figura 5.7	Bloque del compensador de altura del chasis	121
Figura 5.8	Bloque del modelo del chasis	123
Figura 5.9	Bloque del simulador del terreno	126
Figura 5.10	Simulador del vehículo tipo baja SAE	127
Figura 7.1	Ángulos del chasis	137
Figura 7.2	Altura del chasis en reposo	138
Figura 7.3	Pitch del vehículo en reposo	139
Figura 7.4	Aceleración angular del Pitch hasta llegar al reposo.	139
Figura 7.5	(a)Ángulo de Roll y su (b) aceleración angular en reposo.	140
Figura 7.6	Alturas de los puntos de sujeción de los amortiguadores en reposo.	140
Figura 7.7	Alturas de las llantas en reposo	141
Figura 7.8	Área de contacto de la llanta trasera derecha	142
Figura 7.9	Área de contacto de la llanta delantera derecha	142
Figura 7.10	Pista recta sin relieve para la prueba de aceleración y frenado	144
Figura 7.11	Comportamiento de la velocidad del vehículo bajo los efectos de aceleración y frenado	144
Figura 7.12	Comportamiento de la distancia en el caso de aceleración y frenado	145
Figura 7.13	Comportamiento de la altura del chasis en el caso de aceleración y frenado	145
Figura 7.14	Comportamiento del Pitch para el experimento de aceleración y frenado	146

Figura 7.15	Comportamiento de la aceleración del Pitch para el experimento de aceleración y frenado	146
Figura 7.16	Comportamiento del Roll para el experimento de aceleración y frenado	147
Figura 7.17	Comportamiento de la altura del chasis para cada amortiguador en el caso de aceleración y frenado	147
Figura 7.18	Comportamiento de las alturas de las llantas en el caso de aceleración y frenado	148
Figura 7.19	Comportamiento del área de contacto de las llantas en el caso de aceleración y frenado	148
Figura 7.20	Pista con curva	149
Figura 7.21	Comportamiento de la velocidad en el experimento	150
Figura 7.22	Comportamiento de la altura del chasis al tomar una curva	150
Figura 7.23	Comportamiento ángulo Pitch al tomar una curva	151
Figura 7.24	Comportamiento del ángulo Roll al tomar una curva	151
Figura 7.25	Aceleración angular al tomar una curva	152
Figura 7.26	Aceleración angular al tomar una curva	152
Figura 7.27	Aceleración angular al tomar una curva	153
Figura 7.28	Área de contacto de las llantas delanteras	153
Figura 7.29	Área de contacto de las llantas traseras	154
Figura 7.30	Pista de topes cruzados en 3D	154
Figura 7.31	Pista derecha con detalle de topes cruzados	155
Figura 7.32	Pista de topes cruzados	155
Figura 7.33	Pista de topes cruzados 25[m]	156
Figura 7.34	Comportamiento de la velocidad en el caso de topes cruzados	156
Figura 7.35	Comportamiento de la distancia en el caso de topes cruzados	157
Figura 7.36	Comportamiento de la altura del chasis en el caso de topes cruzados	157
Figura 7.37	Comportamiento del Pitch en el caso de topes cruzados	158
Figura 7.38	Comportamiento de la aceleración del Pitch en el caso de topes cruzados	158
Figura 7.39	Comportamiento del Roll en el caso de topes cruzados	159
Figura 7.40	Comportamiento de la aceleración del Roll en el caso de topes cruzados	159
Figura 7.41	Comportamiento de las alturas en la sujecion de los amortiguadores en el caso de topes cruzados	160
Figura 7.42	Comportamiento de la altura de las llantas en el caso de topes cruzados	161
Figura 7.43	Comportamiento del área de contacto en el caso de topes cruzados	162
Figura 7.44	Comportamiento del área de contacto en el caso de topes cruzados	162
Figura 7.45	Altura del vehículo para valores bajos de constantes de amortiguación	164
Figura 7.46	Altura del vehículo para valores altos de constantes de amortiguación	165
Figura 7.47	Área de contacto de la llanta delantera con el tope del mismo lado para valores bajos de B	167
Figura 7.48	Área de contacto de la llanta delantera con el tope del mismo lado para valores altos de B	168

Figura 7.49	Área de contacto de la llanta trasera con el tope del mismo lado para valores bajos de B	170
Figura 7.50	Área de contacto de la llanta trasera con el tope del mismo lado para valores altos de B	171
Figura 7.51	Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B	173
Figura 7.52	Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B	174
Figura 7.53	Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B	176
Figura 7.54	Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B	177
Figura 9.1	Ángulo de la dirección medido en SolidWorks	189
Figura 9.2	Ángulo de la dirección medido en SolidWorks	190
Figura 9.3	Distancia medida en la cremallera	190

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Modelos de suspensiones	40	
Tabla 2.2	Literales del modelo de medio carro del sistema de frenos		42
Tabla 2.3	Modelos del sistema de frenos	43	
Tabla 4.1	Coefficientes del polinomio para la curva de par		80
Tabla 4.2	Parámetros del acelerador	80	
Tabla 4.3	Componentes de la suspensión forntal delantera en el eje Z		91
Tabla 4.4	Componentes de la suspensión frontal delantera en el eje Y		91
Tabla 4.5	Componentes de la suspensión trasera delantera en el eje Z		92
Tabla 4.6	Componentes de la suspensión trasera delantera en el eje Y		92
Tabla 5.1	Constantes del bloque de la llanta	110	
Tabla 5.2	Entradas y salidas de las llantas	110	
Tabla 5.3	Constantes del bloque de la suspensión delantera		112
Tabla 5.4	Entradas y salidas de la suspensión delantera		113
Tabla 5.5	Constantes del bloque de la suspensión trasera		114
Tabla 5.6	Entradas y salidas de la suspensión delantera		115
Tabla 5.7	Constantes del bloque del sistema de frenos		116
Tabla 5.8	Entradas y salidas del sistema de frenos		117
Tabla 5.9	Constantes del bloque del sistema de propulsión		118
Tabla 5.10	Constantes del bloque del sistema de dirección		119
Tabla 5.11	Constantes del bloque del compensador de altura del chasis		121
Tabla 5.12	Entradas del chasis	124	
Tabla 5.13	Constantes del bloque del modelo del chasis	124	
Tabla 5.14	Constante del bloque simulador del terreno	126	
Tabla 5.15	Entradas de control A	128	
Tabla 5.16	Entradas de control B	128	
Tabla 6.1	Constantes de las dimensiones de la llanta	129	
Tabla 6.2	Constantes de las dimensiones de la llanta	130	
Tabla 6.3	Constantes de las dimensiones de la llanta	130	
Tabla 6.4	Constantes de la geometría de la suspensión delantera		130
Tabla 6.5	Constantes de masa de la suspensión delantera		131
Tabla 6.6	Constantes de la geometría de la suspensión trasera		131
Tabla 6.7	Constantes de la geometría de la suspensión trasera		131
Tabla 6.8	Constantes hidráulicas del sistema de frenos	132	
Tabla 6.9	Constantes mecánicas del sistema de frenos	132	
Tabla 6.11	Ajuste del bloque que representa al terreno terreno		133
Tabla 6.10	Constantes de masa del chasis	133	
Tabla 6.12	Ajuste de la fricción del Terreno	133	
Tabla 7.1	Condiciones del vehículo en reposo	143	
Tabla 7.2	Medidas de altura del chasis para múltiples valores de amortiguamiento		166
Tabla 7.3	Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta delantera del mismo lado del tope para distintas B		169

Tabla 7.4	Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta trasera del mismo lado del tope para distintas B	172
Tabla 7.5	Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta delantera del lado contrario del tope para distintas B	175
Tabla 7.6	Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta delantera del lado contrario del tope para distintas B	178
Tabla 7.7	Mediciones de altura del vehículo con amortiguador de diferente rigidez I	179
Tabla 7.8	Mediciones de altura del vehículo con amortiguador de diferente rigidez II	180
Tabla 8.1	Modelos encontrados en la literatura	183
Tabla 8.2	Comparación entre modelos	184
Tabla 9.1	Medidas del ángulo de la dirección menores a 90°	191
Tabla 9.2	Medidas del ángulo de la dirección mayores a 90°	192

Parte I

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

En este capítulo se discute una breve revisión a los antecedentes y las necesidades actuales de la industria automotriz que motivaron este trabajo. Posteriormente se plantean los objetivos del trabajo. También en este apartado del documento se presentan las definiciones necesarias para el correcto entendimiento del lector.

Al final del capítulo se describe la organización de la tesis y el contenido de los siguientes capítulos.

1.1 GLOSARIO

- *Acelerador*: Es un sistema automotriz conformado por un pedal y un elemento de resorte, éste se encarga de regular las revoluciones a las que gira el motor.
- *Área de contacto de las llantas*: esta se define como el área de la llanta que mantiene contacto firme con el suelo.
- *Bloqueo de las llantas*: Se denomina bloqueo de las llantas cuando las llantas dejan de girar normalmente y simplemente se deslizan a través del terreno.
- *Caliper*: es el elemento que alberga las pastillas de freno y los pistones de un sistema de frenos de disco, y está colocado en posición fija con respecto al automóvil (es decir, no rota) que basa su funcionamiento en apretar el disco de freno (que gira a la misma velocidad que la rueda) hasta detenerlo.
- *Catarinas*: estas son ruedas dentadas que se acoplan entre sí por medio de cadenas para transmitir potencia.
- *Chasis*: También conocido como marco del automóvil es la estructura en la cual se unen todos los elementos del automóvil.
- *Cremallera-piñon*: Este es un mecanismo que tiene como objetivo transformar un movimiento rotatorio en un movimiento lineal, este adquiere su nombre debido a los componentes que lo conforman.
- *CVT*: Es un caso particular de transmisión, esta es una transmisión variable continua, tiene la propiedad de modificar la relación con la que se incrementa la potencia de acuerdo a las revoluciones del motor.
- *Disco de freno*: Es un elemento rígido que gira junto con la rueda se encuentra unido al rin de la llanta gracias al hub. Se utiliza para frenar gracias a la fricción con las pastillas del Caliper.
- *Doble horquilla*: Se le denomina sistema de doble horquilla al sistema de suspensión que une la masa no suspendida de una llanta por medio de dos horquillas.

- *Horquilla*: Las horquillas también conocidas como brazos de la suspensión son eslabones rígidos que mantienen unidas la masa suspendida con las masas no suspendidas. Estas delimitan el movimiento y geometría de la suspensión.
- *Hub*: También conocida como unidad de eje de la rueda es el elemento con el cual se realiza la sujeción de las llantas y permite el giro de las mismas. Este sujeta el rin y el disco de frenos .
- *Masa no suspendida*: La masa no suspendida es aquella que se encuentra conformada por la masa todos aquellos elementos que se encuentran en directo contacto con el suelo. Algunos de los elementos que conforman esta masa son llantas, rines, calipers, hubs, etc.
- *Masa suspendida*: Se le denomina masa suspendida a la masa de todo elemento que se encuentra separado de las perturbaciones del suelo gracias a la suspensión. Algunos de los elementos que conforman esta masa son Chasis, motor, volante, pedales, piloto, transmisión, etc.
- *Pitch* : es una inclinación del vehículo a lo largo del eje Y esta inclinación se presenta debido a una diferencia entre la altura de la parte frontal del vehículo y la altura de la parte trasera del vehículo.
- *Rolles* una inclinación del vehículo a lo largo del eje X esta inclinación se presenta debido a una diferencia entre la altura de la parte derecha del vehículo y la altura de la parte Izquierda del vehículo.
- *Transmisión*: es un mecanismo encargado de transmitir potencia entre dos o más elementos esta cambia la velocidad de rotación con el objetivo de incrementar el torque que ejerce.
- *Torreta*:es un eslabón rígido que une el volante con el piñón.

1.2 DEFINICIONES

1.2.1 *Confort*

Se deberá entender por *confort* la indiferencia frente al ambiente, es decir, que ante diversos cambios en el terreno, el conductor no los sienta con la misma intensidad. En este proyecto se debe entender por *mejora de confort* reducir el balanceo en las curvas.

- Una reducción en el cabeceo (aceleración angular del Roll).
- Tanto en el frenado como en la aceleración (aceleración angular del Pitch).
- Finalmente una reducción en las vibraciones transmitidas del terreno al vehículo (en la altura o movimiento en Z).

1.2.2 *Maniobrabilidad*

Se deberá entender por maniobrabilidad la facilidad que presenta un vehículo para ser conducido. En materia de este proyecto se debe entender por mejora de Maniobrabilidad mantener el contacto suficiente de las llantas contra el terreno y reducir en medida de lo posible los momentos en donde las llantas no se encuentran en contacto con el suelo.

1.2.3 Validación del modelo

Validar un modelo es asignar un nivel de certeza a los resultados del modelo, es decir, asegurarse de que contiene todos los parámetros, variables y relaciones necesarios para que entregue las respuestas adecuadas. La validación de un modelo se puede dividir en dos etapas, según el trabajo de Barlas [1]; la primera etapa es la validación estructural, esta consiste en realizar pruebas al modelo por medio de simulación para analizar de manera lógica el comportamiento del mismo en diferentes condiciones, la segunda etapa consiste en analizar el comportamiento del modelo comparándolo con las mediciones del sistema real. Para propósito de este trabajo se entenderá por validación solo la parte de validación estructural.

1.3 ANTECEDENTES

Los primitivos automóviles de finales del siglo XIX eran básicamente carruajes de caballos con motor. Las velocidades que alcanzaban eran extremadamente reducidas y los sistemas que necesitaban eran muy simples. No fue hasta el año 1885 que se desarrolló el primer motor de gasolina portátil y liviano. Este gran logro desarrollado por Maybach cambió las perspectivas de los vehículos a motor. La potencia que este motor generaba era por mucho superior a sus predecesores. Esta era de 0.5 hp.

En marzo de 1887 se implementó en un vehículo denominado carruaje motorizado, una variación del motor de Maybach capaz de desarrollar 1.5 hp. Con éste motor, el vehículo podía alcanzar 16km por hora, se ilustra en la Figura 1.1. Este vehículo de cuatro ruedas contaba con un nuevo sistema de dirección que era necesario para tener el control del mismo. Según fueron incrementándose las prestaciones que los nuevos vehículos a motor podían brindar se fue creando una mayor exigencia de dotarlos de confort y Seguridad.

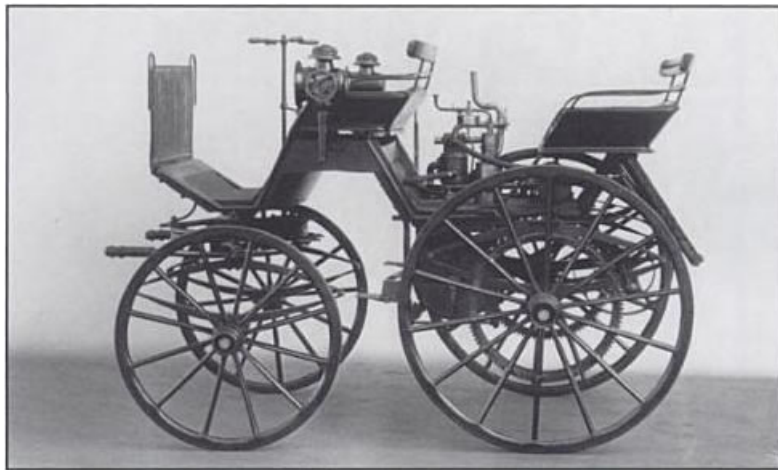


Figura 1.1: Daimler-Maybach (1887) carruaje motorizado[7]

Durante los años de 1905 a 1914 los vehículos a motor se desarrollaron rápidamente. Los motores tenían una potencia entre los 11 hp y los 22 hp y eran capaces de alcanzar una velocidad tope de 38 km/h a 80 km/h. Un ejemplo de los vehículos de esta época es el Horch, que se muestra en la Figura 1.2. Debido a las nuevas necesidades que presentaban estos vehículos, se desarrollaron las

trasmisiones de engranes, los sistemas de encendido electrónico, las suspensión independiente en las cuatro llantas y se presentaron los primeros controles para limitar las revoluciones del motor.

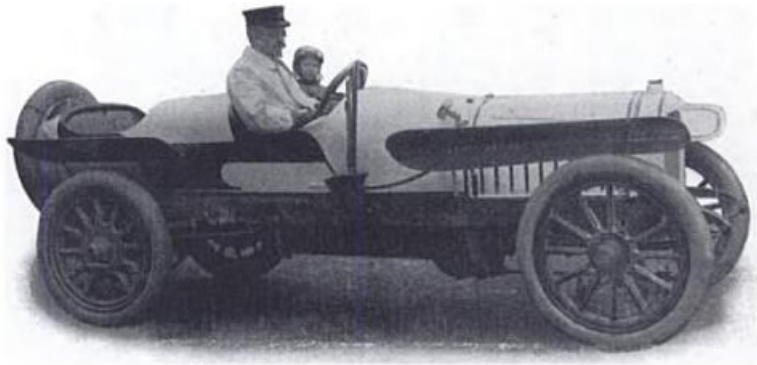


Figura 1.2: Horch 1908 con potencia de 22 hp y velocidad máxima de 72 km/h [7]

Conforme los años trascurrieron, los motores fueron aumentando su potencia y en la década de los años 20's la velocidad máxima que los vehículos podían alcanzar era de 100 km/h. Posteriormente, para la década de los 50's los vehículos comerciales más veloces alcanzaban velocidades de 160 km/h, y en los 70's ya eran capaces de alcanzar velocidades de 190 Km/h. Las velocidades más altas trajeron nuevos retos de diseño para los demás sistemas: frenos más eficientes, sistemas de dirección más precisos, suspensiones que fueran capaces de amortiguar las irregularidades del terreno y estructuras capaces de resistir impactos sin dañar al conductor.

En la actualidad los vehículos son más poderosos, con motores que rondan los 300 hp y capaces de alcanzar velocidades superiores a los 250km/h. Estas nuevas prestaciones han traído consigo múltiples problemas para el resto de la dinámica del vehículo, ya no es suficiente con las suspensiones convencionales ya que estas presentan un compromiso entre aislar las irregularidades del terreno y garantizar el contacto de las llantas a altas velocidades. Los sistemas de frenos han sido asistidos por sistemas electrónicos para evitar accidentes, y los sistemas de dirección se han vuelto insuficientes para garantizar la seguridad del conductor. Se investigan nuevos materiales para construir carrocerías capaces de resistir los impactos a estas velocidades.

Conforme los vehículos han evolucionado, la industria automotriz también se ha ido modificando con ellos. Antes del año 1898 los automóviles generaron un nuevo interés en el mundo; sin embargo no fue hasta al año de 1899 que se volvieron del interés comercial envolviendo a múltiples industrias en un competencia por brindar mejores productos al mercado. En 1913 Henry Ford introdujo la línea de producción, lo cual redujo los costos y aumentó drásticamente la cantidad de vehículos en el mercado.

1.4 JUSTIFICACIÓN

En la actualidad no es suficiente construir vehículos de calidad; es necesario construirlos con el menor costo posible para poder competir en el mercado. Esto ha modificado los medios de producción; en el pasado se construían múltiples prototipos para poner a prueba los diferentes

sistemas o la seguridad del vehículo. Actualmente la nueva tendencia es realizar simulaciones digitales del comportamiento del vehículo para garantizar la funcionalidad de los sistemas antes de su construcción, lo que representa un considerable ahorro en la etapa de diseño del vehículo, considerando la necesidad presente en la industria automotriz actual de crear sistemas más eficientes, más seguros y a menor costo. Se han realizado diferentes técnicas para probar el desempeño de nuevas tecnologías. Una de estas técnicas ha destacado debido a que presenta buenos resultados y su costo es muy reducido. Esta es la simulación por medio de un sistema de cómputo; sin embargo para obtener los resultados deseados es conveniente que los modelos matemáticos usados sean muy cercanos a la realidad.

1.5 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para mejorar la seguridad, la estabilidad y el desempeño de los sistemas automotrices, se han incorporado complejos sistemas de control en los vehículos. Por ejemplo los sistemas de inyección electrónica, el sistema de frenado anti bloqueante, el sistema de dirección asistida electrónicamente, las suspensiones activas, las transmisiones automáticas, los sistemas de enfriamiento, etc. Estos sistemas se construyen a partir de múltiples sensores, actuadores y de complejas leyes de control.

Para poder diseñar y probar este tipo de sistemas, la industria automotriz se ha basado en pruebas computarizadas donde se realizan simulaciones para corroborar el funcionamiento de los controles propuestos tanto en software como en la prueba del hardware dedicado por medio de la técnica de Hardware en el ciclo (Hardware in the loop "HIL"). Aunque para realizar estas simulaciones los modelos deben ser lo más cercanos posibles a la realidad, ya que deben representar precisamente los lazos de control, entregando salidas capaces de representar los sensores y permitiendo hacer modificaciones en la dinámica de la misma manera en la que lo haría un actuador.

En el trabajo de Schuette (2005) [31] se describen las características que debe considerar un modelo matemático de un carro completo, contemplando las características especiales de cada uno de los sistemas. Los sistemas descritos por Schuette (2005) [31] se describen a continuación. El modelo del carro completo debe incluir el modelado del sistema de propulsión. Este debe de incluir la representación del comportamiento del motor, los sistemas de transmisión y clutch en el caso de requerirlo. Se describe que se debe incluir un modelo de la dinámica del cuerpo que contemple los ángulos de inclinación del vehículo así como los desplazamientos del mismo, así como el modelado de las llantas, el modelado del sistema de dirección, el sistema de frenado, y una buena descripción del terreno.

Sin embargo Schuette (2005) [31] menciona que estos modelos pueden volverse insuficientes ya que los nuevos sistemas de control requieren una mayor precisión en el modelo para su correcto diseño y análisis. Un caso actual que en particular presenta este problema es el diseño de las suspensiones activas. Debido a la dificultad de generar un modelo adecuado que permita representar tanto las no linealidades del sistema, como las diferentes situaciones en las que se ve envuelto un vehículo. Por esto la mayoría de los autores se han basado en tres diferentes modelos: el modelo lineal de un cuarto de carro, que contempla sólo dos grados de libertad, el modelo de medio carro, que aborda cuatro grados de libertad incluyendo uno de los ángulos de inclinación del vehículo, el modelo de carro completo que contempla siete grados de libertad, este último

a pesar de ser el más completo omite factores intrínsecos del sistema como es la geometría de suspensión y su interacción con los otros sistemas . El uso de los modelos lineales ha sido un impedimento para obtener sistemas de suspensión activa que funcionen en la práctica.

Como en el caso de las suspensiones activas, los sistemas de control más recientes podrían presentar impedimentos para alcanzar un resultado óptimo. Por esto es necesario realizar un modelos automotriz que consideren las no linealidades del sistema, así como las relaciones presentes en todo el vehículo de esta manera se obtendrían resultados más apegados a la realidad.

1.6 HIPÓTESIS

En el siguiente trabajo se desarrollará un modelo matemático de un vehículo todo terreno de competencia tipo SAE Baja. Este modelo debe considerar el sistema de propulsión, sistema de frenos, sistema de dirección, el sistema de suspensión, el modelado de las llantas, la dinámica del cuerpo del vehículo y el modelado del terreno. El modelo propuesto considera la geometría de los sistemas así como las no linealidades presentes. También se incluyen las relaciones existentes entre los diferentes sistemas.

En este trabajo también se explica la metodología a seguir para trasladar el modelo matemático a algún programa de cómputo para realizar su simulación. Posteriormente se realiza un análisis dinámico por medio de simulación del comportamiento del modelo en diferentes condiciones.

Se consideran la mayor cantidad posible de parámetros y condiciones de operación para poder generar una simulación capaz de arrojar valores muy cercanos a la realidad.

1.7 OBJETIVOS

1.7.1 *Objetivo General*

Obtener un modelo matemático de un vehículo completo todo terreno tipo SAE baja para realizar su análisis dinámico por medio de una simulación en software.

1.7.2 *Objetivos particulares*

- Investigar acerca de los modelos automotrices existentes en la literatura para documentar la investigación.
- Obtener el modelo matemático de carro completo por medio del análisis dinámico y cinemático del vehículo capaz de representar adecuadamente el comportamiento del vehículo.
- Obtener una representación de la geometría de las pistas de prueba mediante señales discretas para ser usadas como entradas al simulador del modelo.
- Diseñar un simulador que represente al modelo matemático del vehículo mediante software científico para realizar el análisis de su desempeño.

1.8 ALCANCES DEL TRABAJO

EL siguiente trabajo se limita a realizar un modelo matemático de un vehículo todo terreno tipo SAE Baja en este modelo se consideran los sistemas de frenado, propulsión, dirección, suspensión, llantas y chasis. Aunque se puede realizar cambios en las configuraciones de este vehículo este modelo no puede ser usado para representar otro vehículo sin antes realizar los cambios a la geometría y características de los sistemas.

También dentro de los alcances se encuentra realizar un análisis dinámico con el objetivo de verificar el funcionamiento del modelo matemático y de explicar cómo presenta las diferentes señales del vehículo.

1.9 CONTRIBUCIONES

1. Se obtuvo el modelo matemático de un vehículo automotriz para diferentes condiciones de operación, que pueda ser utilizado para representar la dinámica de un vehículo todo terreno tipo SAE Baja.
2. Se obtuvo un modelo matemático que pueda ser usado para diseñar y poner a prueba múltiples sistemas de control automotriz.

1.10 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO UTILIZADO

Para poder diseñar un modelo matemático completo se realizará una investigación exhaustiva de los modelos matemáticos existentes en la literatura, se analizará su funcionamiento, fortalezas y limitaciones, posteriormente se analizarán las condiciones que omiten estos modelos que proporcionan información importante para representar al vehículo.

A partir del análisis dinámico y cinemático del vehículo se determinará el modelo matemático completo del vehículo. Posteriormente para validar el modelo matemático se realizará el análisis dinámico del mismo.

1.11 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

El siguiente trabajo se dividió en seis secciones:

- Introducción: En esta sección se explica el objetivo del trabajo alcances y limitaciones.
- Antecedentes y marco teórico: esta sección se divide en dos capítulos el estado del arte que explica los modelos matemáticos desarrollados en otros trabajos y el marco teórico que explica las bases teóricas en las que se sustenta este trabajo.
- Desarrollo: Esta sección explica cómo se realizó el trabajo, se divide en tres capítulos, modelo matemático en donde se explica cómo se calculó el modelo a detalle, simulación en donde se explica cómo migrar el modelo a un software para realizar la simulación del mismo y flexibilidad del modelo en donde se explica que parámetros y condiciones iniciales tiene el modelo y cómo cambiarlas.

- Experimentos y resultados: se explican los diferentes experimentos realizados para probar el modelo.
- Conclusiones y trabajo futuro: se explican los resultados del trabajo y cómo se puede continuar el mismo.
- Apéndices: los apéndices y bibliografía.

Parte II

ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

En este capítulo se explican los diferentes modelos encontrados en la literatura. Estos se dividieron en sistemas del vehículo. El primer sistema que se menciona es el sistema de suspensión en este sistema se explican los modelos lineales más utilizados así como algunos modelos no lineales encontrados en la literatura. Posteriormente se explica el sistema de frenos, dirección y propulsión.

Al final de este capítulo se muestran algunos trabajos en los cuales se integraron modelos de diferentes sistemas para obtener un modelo integral de un vehículo completo.

2.1 MODELADO MATEMÁTICO DE LA SUSPENSIÓN

El sistema de suspensión es uno de los componentes más importantes de un vehículo, éste tiene un papel crucial en el desempeño, maniobrabilidad y confort del vehículo. Este sistema tiene dos funciones principales: La primera es aislar el cuerpo del vehículo de las perturbaciones del terreno, la otra es mantener el contacto entre el camino y las llantas en todo momento. En una suspensión pasiva (convencional) existe un compromiso entre estos dos requerimientos del sistema. Por un lado se requiere una suspensión rígida para soportar el peso del vehículo y permitir la adherencia de las llantas, sin embargo se requiere que sea algo suave para aislar al pasajero de las perturbaciones del camino. Por estas razones en las últimas décadas ha crecido el interés en el desarrollo y la investigación de una suspensión activa. Las suspensiones activas se caracterizan por ser capaces de modificar su factor de amortiguamiento y la rigidez de la suspensión de acuerdo al terreno.

La aplicación práctica de la suspensiones activas se hizo posible gracias a los microprocesadores y la electrónica de mediados de los 80's, pero la investigación sobre las posibles técnicas de control empezó un poco antes de esto. Los primeros acercamientos se realizaron por medio de control clásico [9] aplicado a modelos lineales reducidos. Sin embargo estas técnicas no presentan buenos resultados en la práctica. Para entender mejor la razón por la cual estas técnicas de control no fueron adecuadas se analizará los problemas referentes al modelado de la suspensión.

La investigación de las suspensiones activas ha dado paso a la búsqueda de modelos matemáticos con la capacidad de representar adecuadamente el comportamiento de la suspensión. El sistema de suspensión puede ser representado por un cuerpo rígido de 6 grados de libertad tres de traslación y tres de orientación, el cual se encuentra aislado del terreno por medio de un sistema de amortiguamiento conectado a las llantas. Sin embargo, este puede ser de muchas formas y se encuentra limitado por la geometría del mismo por lo cual presenta múltiples no linealidades que son difíciles de modelar. Por estas razones para desarrollos teóricos se ha preferido el uso de aproximaciones lineales.

2.1.1 Modelos de suspensión lineales

Las aproximaciones lineales son muy comunes para la implementación de controles de suspensión activa, debido a que los controles clásicos se basan en este tipo de modelos. En el caso de la suspensión se han realizado múltiples aproximaciones lineales para lograr una representación adecuada del problema. Las tres más usadas se listan a continuación.

2.1.1.1 Modelo de suspensión de cuarto de carro

Los primeros modelos realizados fueron una aproximación lineal parcial del vehículo y se denominaron modelos de cuarto de carro. Estos modelos fueron los primeros en ser usados para la búsqueda de una suspensión activa. Se caracterizan por constar solo de dos grados de libertad: El desplazamiento de la llanta y el desplazamiento de la masa no suspendida, (que corresponde a un cuarto de la masa total del chasis). En la Figura 2.1 se muestra el diagrama de este modelo.

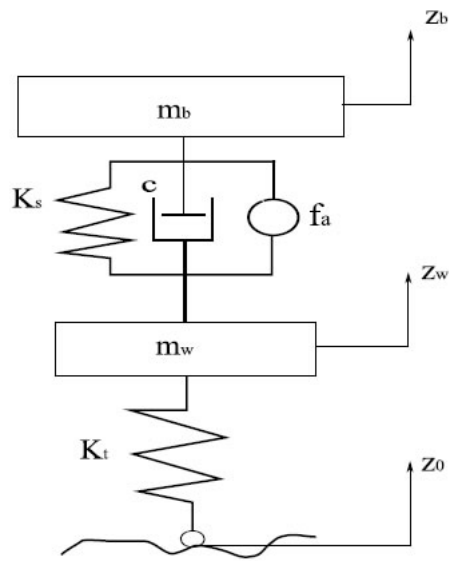


Figura 2.1: Diagrama de suspensión de cuarto de Carro [4]

Las ecuaciones 2.1 y 2.2 representan el modelo del cuarto de carro que se explica en el trabajo de Brown [4].

$$m_b \ddot{z}_b = f_a + c(\dot{z}_w - \dot{z}_b) + K_s(z_w - z_b) \quad (2.1)$$

$$m_w \ddot{z}_w = -f_a - c(\dot{z}_w - \dot{z}_b) - K_s(z_w - z_b) - K_t(z_w - z_0) \quad (2.2)$$

Donde:

m_b = Cuarto de la masa del vehículo.

m_w = Masa de la llanta.

K_s = Coeficiente de resorte de la suspensión.

K_t = Coeficiente de resorte de la llanta.

c = Coeficiente de amortiguamiento.

z_0 = Desplazamiento del suelo.

z_w = Desplazamiento de la llanta.
 z_b = Desplazamiento de la masa no suspendida.
 f_a = Fuerza del actuador.

A pesar de las obvias limitaciones de este modelo es el más usado para el diseño teórico de suspensiones activas incluso en la actualidad como es el caso de [38] y [19].

Debido a que el modelo de cuarto de carro representa exclusivamente los cambios de altura del vehículo y no la inclinación del mismo los trabajos basados en este modelo carecen de múltiples factores presentes en la realidad. Por esto se buscaron modelos más cercanos a la realidad que contemplen estos factores.

2.1.1.2 Modelo de suspensión de medio carro

El modelo de medio carro es una aproximación más cercana a la realidad de una suspensión ya que considera los cambios de altura y un grado de inclinación normalmente el Pitch del vehículo. Este modelo se conforma de cuatro grados de libertad que generalmente son la altura de la llanta derecha la altura de la llanta izquierda, la altura del chasis y el ángulo Pitch del mismo. La Figura 2.2 muestra el diagrama del modelo de medio carro.

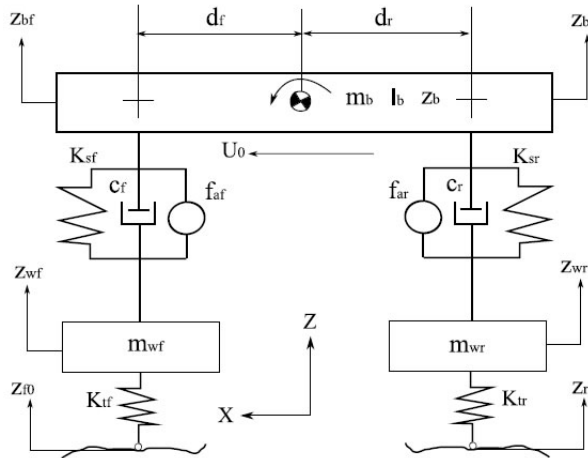


Figura 2.2: Diagrama de suspensión de medio carro [4]

Las ecuaciones 2.3 a 2.11 describen a este tipo de modelo y se encuentran explicadas en el trabajo de Brown [4].

$$z_{bf} = z_b - (d_f \theta) \quad (2.3)$$

$$z_{br} = z_b + (d_r \theta) \quad (2.4)$$

$$\theta = \frac{z_{br} - z_{bf}}{d_f + d_r} \quad (2.5)$$

$$\ddot{z}_{wf} m_{wf} = -K_{tf} (z_{wf} - z_{f0}) - [f_{af} + c_f (\dot{z}_{wf} - \dot{z}_{bf}) + K_{sf} (z_{wf} - z_{bf})] \quad (2.6)$$

$$\ddot{z}_{wr} m_{wr} = -K_{tr} (z_{wr} - z_{r0}) - [f_{ar} + c_r (\dot{z}_{wr} - \dot{z}_{br}) + K_{sr} (z_{wr} - z_{br})] \quad (2.7)$$

$$\ddot{z}_b m_b = f_{af} + c_f (\dot{z}_{wf} - \dot{z}_{bf}) + K_{sf} (z_{wf} - z_{bf}) + f_{ar} + c_r (\dot{z}_{wr} - \dot{z}_{br}) + \dots + K_{sr} (z_{wr} - z_{br}) \quad (2.8)$$

$$\ddot{\theta} I_b = -d_f [f_{af} + c_f (\dot{z}_{wf} - \dot{z}_{bf}) + K_{sf} (z_{wf} - z_{bf})] + \dots + d_r [f_{ar} + c_r (\dot{z}_{wr} - \dot{z}_{br}) + K_{sr} (z_{wr} - z_{br})] \quad (2.9)$$

$$\ddot{z}_{bf} = \left(\frac{1}{m_b} + \frac{d_f^2}{I_b} \right) [f_{af} + c_f (\dot{z}_{wf} - \dot{z}_{bf}) + K_{sf} (z_{wf} - z_{bf})] + \dots \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{m_b} - \frac{d_f d_r}{I_b} \right) [f_{ar} + c_r (\dot{z}_{wr} - \dot{z}_{br}) + K_{sr} (z_{wr} - z_{br})] \\ \ddot{z}_{br} = & \left(\frac{1}{m_b} - \frac{d_f d_r}{I_b} \right) [f_{af} + c_f (\dot{z}_{wf} - \dot{z}_{bf}) + K_{sf} (z_{wf} - z_{bf})] + \dots \\ & \left(\frac{1}{m_b} + \frac{d_r^2}{I_b} \right) [f_{ar} + c_r (\dot{z}_{wr} - \dot{z}_{br}) + K_{sr} (z_{wr} - z_{br})] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Donde:

z_{bf} = Altura de la masa no suspendida delantera.

z_{br} = Altura de la masa no suspendida trasera.

z_{wf} =Desplazamiento de la llanta delantera.

z_{wr} = Desplazamiento de la llanta trasera.

z_{f0} = Desplazamiento del suelo a la llanta frontal.

z_{r0} = Desplazamiento del suelo a la llanta trasera.

d_f = Distancia del eje frontal al centro de gravedad.

d_r = Distancia del eje trasero al centro de gravedad.

I_b = Inercia del Pitch.

K_{sf} = Coeficiente de resorte de la suspensión en la parte frontal.

K_{sr} = Coeficiente de resorte de la suspensión en la parte trasera.

K_{tf} = Coeficiente de resorte de la llanta en la parte frontal.

K_{tr} = Coeficiente de resorte de la llanta en la parte trasera.

c_f = Coeficiente de amortiguamiento en la parte frontal.

c_r = Coeficiente de amortiguamiento en la parte trasera.

m_{wf} = Masa de la llanta delantera.

m_{wr} = Masa de la llanta trasera.

f_{af} = Fuerza del actuador delantero.

f_{ar} = Fuerza de actuador trasero.

Este tipo de modelo, a pesar de ser más complejo que el modelo de un cuarto de carro, solo considera un solo ángulo de la suspensión, generalmente el Pitch aunque en algunos trabajos es el Roll. Sin embargo, esto aún no es suficiente para tener contemplado correctamente el comportamiento del chasis, por lo mismo se ha seguido buscando mejores maneras de representar a la suspensión.

2.1.1.3 Modelo de suspensión de carro completo

El modelo de carro completo contempla siete grados de libertad, estos son: Los ángulos de rotación Pitch y Roll, la altura de la masa no suspendida y los cuatro grados de libertad restantes

son las alturas de las llantas. Este modelo es el modelo lineal más completo encontrado en la literatura [14]. El diagrama se muestra en la Figura 2.3.

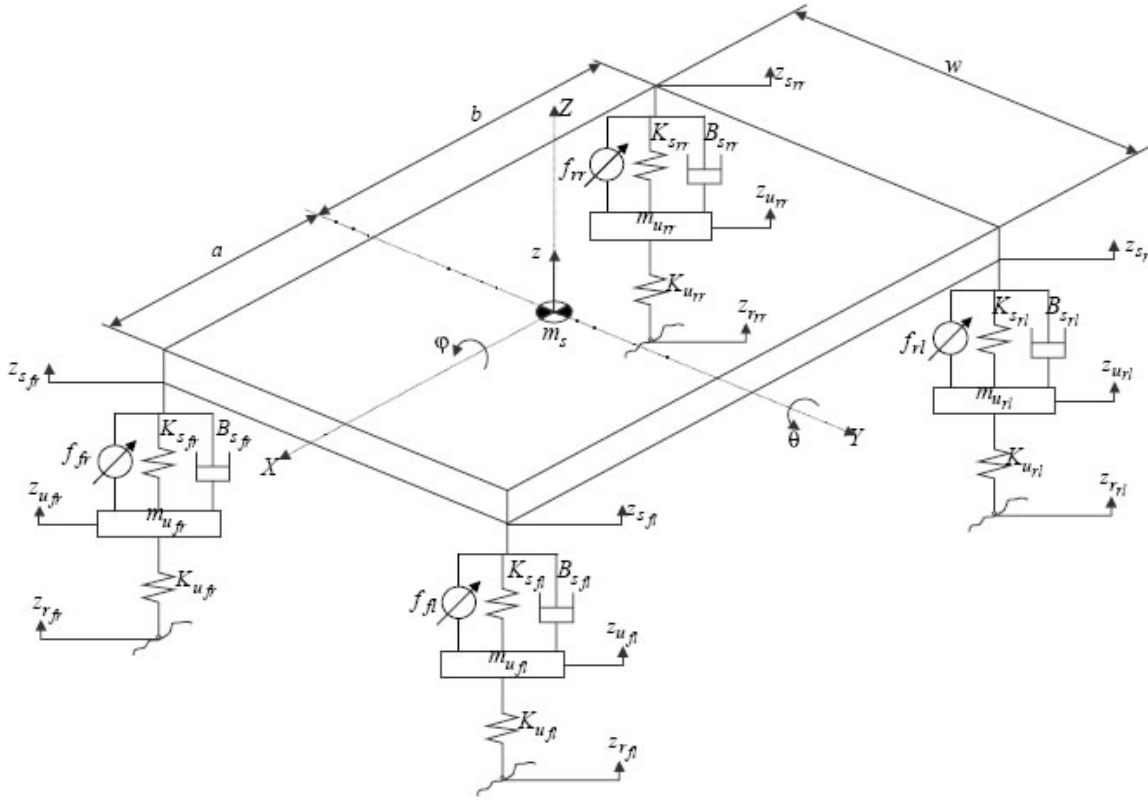


Figura 2.3: Diagrama de suspensión de carro completo[14]

Las ecuaciones 2.12 a 2.18 describen el modelo matemático, éstas se extrajeron del trabajo de Ikenaga [14].

$$m_s \ddot{z} = -m_s g - (2K_{s_f} + 2K_{s_r})z - (2B_{s_f} + 2B_{s_r})\dot{z} + (2aK_{s_f} - 2bK_{s_r})\theta + \dots \quad (2.12)$$

$$+ (2aB_{s_f} - 2bB_{s_r})\dot{\theta} + K_{s_f}z_{u_{fl}} + B_{s_f}\dot{z}_{u_{fl}} + K_{s_f}z_{u_{fr}} + B_{s_f}\dot{z}_{u_{fr}} + \dots \\ + K_{s_r}z_{u_{rl}} + B_{s_r}\dot{z}_{u_{rl}} + K_{s_r}z_{u_{rr}} + B_{s_r}\dot{z}_{u_{rr}} + f_{fl} + f_{fr} + f_{rl} + f_{rr} \quad (2.13)$$

$$I_{yy}\ddot{\theta} = (2aK_{s_f} - 2bK_{s_r})z + (2aB_{s_f} - 2bB_{s_r})\dot{z} - (2a^2K_{s_f} + 2b^2K_{s_r})\theta + \dots \\ - (2a^2B_{s_f} + 2b^2B_{s_r})\dot{\theta} - aK_{s_f}z_{u_{fl}} - aB_{s_f}\dot{z}_{u_{fl}} - aK_{s_f}z_{u_{fr}} - aB_{s_f}\dot{z}_{u_{fr}} + \dots \\ + bK_{s_r}z_{u_{rl}} + bB_{s_r}\dot{z}_{u_{rl}} + bK_{s_r}z_{u_{rr}} + bB_{s_r}\dot{z}_{u_{rr}} - af_{fl} - af_{fr} + bf_{rl} + df_{rr}$$

$$I_{xx}\ddot{\phi} = -0.25w^2(2K_{s_f} + 2K_{s_r})\phi - 0.25w^2(2B_{s_f} + 2B_{s_r})\dot{\phi} + 0.5wK_{s_f}z_{u_{fl}} + \dots \\ + 0.5wB_{s_f}\dot{z}_{u_{fl}} - 0.5wK_{s_f}z_{u_{fr}} - 0.5wB_{s_f}\dot{z}_{u_{fr}} + 0.5wK_{s_r}z_{u_{rl}} + 0.5wB_{s_r}\dot{z}_{u_{rl}} + \dots \\ - 0.5wK_{s_r}z_{u_{rr}} - 0.5wB_{s_r}\dot{z}_{u_{rr}} + 0.5wf_{fl} - 0.5wf_{fr} + 0.5wf_{rl} - 0.5wf_{rr}$$

$$m_u \ddot{z}_{u_{fr}} = -m_u g + K_{s_f} z + B_{s_f} \dot{z} - a K_{s_f} \theta - a B_{s_f} \dot{\theta} - 0.5 w K_{s_f} \varphi - 0.5 w B_{s_f} \dot{\varphi} + \dots \quad (2.15)$$

$$- (K_{s_f} + K_u) z_{u_{fr}} - B_{s_f} \dot{z}_{u_{fr}} + K_u z_{r_{fr}} - f_{fr}$$

$$m_u \ddot{z}_{u_{fl}} = -m_u g + K_{s_f} z + B_{s_f} \dot{z} - a K_{s_f} \theta - a B_{s_f} \dot{\theta} + 0.5 w K_{s_f} \varphi + 0.5 w B_{s_f} \dot{\varphi} + \dots \quad (2.16)$$

$$- (K_{s_f} + K_u) z_{u_{fl}} - B_{s_f} \dot{z}_{u_{fl}} + K_u z_{r_{fl}} - f_{fl}$$

$$m_u \ddot{z}_{u_{rl}} = -m_u g + K_{s_r} z + B_{s_r} \dot{z} + b K_{s_r} \theta + b B_{s_r} \dot{\theta} + 0.5 w K_{s_r} \varphi + 0.5 w B_{s_r} \dot{\varphi} + \dots \quad (2.17)$$

$$- (K_{s_r} + K_u) z_{u_{rl}} - B_{s_r} \dot{z}_{u_{rl}} + K_u z_{r_{rl}} - f_{rl}$$

$$m_u \ddot{z}_{u_{rr}} = -m_u g + K_{s_r} z + B_{s_r} \dot{z} + b K_{s_r} \theta + b B_{s_r} \dot{\theta} - 0.5 w K_{s_r} \varphi - 0.5 w B_{s_r} \dot{\varphi} + \dots \quad (2.18)$$

$$- (K_{s_r} + K_u) z_{u_{rr}} - B_{s_r} \dot{z}_{u_{rr}} + K_u z_{r_{rr}} - f_{rr}$$

Donde:

z = Posición de la masa no suspendida.

\dot{z} = Velocidad de la masa no suspendida.

θ = Ángulo del Pitch.

$\dot{\theta}$ = Velocidad angular del Pitch.

φ = Ángulo del Roll.

$\dot{\varphi}$ = Velocidad angular del Roll.

$z_{u_{fl}}$ = Altura de la masa no suspendida de la llanta frontal-izquierda.

$\dot{z}_{u_{fl}}$ = Velocidad de la masa no suspendida de la llanta frontal-izquierda.

$z_{u_{fr}}$ = Altura de la masa no suspendida de la llanta frontal-derecha.

$\dot{z}_{u_{fr}}$ = Velocidad de la masa no suspendida de la llanta frontal-derecha.

$z_{u_{rl}}$ = Altura de la masa no suspendida de la llanta trasera-izquierda.

$\dot{z}_{u_{rl}}$ = Velocidad de la masa no suspendida de la llanta trasera-izquierda.

$z_{u_{rr}}$ = Altura de la masa no suspendida de la llanta trasera-derecha.

$\dot{z}_{u_{rr}}$ = Velocidad de la masa no suspendida de la llanta trasera-derecha.

A pesar de que este modelo sea más completo y considere los parámetros más importantes del vehículo, omite las no linealidades del sistema y todas las condiciones especiales a las que puede ser sometido el vehículo como: La aceleración, el frenado y tomar un curva.

2.1.2 Modelos especiales de suspensión

Debido a la necesidad de obtener un modelo más adecuado de una suspensión diversos investigadores han tratado de resolver el problema de las limitaciones de un modelo lineal. Estos modelos se listan a continuación.

2.1.2.1 Modelo de cuarto de carro no lineal

Debido a las complejas relaciones matemáticas presentes en la suspensión muchos investigadores han optado por el modelo lineal sin embargo, la suspensión real cuenta con una geometría específica que no se considera en el modelo lineal. La geometría de la suspensión se puede considerar lineal en un intervalo de operación muy pequeño sin embargo es altamente no lineal en todo su rango de operación. Por esta razón es necesario considerar su geometría en el modelo.

AUTOR	AÑO	MODELO
Engelman, G [9]	1983	Cuarto de Carro
Yeh, E [37]	1992	Cuarto de Carro
Barr, A. [2]	1996	Cuarto de Carro
Huei, P [34]	1997	Cuarto de Carro
Campos, J [5]	1999	Medio Carro
Yoshimura, T [39]	1999	Medio Carro
Ikenaga, S [14]	2000	Carro completo
FENCI, J [10]	2003	Medio Carro
Lauwerys, C [23]	2005	Cuarto de Carro
Halim, J [12]	2005	Medio Carro
Yoshimura, T [40]	2005	Cuarto de Carro
Sedeh, S [32]	2006	Cuarto de Carro
Kou, F [20]	2007	Cuarto de Carro
Brown, D [3]	2008	Cuarto de Carro
Darus, R [6]	2009	Carro completo
Hashemnia, S [13]	2009	De medio Carro
Jun-ping, F [18]	2009	De medio Carro
Shiao, Y [33]	2010	Cuarto de Carro

Tabla 2.1: Modelos de suspensiones

2.2 MODELADO MATEMÁTICO DEL SISTEMA DE FRENADO

El sistema de frenado es un sistema fundamental para los vehículos a motor ya que de este depende la seguridad de los pasajeros. La función de los frenos es detener al vehículo en caso de ser necesario. Sin embargo, el sistema de frenos debe evitar que no derrape el vehículo al momento del frenado.

Para garantizar que los frenos cumplan su función, sin generar que el vehículo derrape se han desarrollado el sistema de control electrónico de frenado con sistema de anti-bloqueo mejor conocido como freno ABS por sus siglas en inglés (Anti-lock Braking system). Existen diversos modelos matemáticos de este sistema, a continuación se describen los más usados.

2.2.1 Modelos lineales del sistema de frenado

Los modelos que convencionalmente se utilizan en los trabajos encontrados en la literatura son de tipo lineal. A continuación se describen los más utilizados.

Modelo de cuarto de carro del sistema de frenos

El modelo de un cuarto de carro del sistema de frenos se encuentra conformado por una sola llanta unida a una masa m . La rueda gira con una inercia J generada por la masa m en la misma dirección de la velocidad v . Como resultado de este giro se genera una fuerza F_x como resultado de la fricción entre la llanta y el suelo. La fuerza F_x genera un torque en la llanta que finalmente se ve reflejado con una velocidad angular ω . Para simular la fuerza de frenado se aplica un torque T_b en dirección contraria al movimiento. En la figura 2.5 se muestra un esquemático de este modelo.

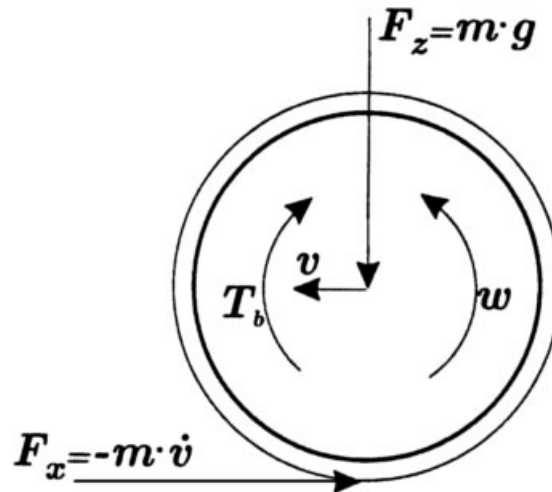


Figura 2.5: Modelo de un cuarto de carro del sistema de frenado [36]

Las ecuaciones que describen este modelo se muestran en 2.19 a 2.21.

$$m\dot{v} = F_x \quad (2.19)$$

$$J\dot{\omega} = rF_x - T_b \text{sign}(\omega) \quad (2.20)$$

$$F_x = F_z \mu \quad (2.21)$$

Este modelo es capaz de representar en movimiento angular ω presente en la llanta para determinar si la llanta se bloquea en el momento de aplicar el freno, esto se logra por medio de la ecuación 2.20. Aunque este modelo de cierta manera considera la fricción de la llanta con el terreno por medio de la ecuación 2.21, esto es solo válido cuando la llanta está completamente en contacto con el suelo con el peso del vehículo correctamente distribuido, esto es un caso ideal. Finalmente, el modelo representa la reducción de velocidad del vehículo por medio de la ecuación 2.19.

Aunque este modelo considera los factores principales del sistema de frenado omite muchos otros. Como los cambios en la distribución de peso en el vehículo al momento del desplazamiento, no considera los cambios en el contacto de las llantas debidos a las irregularidades del terreno. Tampoco se consideran los efectos que genera el sistema de frenos a la dinámica del vehículo. Este modelo es el más usado para el análisis de los sistemas de frenado ABS.

Modelo de medio carro del sistema de frenos

El modelo de medio carro del sistema de frenos se encuentra conformado por dos llantas unidas por medio de la geometría del chasis, este se ilustra en la Figura 2.6.

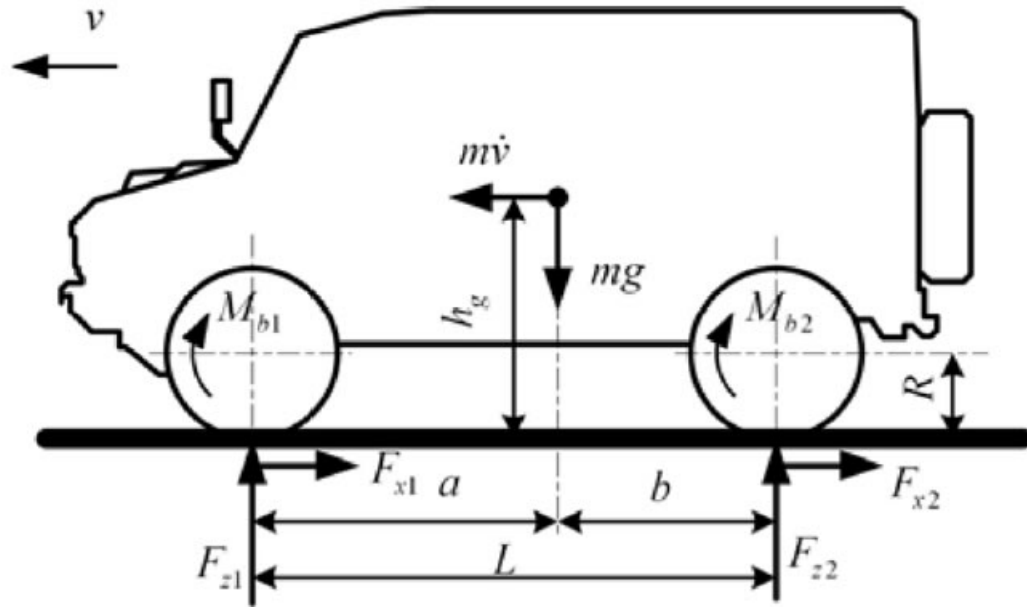


Figura 2.6: Modelo de medio carro del sistema de frenado [42]

Las literales encontradas en la Figura 2.6 se describen en la Tabla 2.2.

Símbolo	Descripción
R	Radio de la llanta
$I_{\omega f}$	Inercia de la llanta frontal
$I_{\omega t}$	Inercia de la llanta trasera
ω_f	Velocidad angular e la llanta frontal
ω_t	Velocidad angular e la llanta trasera
M	Masa del vehículo
L	Distancia entre ejes
b	Distancia entre el centro de masa y el eje trasero
a	Distancia entre el centro de masa y el eje delantero
h_g	Altura del centro de masa

Tabla 2.2: Literales del modelo de medio carro del sistema de frenos

Las ecuaciones que conforman este modelo se muestran en 2.22 a 2.26.

$$I_{\omega f} \dot{\omega}_f = M_{b1} - F_{x1} R \quad (2.22)$$

$$I_{\omega t} \dot{\omega}_t = M_{b2} - F_{x2} R \quad (2.23)$$

$$F_{z1} = M(g \bullet a + \dot{v} \bullet h_g) \quad (2.24)$$

$$F_{z2} = M(g \bullet b + \dot{v} \bullet h_g) \quad (2.25)$$

$$\dot{v} = (F_{x1} + F_{x2})M \quad (2.26)$$

La fuerza que genera el contacto de la llanta con el suelo se representa por medio de las ecuaciones 2.27 y 2.28.

$$F_{x1} = \mu F_{z1} \quad (2.27)$$

$$F_{x2} = \mu F_{z2} \quad (2.28)$$

Este modelo es capaz de representar frenos independientes para las llantas delanteras y traseras. Así para cada par se realiza el cálculo del movimiento angular de ambas llantas, con el objetivo de poder determinar si las llantas se bloquean o no al momento de aplicar el freno, esto se realiza por medio de las ecuaciones 2.22 y 2.23. Se representa la distribución de peso del vehículo en las dos llantas para calcular la fricción de las llantas con el suelo, esto se logra por medio de las ecuaciones 2.24 a 2.28.

A pesar de que este modelo es más completo que el de un cuarto de carro, omite múltiples condiciones del sistema de frenos. No considera los cambios en el contacto de las llantas debidos a las irregularidades del terreno. Tampoco se consideran los efectos que genera el sistema de frenos a la dinámica del vehículo, ni el cambio en la distribución de peso del vehículo.

2.2.1.1 Trabajos actuales

En el área de control, el sistema de frenos ha sido estudiado con el objetivo de realizar frenos anti-bloqueo. Algunos de los trabajos de esta área se enlistan en la Tabla 2.3.

AUTOR	AÑO	MODELO
Petersen, I. [30]	2001	Cuarto de carro del sistema de freno
Johansen, Tor [16]	2003	Cuarto de carro del sistema de freno
Xu, Cuidong [36]	2009	Cuarto de carro del sistema de freno
Zhao, Jian [42]	2011	Medio carro del sistema de freno

Tabla 2.3: Modelos del sistema de frenos

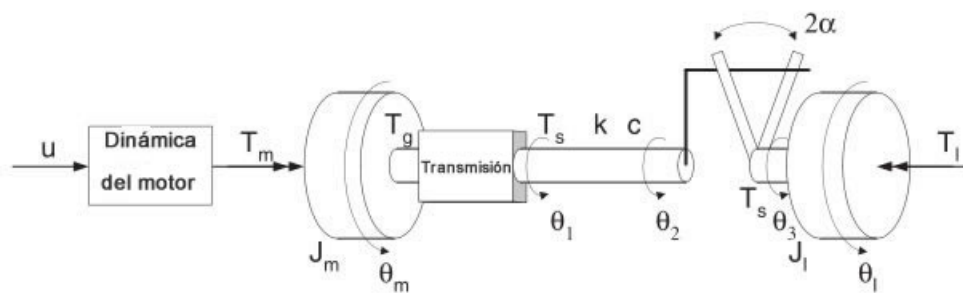
2.3 MODELOS DEL SISTEMA DE DIRECCIÓN

A diferencia de los sistemas de suspensión y frenado, casi no existen trabajos que traten sobre el diseño de controladores para el sistema de dirección. Esto hace que no sea fácil encontrar modelos de este sistema. Por esta razón se explican los modelos encontrados sin expresar sus ecuaciones.

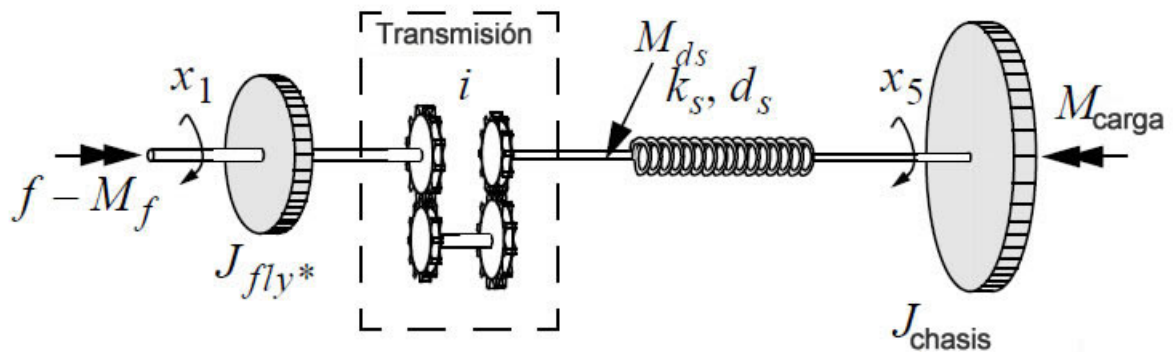
Los modelos de la dirección contemplan la geometría de la torreta y del sistema de cremallera con el cual se consigue el giro de las llantas. Se muestra la geometría de la dirección en el trabajo de Jensen [15]. Para describir esta parte de sistema de dirección se obtienen ecuaciones que describan la geometría de la suspensión, estas son muy diferentes dependiendo el tipo de vehículo a modelar.

Otro elemento contemplado en la literatura es la dinámica del vehículo al tomar una curva, esta se puede observar en el trabajo de Yue [41]. Este modelo representa el movimiento presente en el vehículo al momento de tomar una curva. Sin embargo, no representa las fuerzas que se transmiten a la suspensión del vehículo, estas últimas provocan las inclinaciones del vehículo.

2.4 MODELOS DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN



(a) Modelo propulsión A[22]



(b) Modelo propulsión B[11]

Figura 2.7: Modelo del sistema de propulsión

El sistema de propulsión típicamente se modela para el diseño de controladores de transmisiones automáticas. Estos modelos se encuentran conformados por el modelo de la dinámica del motor, la representación matemática de la caja de transmisión. También se representa el modelado del sistema de embrague y la carga que produce la llanta. La Figura 2.7 muestra dos diagramas que representan diferentes tipos de sistemas de propulsión.

2.5 MODELO DE CARRO COMPLETO

Para modelar completamente la suspensión de un vehículo no solo se debe considerar este sistema, también debe contemplarse los efectos que producen otros sistemas sobre este. Estos efectos han sido planteados como parte del problema a resolver en el modelado de suspensiones. En el trabajo de Nagai [28] muestra las relaciones propuestas .

En la Figura ?? se muestra que los movimientos del sistema de suspensión se ven afectados por el sistema de dirección, el sistema de frenado y el sistema de propulsión. Sin embargo, no se menciona de qué forma se ven afectados estos por el sistema de suspensión. Esta idea se considera en el trabajo de Moriwaki [27], [26] y [25], en este trabajo se desarrolla una versión que contempla parcialmente todos los sistemas involucrados en un vehículo. Las características que se consideran se listan a continuación:

- Modelo lineal del sistema de dirección.
- Modelo lineal del sistema de suspensión medio carro.

En el trabajo de Moriwaki [27], [26] y [25] no hay una fuerte relación entre ambos modelos. Otro trabajo que ha buscado obtener un modelo unificado del vehículo es el trabajo realizado por Kruczek [21]. En este trabajo se realiza un modelo con las siguientes características:

- Modelo lineal de carro completo reducido.
- Modelo para representar Frenado y dirección.
- Modelo del asiento para el pasajero.

En el modelo propuesto por Kruczek [21] se tomo en cuenta un modelo de carro completo con ciertas reducciones para facilitar su implementación. Se representaron los efectos del frenado y la dirección por medio de fuerzas transmitidas directamente a los ángulos del chasis. A pesar de que este modelo considera ciertas condiciones de operación que afectan al vehículo, el modelo es reducido y no contempla detalles como la geometría de la suspensión, las llantas y el sistema de propulsión.

El modelo de carro completo más actual es el propuesto por Németh [29], este modelo es el más completo ya que contempla las siguientes características:

- Modelo del motor.
- Modelo de sistema de suspensión de carro completo.
- Modelo de la dirección.
- Modelo del sistema de frenado.

En el trabajo de Németh [29] el modelo del sistema de suspensión se relaciona con los otros tres sistemas. Sin embargo, este modelo es lineal. Como se mencionó anteriormente la suspensión es un sistema altamente no lineal, por lo cual es importante considerar estos fenómenos.

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se explican los fundamentos matemáticos con los que se realizó el modelo del vehículo. La primera sección explica el modelado de sistemas mecánico, la segunda sección explica en particular el caso de modelar sistemas automotrices.

3.1 MODELADO DE SISTEMAS MECÁNICOS

3.1.1 Definiciones

Masa. La masa de un cuerpo se define como la cantidad de materia que contiene. Esta se supone constante. La unidad de la masa en el sistema internacional es el kilogramo kg .

No se puede medir la masa m de un cuerpo directamente esto se realiza por medio del peso w la relación que existe entre estos se muestra en la ecuación 3.1.

$$m = \frac{w}{g} \quad (3.1)$$

Donde g representa la constante gravitacional. El valor de la gravedad varía ligeramente a lo largo de la tierra pero para propósitos de ingeniería se considera constante este es de $9.81m/s^2$.

Fuerza. La fuerza se puede definir como la causa de cambio de movimiento del cuerpo sobre el que actúa. Las fuerzas se pueden dividir en dos subgrupos las fuerzas de contacto y las fuerzas de campo. La unidad de la fuerza en el sistema internacional de unidades es el newton N este se define en la ecuación 3.2.

$$1N = 1 \frac{kg * m}{s^2} \quad (3.2)$$

Las fuerzas de contacto son aquellas que para influir en el movimiento de un cuerpo deben entrar en contacto con él, por otro lado las fuerzas de campo como la fuerza gravitacional pueden influir en un cuerpo sin entrar en contacto con él.

Par o momento de fuerza. El par o momento de fuerza, se define como la causa que produce un cambio en el movimiento rotacional de un cuerpo sobre el cual actúa. El par se define como la fuerza por la distancia del punto de aplicación al centro de rotación las unidades del par son Nm .

Cuerpo rígido. Todo cuerpo real presenta deflexiones al momento de ser acelerado. Si estas deflexiones son demasiado pequeñas con respecto al movimiento total del cuerpo entero, estas se desprecian. A estos cuerpos se les denomina cuerpos rígidos. Por esto se puede definir un cuerpo rígido a aquel que presenta idéntico movimiento en cada punto del cuerpo.

Desplazamiento, velocidad y aceleración. El desplazamiento es un cambio en la posición de un punto a otro en un marco de referencia. La velocidad es la derivada con respecto al tiempo del

desplazamiento. Finalmente la aceleración es la derivada con respecto del tiempo de la velocidad.

Desplazamiento, velocidad y aceleración angulares. El desplazamiento angular se define como el cambio de orientación angular, este se mide en radianes. La velocidad angular es la derivada del desplazamiento angular y la aceleración angular es la derivada de la velocidad angular.

3.1.2 *Leyes de Newton.*

Estas leyes son también conocidas como Leyes del movimiento de Newton, son tres principios a partir de los cuales se explican la mayor parte de los problemas planteados por la dinámica, en particular aquellos relativos al movimiento de los cuerpos. Estas permiten enunciar los principios de conservación del momento lineal y del momento angular.

3.1.2.1 *Primera ley de newton*

Esta ley enuncia lo siguiente:

“Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser que sea obligado a cambiar su estado por fuerzas impresas sobre él”

En otras palabras, esta ley establece la conservación de la cantidad del movimiento en la ausencia de fuerzas externas.

3.1.2.2 *Segunda ley de newton.*

Para un movimiento traslacional la segunda ley de newton dicta que la aceleración de cualquier cuerpo rígido es directamente proporcional a la fuerza que actúe sobre el e inversamente proporcional a la masa esto se muestra en la ecuación 3.3.

$$ma = \sum F \quad (3.3)$$

Donde:

a es la aceleración resultante en esa dirección la línea de acción de la fuerza que actúa sobre una masa.

Para el caso de un cuerpo rígido en rotación alrededor de un eje fijo la segunda ley de newton se puede reescribir en la ecuación 3.4.

$$J\alpha = \sum T \quad (3.4)$$

Donde:

$\sum T$ son la sumatoria de pares presentes en el cuerpo, α representa la aceleración rotacional y J representa el momento de inercia.

3.1.2.3 *Tercera ley de Newton*

Esta ley enuncia lo siguiente:

“A toda acción ocurre siempre una reacción de igual magnitud y dirección contraria”

Esta ley expone que por cada fuerza que actúa sobre un cuerpo este genera una reacción de igual magnitud, pero sentido opuesto. Es importante observar que este principio de acción y

reacción relaciona dos fuerzas que no están aplicadas al mismo cuerpo, produciendo en ellos aceleraciones diferentes, según sean sus masas. Por lo demás, cada una de esas fuerzas obedece por separado a la segunda ley de Newton.

3.1.3 Modelado matemático

Cualquier sistema mecánico se puede modelar por medio de la aplicación de las Leyes de Newton. En este apartado se mencionan los elementos más usados para el modelado de sistemas mecánicos.

3.1.3.1 Elementos de inercia

La inercia es el cambio de fuerza (par) necesario para que la aceleración (aceleración angular) presente un cambio unitario. Los elementos de inercia son las masas y los momentos de inercia, y sus ecuaciones son 3.5 y 3.6

$$\text{Inercia (masa)} = \frac{\Delta F}{\Delta a} \left[\frac{N}{\frac{m}{s^2}} \right] \text{ ó } [kg] \quad (3.5)$$

Donde:

ΔF = cambio de la fuerza.

Δa =cambio en la aceleración.

$$\text{Inercia (momento de inercia)} = \frac{\Delta T}{\Delta \alpha} \left[\frac{Nm}{\frac{rad}{s^2}} \right] \text{ ó } [kg.m] \quad (3.6)$$

Donde:

ΔT = cambio en el par.

α = cambio en la aceleración angular.

3.1.3.2 Elementos de Resorte

Un resorte lineal es un elemento mecánico se puede deformar por una fuerza externa, donde la deformación es directamente proporcional a la fuerza (par) que se le aplicó.

Considerando solamente el movimiento traslacional de un resorte, éste se deforma al aplicarle una fuerza (en la misma línea y de la misma magnitud) en cada extremo. La posición original en sus respectivos extremos del resorte son x_1 y x_2 , las cuales se miden desde el mismo marco de referencia, donde la diferencia de ambas será el desplazamiento neto y se relaciona con la fuerza como se muestra en la ecuación 3.7.

$$F = kx = k(x_1 - x_2) \quad (3.7)$$

Donde:

k es la constante del resorte lineal y sus unidades son $\left[\frac{N}{m} \right]$ fuerza entre desplazamiento, y $x_1 - x_2$ es el desplazamiento neto en metros.

En el movimiento rotacional de un resorte rotacional o de torsión, al aplicar un par a los extremos de éste, el desplazamiento angular neto del resorte y el par se relacionan, como se muestra en la ecuación 3.8.

$$T = k\theta = k(\theta_1 - \theta_2) \quad (3.8)$$

Donde:

k es la constante del resorte de torsión y sus unidades son $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$ por entre desplazamiento angular, $\theta_1 - \theta_2$ es el desplazamiento angular neto y sus unidades son radianes.

Cuando la fuerza en un resorte comienza a cambiar por desplazamiento (unitario), el resorte debe considerarse no lineal. Si se sigue estirando el resorte, se romperá. Esto se relaciona con la constante del resorte, para lo cual si k tiene un valor grande, es un resorte duro y si tiene un valor pequeño es un resorte suave de lo cual se concluye que k indica la rigidez del resorte.

La capacitancia mecánica C es el recíproco de k , y se expresa de la siguiente forma:

Para un resorte traslacional:

$$C = \frac{\Delta x}{\Delta F} \left[\frac{m}{N} \right] \quad (3.9)$$

Para un resorte de torsión:

$$C = \frac{\Delta \theta}{\Delta T} \left[\frac{rad}{Nm} \right] \quad (3.10)$$

La capacitancia mecánica y la fuerza o torsión aplicadas a un resorte se relacionan como se muestra en las ecuaciones 3.11 y 3.12.

$$T = \frac{\theta}{C} \quad (3.11)$$

$$F = \frac{x}{C} \quad (3.12)$$

3.1.3.3 Elementos de amortiguadores

Un amortiguador es un elemento mecánico que no almacena energía, la absorbe y la disipa en forma de calor al medio ambiente. Un amortiguador traslacional consiste en un pistón y un cilindro lleno de aceite, este líquido presenta resistencia a cualquier movimiento entre el vástago del pistón y el cilindro. En cada extremo del amortiguador hay una velocidad \dot{x}_1 y \dot{x}_2 , relativas al marco de referencia, al aplicar una fuerza (en la misma dirección y de la misma magnitud) en ambos extremos, la relación entre ambas se representa por en la ecuación 3.13.

$$F = b\dot{x} = b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (3.13)$$

Si se le aplica un par en cada extremo, la relación se muestra en la ecuación 3.14.

$$T = b\dot{\theta} = b(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \quad (3.14)$$

Donde:

b es la constante el coeficiente de fricción viscosa, sus unidades son $\left[\frac{N}{m/s}\right]$ para un amortiguador traslacional y $\left[\frac{Nm}{rad/s}\right]$ para un amortiguador de torsión.

3.1.3.4 Ley de Boyle-Mariotte

Esta ley fue formulada por Robert Boyle y Edme Mariotte, y es aplicada a gases ideales. Esta ley relaciona la presión y el volumen (a temperatura constante) de la siguiente forma:

$$PV = k \quad (3.15)$$

Donde:

k es constante si la temperatura del gas y su masa permanecen constantes.

Según la ecuación 3.15, la presión y el volumen se relacionan inversamente, es decir, cuando aumenta la presión el volumen disminuye y cuando el volumen aumenta, la presión disminuye.

No es necesario conocer el valor de la constante, ya que el comportamiento es el mismo. Para un sistema de doble émbolo, se tienen las ecuaciones 3.16 y 3.17.

$$P_1 V_1 = k \quad (3.16)$$

$$P_2 V_2 = k \quad (3.17)$$

Igualando 3.16 y 3.17 obtiene la ecuación 3.18:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (3.18)$$

Donde:

P_1 = Presión inicial del sistema.

V_1 = Volumen inicial del sistema.

P_2 = Presión final del sistema.

V_2 = Volumen final del sistema.

Esta ley se aplica sólo a gases ideales, un gas ideal es aquel que su comportamiento se puede describir con las leyes de gases ideales (Ecuación de Estado, Ley de Boyle-Mariotte, Ley de Charles, Ley de Gay-Lussac, Ley de Joule, Ley de Avogadro). Muchos gases como el aire, nitrógeno, oxígeno, hidrógeno, gases nobles, y algunos gases pesados pueden ser tratados como gases ideales dentro de condiciones normales de presión y temperatura, aunque generalmente no se comportan como gases ideales a mayores temperaturas (el trabajo realizado por las fuerzas intermoleculares es menos importante comparado con la energía cinética de las partículas) y a menor presión (el tamaño de las moléculas es menos importante comparado con el espacio vacío entre ellas).

Presión y área de contacto

La presión es una magnitud física escalar que relaciona la fuerza con la superficie en la que se aplica la fuerza. Si la fuerza que se aplica es normal a la superficie, de acuerdo a la siguiente ecuación 3.19.

$$P = \frac{F}{A} \left[\frac{Pa}{m^2} \right] \quad (3.19)$$

Donde:

F = Fuerza.

A = Área de la superficie plana en la que se aplica la fuerza.

La ecuación siguiente describe cuando la fuerza tiene cualquier dirección y puede no estar distribuida uniformemente en toda la superficie:

$$P = \frac{dF}{dA} \hat{n} \quad (3.20)$$

Donde:

\hat{n} es el vector unitario perpendicular al área de la superficie donde se aplicará la fuerza.

Las llantas del automóvil se inflan a una presión de 220632.2329 Pa, lo que equivale a 32 psi. Debido a esto los neumáticos tienen mayor elasticidad ante fuertes golpes. El aire dentro de la llanta queda encerrado a mayor presión que la presión atmosférica.

3.2 MODELADO DE SISTEMAS AUTOMOTRICES

3.2.1 Comportamiento de las llantas

La principal función de las llantas es reducir las perturbaciones del terreno, para esto es necesario analizar la rigidez de la llanta. La rigidez de la llanta varía dependiendo de la fuerza vertical la presión de la llanta y la geometría de la misma. La rigidez de la llanta se puede determinar por medio de la ecuación 3.21.

$$c_t = \frac{F_v}{\Delta s} \quad (3.21)$$

Donde:

F_v = Fuerza vertical

Δs =Compresión de la llanta

3.2.2 Modelado de una suspensión

La suspensión de un vehículo tiene como objetivo absorber las desigualdades del terreno sobre el que se desplaza a la vez que mantiene las ruedas en contacto con el pavimento, proporcionando un adecuado nivel de confort y seguridad durante la marcha. Se puede decir que sus funciones básicas son las siguientes:

- Reducción de fuerzas causadas por irregularidades del terreno
- Permitir el correcto control de la dirección del vehículo
- Mantenimiento de la adherencia de los neumáticos a la carretera
- Mantenimiento de la correcta alineación de las ruedas
- Soporte del vehículo
- Mantener la altura óptima del vehículo

El comportamiento del vehículo es en gran medida determinado por el tipo de suspensión que tenga. Una suspensión adecuada permitirá al vehículo tomar curvas a gran velocidad mientras una inadecuada generará derrapones y pérdida del control del vehículo. Para analizar el comportamiento de la suspensión se descompone el vehículo en dos partes:

- Masa suspendida: Está integrada por todos aquellos elementos cuyo peso es soportado por la carrocería o chasis (asientos, motor, carrocería, lámina, entre otros)
- Masa no suspendida: Se encuentra constituida por los componentes que no se encuentran soportados por la carrocería (llantas, Rines, masas, hubs, frenos, entre otros)

El enlace entre ambas masas es el sistema de suspensión que está compuesto por un elemento elástico (ballesta, muelle helicoidal, entre otros) y otro de amortiguación, cuya misión es neutralizar las oscilaciones de la masa suspendida originadas por las irregularidades del terreno.

3.2.3 Dirección Ackermann

El sistema de dirección de Ackermann obtiene su nombre por la geometría con la que se implementa. La geometría Ackerman indica que, cuando un vehículo toma una curva, la rueda interior gira alrededor de un círculo más pequeño que la rueda exterior. Esto es debido a la anchura del vehículo. Para que esto funcione sin que ninguna rueda patine el ángulo de la rueda interna debe ser más cerrado que el de la rueda exterior. Esta geometría es la más utilizada en vehículos convencionales debido que mantiene al mínimo el desgaste de las llantas. Esta geometría se le puede atribuir a Langensperger en 1816, pero fue Rudolph Ackermann quien la patentó en 1817 la teoría básica sobre la cual se sustenta la geometría de Ackermann.

Esta geometría se aplica a vehículos con dirección en las llantas frontales, para evitar desgaste y facilitar que las llantas rueden estas deben de ser tangentes a los círculos que se presentan individualmente en cada llanta al momento del giro. Los centros de ambas circunferencias deben de ser el mismo y se encuentra sobre la línea imaginaria formada por el eje trasero. Estos centros se desplazan a lo largo de esta línea dependiendo del giro. Si este es pequeño el centro se aleja del vehículo en caso contraria se acerca, esto se ilustra en la figura 3.1.

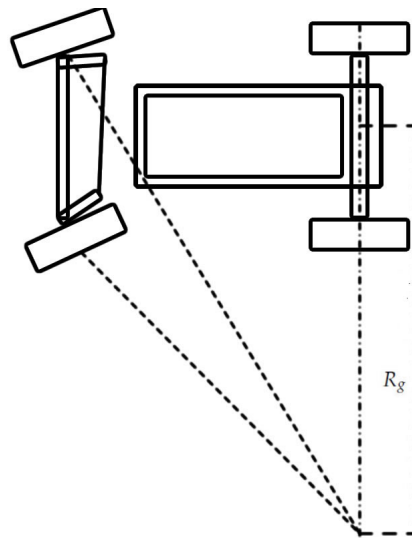


Figura 3.1: Radio de giro

Esta geometría se fundamenta en que si los puntos de pivoteo que conectan la barra de dirección con los puntos de pivoteo de las llantas están más cercanos que los últimos, entonces las ruedas reaccionan diferente durante el giro. La geometría ideal se presenta cuando los brazos de la dirección se dirigen al centro del eje trasero esto se ilustra en la figura 3.2.

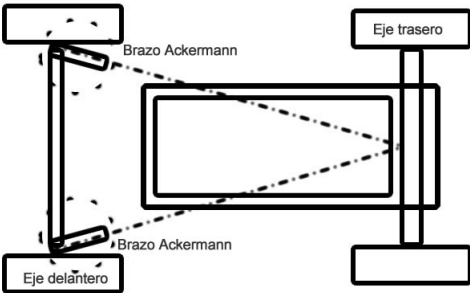


Figura 3.2: Geometría de Ackermann

Parte III

DESARROLLO

MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático que se presenta en este trabajo es de un vehículo todo terreno tipo SAE Baja. Este vehículo se seleccionó debido a que es un vehículo de competencia construido por estudiantes del cual se tiene acceso al diseño mecánico y al vehículo físico para hacer mediciones. En la figura 4.2 se muestra el vehículo físico y el diseño en CAD.

En este capítulo se describe el modelo matemático propuesto para un auto todo terreno tipo SAE baja. Este se encuentra conformado por el modelado de la suspensión considerando su geometría, la cual comúnmente no es tomada en cuenta, el modelado del sistema de propulsión (que se encarga de impulsar al vehículo), el modelado del sistema de dirección (que permite tomar una curva), el sistema de frenado (que está encargado de detener al vehículo), el modelado de la llantas (y su interacción con el terreno). Finalmente se modela el chasis sus las interacciones con los anteriores sistemas. En la Figura 4.1 se muestra el diagrama a bloques del modelo.

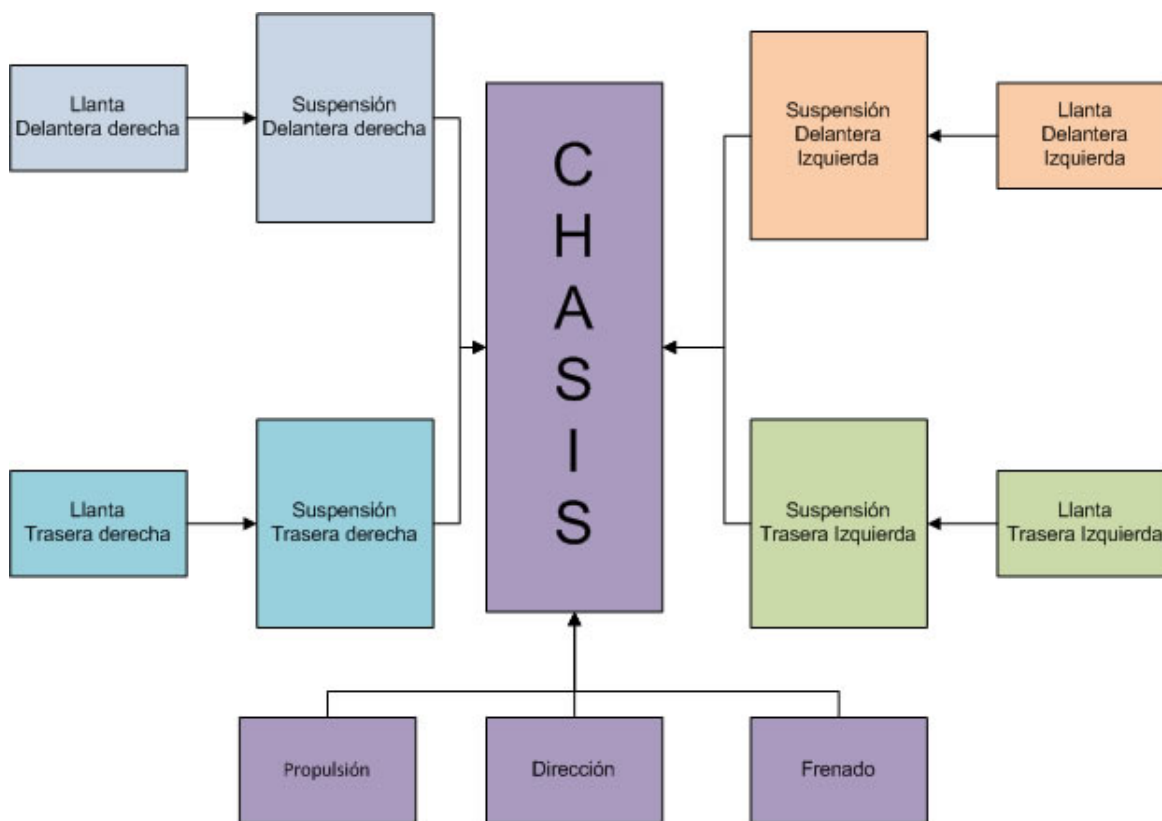
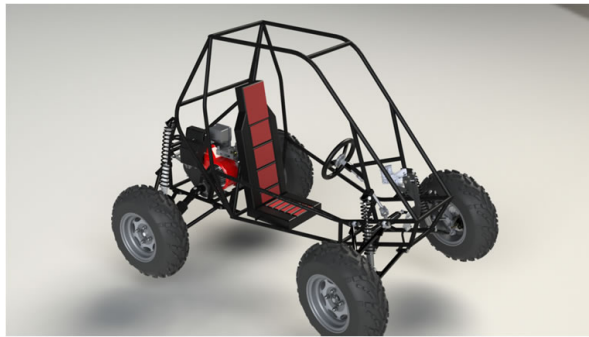


Figura 4.1: Diagrama a bloques del modelo matemático



(a) Diseño CAD



(b) Vehículo físico

Figura 4.2: Vehículo SAE Baja

Al final del capítulo se muestra una lista en la que se describen las literales que se usaron en el modelado.

4.1 MODELADO DE LAS LLANTAS

Para analizar cómo se ve reflejada la geometría del terreno sobre el vehículo es necesario obtener una aproximación del comportamiento de las llantas. Estas se comportan de una manera similar a un sistema de resorte por lo mismo se busca modelar el sistema de esta manera.

4.1.1 Cálculo del área de contacto de la llanta

Uno de los parámetros que se buscan mejorar es garantizar el contacto de las llantas en todo momento. Para tener el área de contacto en función del comportamiento del vehículo se modeló esta área, la cuál es también útil para calcular el resorte equivalente que representa a la llanta en este modelo .

Por la dificultad que se presenta de modelar todas las deformaciones presentes en una llanta al momento de comprimirse, se decidió simbolizar esta deformación como un corte o truncamiento de la llanta, es decir, considerar que esta no se deforma, exclusivamente se comprime. Este corte nos genera un área de contacto de forma rectangular de largo x y ancho y . La figura 4.3 ilustra este corte.

Es necesario determinar cuál es el área de contacto con respecto a la variación de la altura de la llanta Δz_t , la cual se calcula a partir de su geometría, usando trigonometría. Para el cálculo del largo del área de contacto se proponen las ecuaciones 4.1 a 4.4.

$$\alpha_t = \arccos\left(\frac{R_t - \Delta J}{R_t}\right) \quad (4.1)$$

$$\Delta J = Q - \Delta z_t \quad (4.2)$$

$$x_p = R_t \sin(\alpha_t) \quad (4.3)$$

$$x = 2x_p \quad (4.4)$$

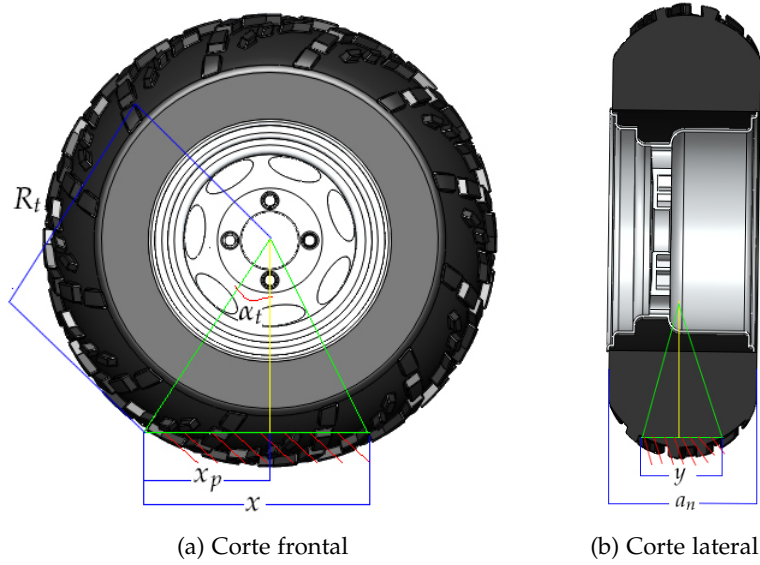


Figura 4.3: Corte de la llanta

Sustituyendo las ecuaciones 4.1 y 4.3 en 4.4 se obtiene 4.5.

$$x = 2R_t \sin(\arccos(\frac{R_t - \Delta J}{R_t})) \quad (4.5)$$

El ancho del área de contacto y se calcula de la misma forma, sin embargo existen dos cambios importantes. El primero es que no se ocupa el radio de la llanta R_t , en lugar de este se usa el radio de la curvatura lateral de la llanta R_n . El segundo cambio es que el ancho se encuentra limitado a un máximo del ancho de la llanta a_n . Esto se expresa en la ecuación 4.6.

$$y = \begin{cases} 2R_n \sin(\arccos(\frac{R_n - \Delta J}{R_n})) & \text{si } 2R_n \sin(\arccos(\frac{R_n - \Delta J}{R_n})) < a_n \\ a_n & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (4.6)$$

Por lo tanto el área de contacto de la llanta se encuentra dada por la ecuación 4.7.

$$A_{ct} = x \cdot y \quad (4.7)$$

4.1.2 Cálculo del volumen de la llanta

El volumen del aire contenido en la llanta se calcula por medio del volumen de un toroide, debido a la forma de la llanta. Este se obtiene por medio de la ecuación 4.8. La figura 4.4 muestra el toroide que conforma la llanta y un corte lateral.

$$V_t = A_{tt} \cdot P_g \quad (4.8)$$

Donde:

A_{tt} = Área transversal de la llanta [m^2]

P_g = Perímetro del toroide calculado al centro de masa del área transversal [m]

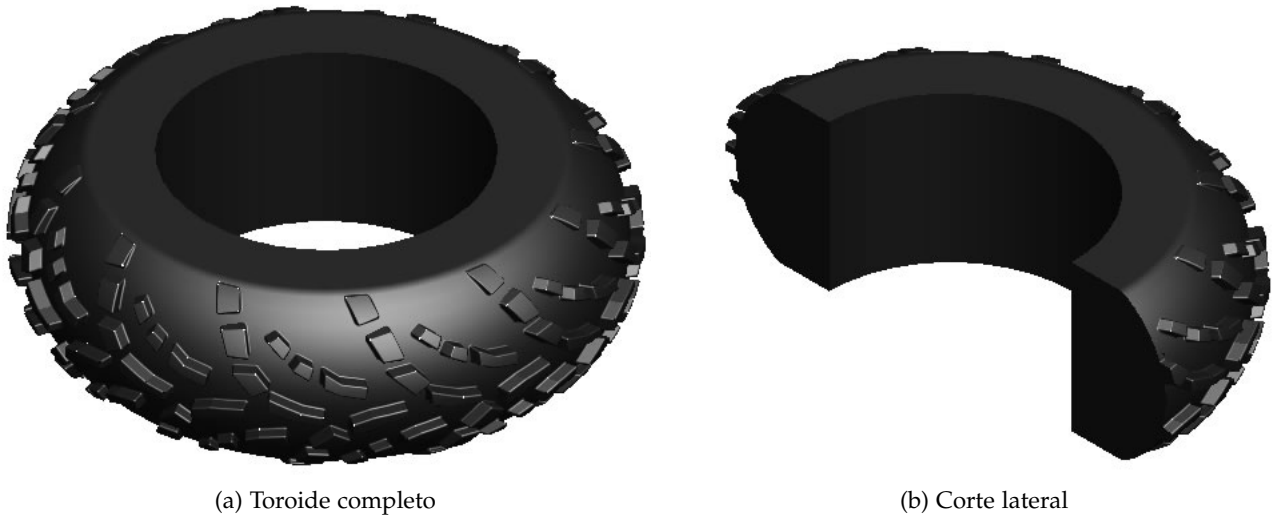


Figura 4.4: Toroide que conforma la llanta

4.1.2.1 Cálculo del área transversal

Como se puede observar en la Figura 4.5 el área trasversal de la llanta está conformada por un rectángulo de altura $h_t - h_c$ y ancho a_n . También de un arco con radio R_n y una altura h_c . Esta área se define en la ecuación 4.9.

$$A_{tt} = A_r + A_a \quad (4.9)$$

Donde:

A_r =Área del rectángulo del área transversal [m^2]

A_a =Área del arco del área transversal [m^2]

R_n =Radio lateral de la llanta [m]

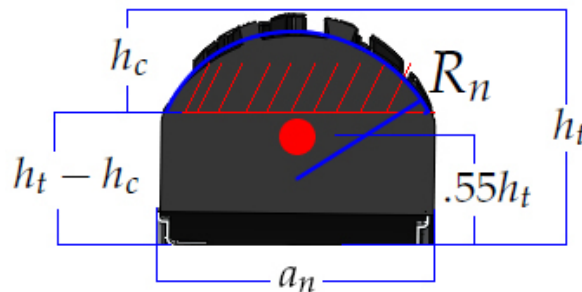


Figura 4.5: Área transversal de la llanta

La distancia h_t se puede calcular a partir de la ecuación 4.10.

$$h_t = \frac{D_t - D_r}{2} \quad (4.10)$$

Donde:

D_t =Diámetro de la llanta [m]

D_r =Diámetro del rin [m]

Para calcular el área del arco A_a se hace uso de la ecuación 4.11. La Figura 4.6 muestra el área del sector.

$$A_a = A_s - A_t \quad (4.11)$$

Donde:

A_s =Área del sector [m^2]

A_t =Área del triángulo [m^2]

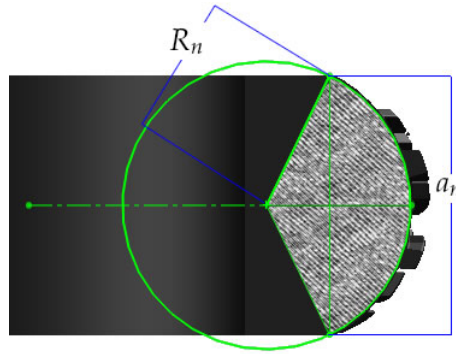


Figura 4.6: Área del sector

A continuación se debe calcular el área del segmento circular, esta se define en la ecuación 4.12.

$$A_s = \frac{R_n^2 \gamma_t}{2} \quad (4.12)$$

Donde el ángulo γ_t debe estar en radianes. Este ángulo se define en la ecuación 4.14. El ángulo β_t se muestra en la figura 4.7.

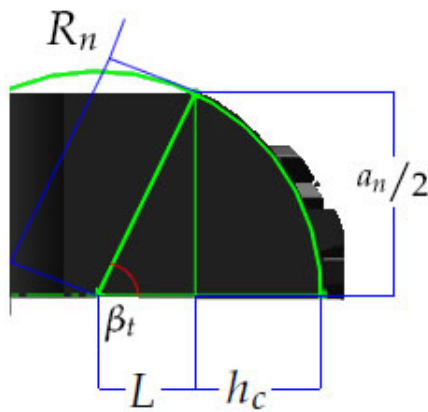


Figura 4.7: Corte del sector lateral

Por trigonometría se define el ángulo β_t en la ecuación 4.13.

$$\beta_t = \arcsin\left(\frac{a_n}{2R_n}\right) \quad (4.13)$$

$$\gamma_t = 2\beta_t \quad (4.14)$$

Sustituyendo 4.13 y 4.14 en la ecuación 4.12 se obtiene la ecuación 4.15.

$$A_s = R_n^2 \arcsin\left(\frac{a_n}{2R_n}\right) \quad (4.15)$$

Posteriormente es necesario calcular el área del triángulo que se forma dentro del sector. Este triángulo tiene altura L y base a_n . La altura se calcula por medio del teorema de Pitágoras, esta se expresa en la ecuación 4.16.

$$L = \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2} \quad (4.16)$$

El área del triángulo se define en la ecuación 4.17.

$$A_t = \frac{a_n \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2}}{2} \quad (4.17)$$

Si se sustituye la ecuación 4.15 y 4.17 en la ecuación 4.11, se puede definir el área del arco en la ecuación 4.18.

$$A_a = R_n^2 \arcsin\left(\frac{a_n}{2R_n}\right) - \frac{a_n \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2}}{2} \quad (4.18)$$

Finalmente es necesario determinar el área del rectángulo que se forma en el área transversal, para esto es necesario obtener el valor de h_c . Este se define en la ecuación 4.19.

$$h_c = R_n - L \quad (4.19)$$

$$h_c = R_n - \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2} \quad (4.20)$$

Tomando en cuenta la ecuación 4.19, se define el área del rectángulo en la ecuación 4.21.

$$A_r = a_n \left(\frac{D_t - D_r}{2} - \left(R_n - \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2} \right) \right) \quad (4.21)$$

Sustituyendo la ecuación 4.18 y 4.21 en 4.9, se obtiene el área transversal. Esta se expresa en la ecuación 4.22.

$$A_{tt} = R_n^2 \arcsin\left(\frac{a_n}{2R_n}\right) - \frac{a_n \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2}}{2} + a_n \left(\frac{D_t - D_r}{2} - R_n + \sqrt{R_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2} \right) \quad (4.22)$$

4.1.2.2 Cálculo del perímetro al centro de masa

Es necesario calcular el perímetro formado al centro de masa del toroide. El cálculo del centro de masa se realizó por medio del software de diseño SolidWorks. Este tiene un radio igual a $.55h_t$ y se ilustra en la figura 4.5. Este perímetro es igual a un círculo y se presenta en la ecuación 4.23.

$$P_g = \pi (2 (.55h_t) + D_r) \quad (4.23)$$

4.1.3 Cálculo del volumen perdido de la llanta

Para realizar la estimación del volumen de la llanta que se comprime se asume que la llanta se trunca en lugar de deformarse. Esto se debe a la dificultad de calcular la deformación de la llanta. Tomando esto en cuenta, el volumen perdido se puede considerar como el volumen de un prisma de altura igual a y con una base igual al arco de la llanta A_p . Este volumen se ilustra en la figura 4.8.

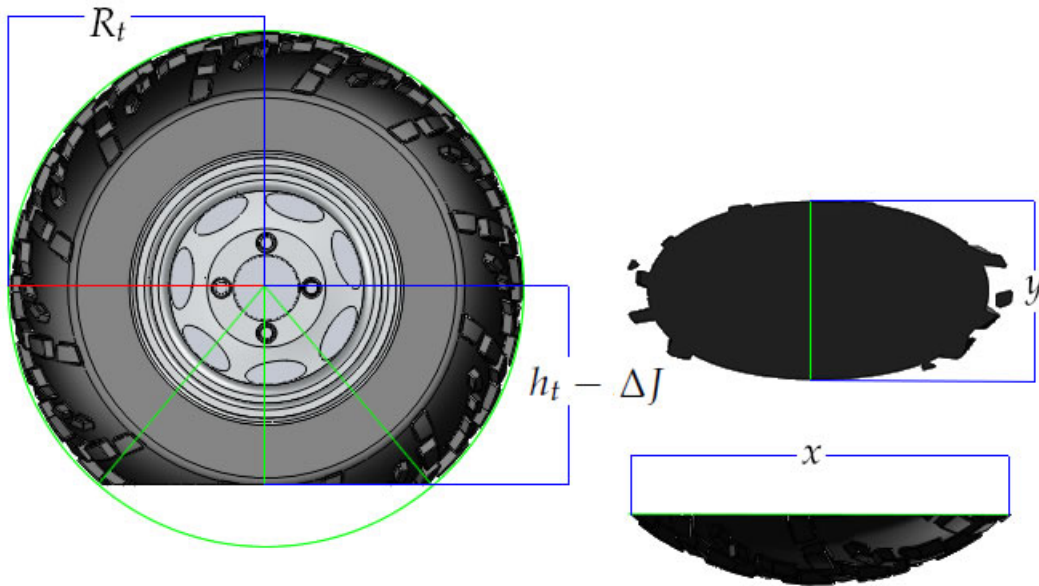


Figura 4.8: Volumen perdido de la llanta debido a la compresión

El área del arco se calcula de la misma manera que se obtuvo la ecuación 4.18. Con la diferencia de que el radio utilizado es el radio de la llanta R_t , y en lugar del ancho de la llanta a_n se usa el largo del área de contacto x . Esta se expresa en la ecuación 4.24.

$$A_p = R_t^2 \arcsin \left(\frac{x}{2R_t} \right) - \frac{x(R_t - \Delta J)}{2} \quad (4.24)$$

Para calcular el volumen perdido se ocupa la ecuación 4.25.

$$V_p = y \left(R_t^2 \arcsin \left(\frac{x}{2R_t} \right) - \frac{x(R_t - \Delta J)}{2} \right) \quad (4.25)$$

4.1.4 Cálculo de la fuerza ejercida por la llanta

Para calcular la fuerza que ejerce la llanta contra el suelo es necesario considerar la presión a la que se infla la llanta y la compresión o cambio de volumen que presenta la llanta. Esta relación se puede realizar por medio de la ecuación de los gases ideales 4.26.

$$V_t P_t = P_c V_c \quad (4.26)$$

Donde:

V_t =Volumen de la llanta [m^3]

P_t =Presión de la llanta [Pa]

V_c =Volumen restante después de la compresión [m^3]

P_c =Presión resultante después de la compresión [m^3]

El volumen restante después de la compresión se define en la ecuación 4.27.

$$V_c = V_t - V_p \quad (4.27)$$

Despejando P_c de la ecuación 4.26 y sustituyendo la ecuación 4.27, se obtiene la ecuación 4.28.

$$P_c = \frac{V_t P_t}{V_t - V_p} \quad (4.28)$$

Para conocer la fuerza que la llanta aplica al estar en contacto con el suelo, se ocupa la definición de presión 4.29. Posteriormente, se calcula el resorte equivalente a esta fuerza por medio de la ecuación para poder vincularla con el resto del modelo 4.30.

$$F_e = P_c A_{ct} \quad (4.29)$$

$$K_t = \frac{F_e}{\Delta J} \quad (4.30)$$

Cabe mencionar que si la llanta no está en contacto con el suelo, la ecuación anterior se debe tratar como un caso especial en que la fuerza de empuje F_e es igual a 0.

4.2 CÁLCULO DE LA SUSPENSIÓN DELANTERA

La suspensión delantera es un sistema de doble brazo, también conocido como sistema de doble horquilla o doble A por la forma de los brazos. Este caso en particular el amortiguador se encuentra sujeto a la horquilla inferior, esta configuración genera que los ángulos a los cuales se transmiten las fuerzas, cambien constantemente. En la figura 4.9 se muestra un diagrama de la suspensión delantera.

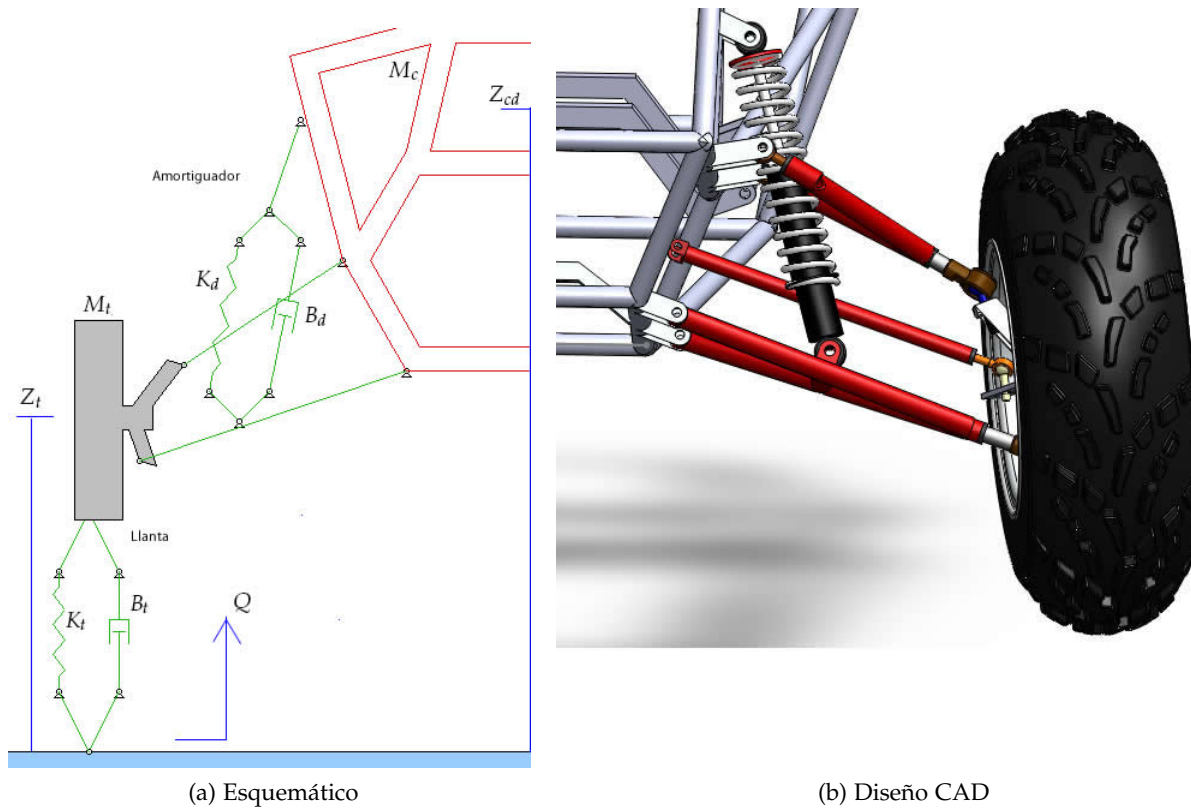


Figura 4.9: Diagrama de la suspensión delantera

Donde:

B_d =La constante de amortiguamiento del amortiguador [kg/s]

K_d =La constante de resorte del amortiguador [kg/s²]

Z_{cd} = Distancia del chasis a la referencia del suelo [m]

Z_t = Distancia del suelo al centro de masa de la llanta [m]

B_t =El coeficiente de amortiguamiento de la llanta [kg/s]

K_t =El coeficiente del resorte de la llanta [kg/s²]

Q =Desplazamiento del suelo [m]

4.2.1 Cálculo de los ángulos de la suspensión delantera

Con el objetivo de determinar los cambios en la geometría de la suspensión delantera, se realizaron las mediciones de los mismos en el software de diseño SolidWorks [35]. La Figura 4.10 muestra el diagrama de la geometría realizado en SolidWorks.

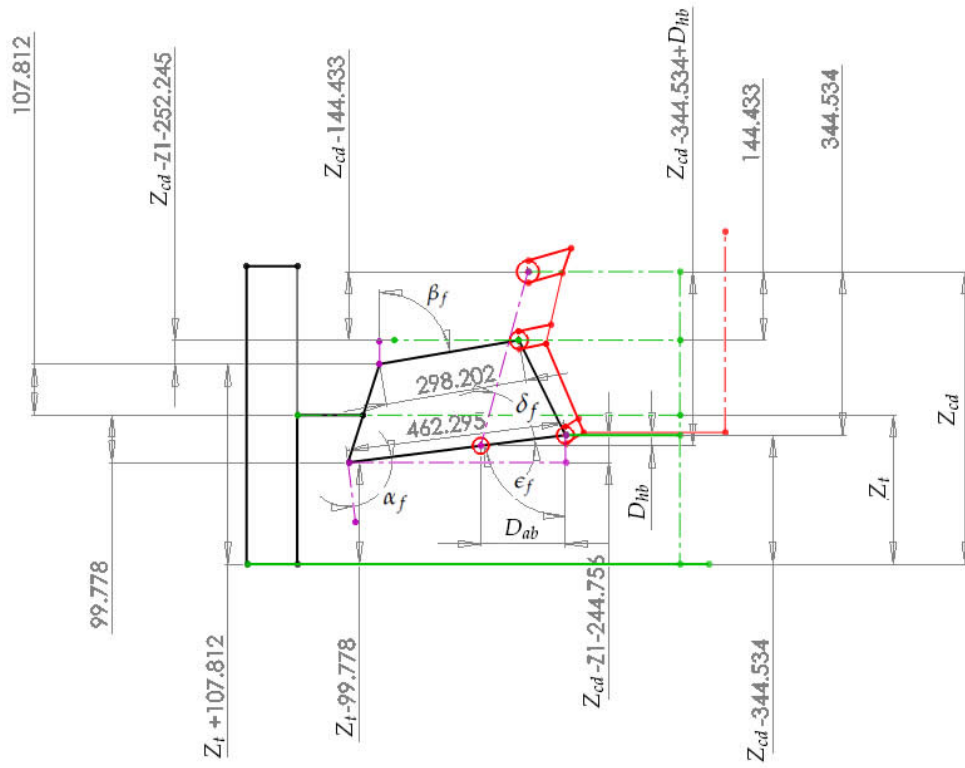


Figura 4.10: Geometría de la suspensión delantera

Los ángulos se calculan por medio de trigonometría y se expresan en las ecuaciones (4.34 a 4.34).

$$\epsilon_f = \arccos\left(\frac{Z_{cd} - Z_t - .244756}{.462295}\right) \quad (4.31)$$

$$\alpha_f = \epsilon_f \quad (4.32)$$

$$\beta_f = \arccos\left(\frac{Z_{cd} - Z_t - .252245}{.298202}\right) \quad (4.33)$$

$$\delta_f = \arctan\left(\frac{.344535 + D_{hb}}{D_{ab} - .079060}\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon_f\right) \quad (4.34)$$

Donde:

$$D_{hb} = 180 \cos(\epsilon_f) \quad (4.35)$$

$$D_{ab} = 180 \sin(\epsilon_f) \quad (4.36)$$

Como el vehículo va a sufrir desplazamientos de acuerdo a los cambios del terreno o a los cambios de velocidad, es necesario tomar en cuenta que las distancias Z_{cd} y Z_t varían. Con el objetivo de conocer la distancia real en cada momento se hace uso de las ecuaciones 4.37 y 4.38.

$$Z_{cd} = Z_{0cd} + \Delta z_c \quad (4.37)$$

$$Z_t = Z_{0t} + \Delta z_t \quad (4.38)$$

Donde:

Z_{0cd} =Distancia inicial medida de la referencia del suelo ala referencia delantera del chasis [m]

Z_{0t} =Distancia inicial medida de la referencia del suelo al centro de la llanta [m]

4.2.2 Análisis de fuerzas

Con el objetivo de determinar las fuerzas involucradas en el sistema de suspensión, este se dividió en dos elementos principales, la masa no suspendida y el brazo inferior de la suspensión.

4.2.2.1 Análisis de la fuerzas en la masa no suspendida

La masa no suspendida es aquella que interactúa directamente con los cambios del terreno, esta fuerza es atenuada por la llanta, en el diagrama se simboliza como F_t , para contrarrestarla se encuentra la fuerza del amortiguador, el cual se encuentra sujeto al brazo inferior de la suspensión delantera, esta fuerza se transmite por el brazo inferior y se simboliza por medio de F_{bi} , las fuerzas que interactúan para producir la fuerza del brazo inferior se analiza posteriormente.

Para mantener la llanta vertical, interactúan los brazos de la suspensión , principalmente el brazo superior, en el caso de la suspensión delantera. Esta fuerza se simboliza en el diagrama como F_{bs} . La Figura 4.11 muestra el diagrama de cuerpo libre de la masa no suspendida en donde se representan las fuerzas previamente mencionadas.

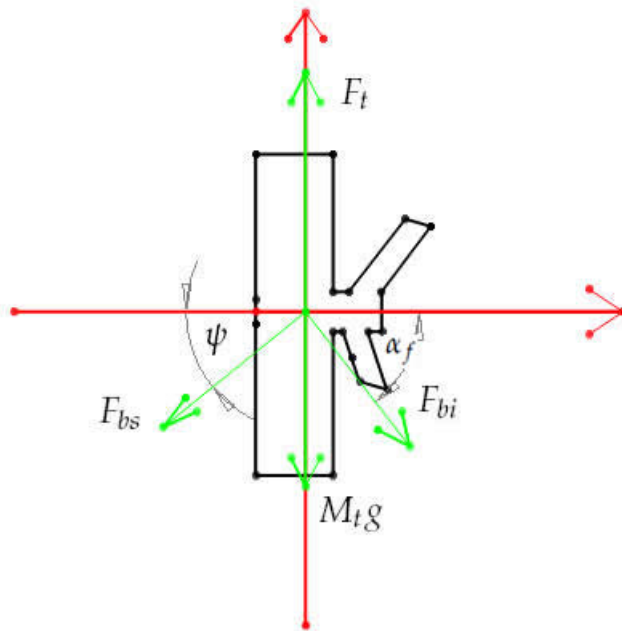


Figura 4.11: Diagrama de cuerpo libre de la masa no suspendida delantera

Donde:

F_{bi} = La fuerza del brazo inferior de la suspensión [N]

F_{bs} = La fuerza del brazo superior de la suspensión [N]

$M_t g$ = El peso de la masa no suspendida [N]

F_t = La fuerza con la que la llanta empuja la masa no suspendida [N]

La fuerza del amortiguador F_t se define en la ecuación 4.39.

$$F_t = K_t (Q - \Delta z_t) + B_t (\dot{Q} - \dot{\Delta z}_t) \quad (4.39)$$

Donde:

Δz_t = La variación de altura de la llanta [m]

Q = Desplazamiento del suelo [m]

B_t = El coeficiente de amortiguamiento de la llanta [kg/s]

K_t = El coeficiente del resorte de la llanta [kg/s²]

La dirección de F_{bi} es perpendicular al brazo inferior y se calcula a partir del análisis de momentos del brazo inferior.

La dirección de F_{bs} es la misma que la del brazo superior, ya que este actúa como columna a compresión y evita que la llanta pierda su verticalidad.

Realizando la sumatoria de fuerzas en ambos ejes se obtienen las siguientes ecuaciones :

$$\sum F_x = M \ddot{\Delta z}_t = K_t (Q - \Delta z_t) + B_t (\dot{Q} - \dot{\Delta z}_t) - F_{bi} \sin \alpha_f - F_{bs} \sin \psi - M_t g \quad (4.40)$$

$$\sum F_y = F_{bi} \cos \alpha_f - F_{bs} \cos \psi = 0 \quad (4.41)$$

El ángulo ψ no ha sido definido, pero al ser el ángulo complementario a β_f se la define como:

$$\psi = 90 - \beta_f \quad (4.42)$$

Sustituyendo 4.42 en las ecuaciones 4.40, 4.41 y realizando las sustituciones trigonométricas, se obtiene:

$$\sum F_x = M_t \ddot{\Delta z}_t = K_t (Q - \Delta z_t) + B_t (\dot{Q} - \dot{\Delta z}_t) - F_{bi} \sin \alpha_f - F_{bs} \cos \beta_f - M_t g \quad (4.43)$$

$$\sum F_y = F_{bi} \cos \alpha_f - F_{bs} \sin \beta_f = 0 \quad (4.44)$$

4.2.2.2 Análisis de fuerzas en el brazo inferior

El brazo inferior es un elemento crucial de la suspensión delantera debido a que es el punto de sujeción del amortiguador, la fuerza de este se representa por medio del símbolo F_D . El brazo inferior se encuentra anclado al chasis en un punto donde se puede presentar un movimiento rotacional, se calcula la sumatoria de momentos en el punto donde se sujeta el brazo al chasis. Las fuerzas que interactúan en el brazo se muestran en el diagrama de la figura 4.12.

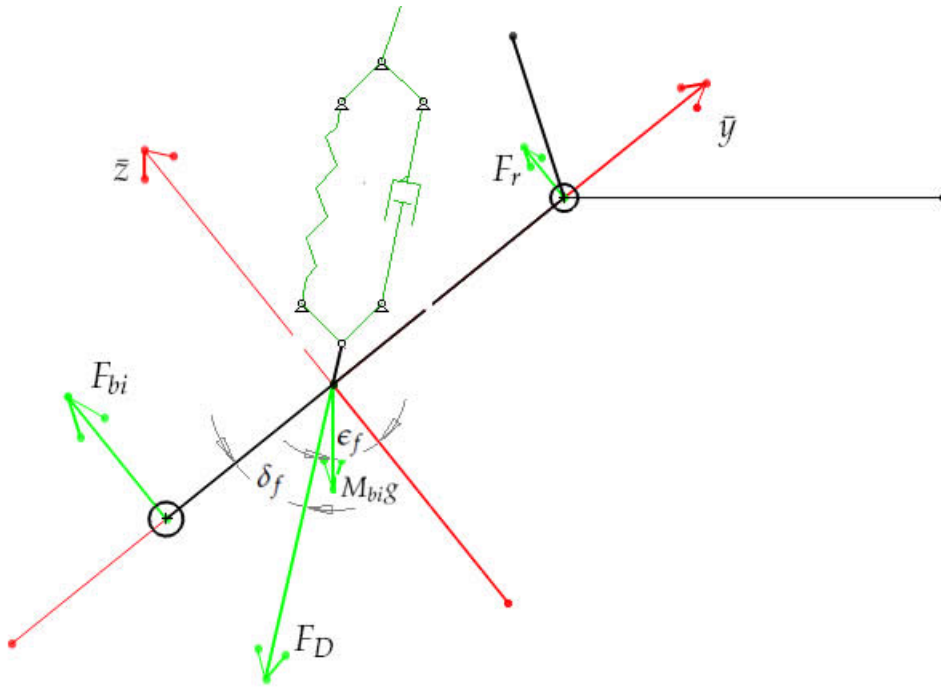


Figura 4.12: Diagrama de fuerzas en el brazo inferior delantero

Donde:

F_D = La fuerza del amortiguador [N]

$M_{bi}g$ = El peso del brazo inferior [N]

F_r = La fuerza de fricción [N]

F_{bi} = La fuerza del brazo inferior de la suspensión, misma magnitud pero dirección opuesta debido a la tercera Ley de Newton [N]

Primero se considera cómo gira la barra, considerando como punto de rotación el punto donde se asegura el brazo al chasis, la sumatoria de momentos se expresa en la ecuación 4.45.

$$\sum M_y = F_{bi}d_t - (M_{bi}g) d_c \cos \epsilon_f - F_D d_a \sin \delta_f - F_{rbi}d_r = 0 \quad (4.45)$$

Donde:

d_t =La distancia total del brazo inferior [m]

d_c = La distancia del punto de rotación al centro de masa [m]

d_a = La distancia del punto de rotación al amortiguador [m]

d_r =La distancia del punto de rotación a la fuerza de fricción [m]

El amortiguador transmite fuerza tanto perpendicular, al brazo inferior, como a través de él esta última es importante porque afecta al sistema como una fuerza de fricción. La fuerza colineal al brazo se calcula por medio de la ecuación 4.46.

$$\sum F_{\bar{y}} = F_D \cos \delta_f + M_{bi}g \sin \epsilon_f = N_{bi} \quad (4.46)$$

Y la fuerza del amortiguador está dada por:

$$F_D = K_d (\Delta z_c - \Delta z_t) + B_d (\dot{\Delta z}_c - \dot{\Delta z}_t) \quad (4.47)$$

Donde:

Δz_c = La variación de la altura del chasis [m]

Δz_t = La variación de la altura de la llanta [m]

Finalmente la fuerza de fricción es descrita por la ecuación 4.48.

$$F_{rbi} = \mu_{bi} N_{bi} \quad (4.48)$$

Se debe tomar en cuenta que la fuerza del amortiguador ya considera el signo, que la fuerza de fricción siempre se opone al movimiento. Con esto ultimo, la ecuación 4.45 se expresa en la ecuación 4.49

$$\sum M_y = F_{bi} d_t - (M_{bi} g) d_c \cos \epsilon_f + F_D d_a \sin \delta_f - F_{rbi} d_r = 0 \quad (4.49)$$

4.3 CÁLCULO DE LA SUSPENSIÓN TRASERA

La suspensión trasera se encuentra conformada por un sistema de doble brazo conocido como doble A y en este caso, a diferencia de la suspensión delantera, el amortiguador se encuentra directamente anclado a la masa no suspendida, el diagrama se muestra en la Figura 4.13.

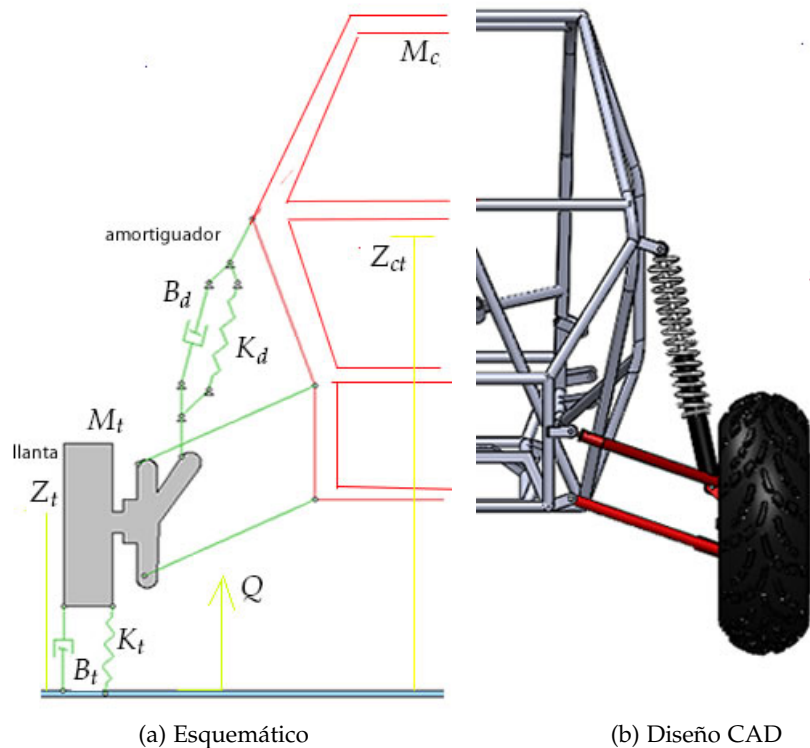


Figura 4.13: Diagrama de la suspensión trasera

Donde:

B_d = La constante de amortiguamiento del amortiguador [kg/s]

- K_d = La constante de resorte del amortiguador [kg/s²]
- Z_{ct} = Distancia de la referencia trasera del chasis a la referencia del suelo [m]
- Z_t = Distancia del suelo al centro de masa de la llanta [m]
- B_t = El coeficiente de amortiguamiento de la llanta [kg/s]
- K_t = El coeficiente del resorte de la llanta [kg/s²]
- Q = Desplazamiento del suelo [m]

4.3.1 Cálculo de los ángulos de la suspensión trasera

Es necesario determinar los cambios de geometría en la suspensión trasera, ya que esto influye directamente en la dinámica de la misma. Para determinar el comportamiento de estos ángulos se obtuvo el diagrama de la suspensión a partir de las mediciones realizadas en SolidWorks [35]. El diagrama se muestra en la Figura 4.14.

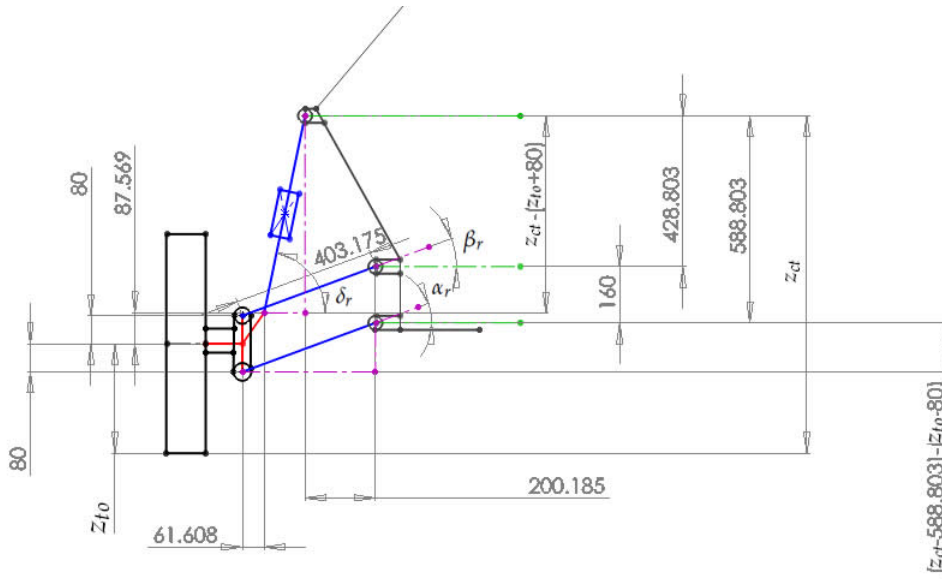


Figura 4.14: Geometría de la suspensión trasera

El cálculo de ángulos se realiza por medio de trigonometría y se obtienen las ecuaciones 4.50 a 4.52.

$$\alpha_r = \arcsin \frac{Z_{ct} - Z_t - 0.508803}{0.403175} \tag{4.50}$$

$$\beta_r = \alpha_r \tag{4.51}$$

$$\delta_r = \arctan \frac{Z_{ct} - Z_t - 0.080}{0.403175 \cos \alpha_r - 0.261793} \tag{4.52}$$

Donde :

$$Z_{ct} = Z_{0ct} + \Delta z_c \tag{4.53}$$

$$Z_t = Z_{0t} + \Delta z_t \tag{4.54}$$

4.3.2 Análisis de fuerzas

Todas las fuerzas presentes en el sistema de suspensión trasera interactúan en la masa no suspendida, por lo mismo es necesario analizarla a fondo. El primer análisis se realiza considerando únicamente la masa como un brazo de torsión, posteriormente se analiza la sumatoria de fuerzas.

4.3.2.1 Cálculo para el brazo de torsión

Con el objetivo de comprender cómo se comportan las fuerzas de los brazos de la suspensión, se realizó el análisis de su función primaria, mantener la llanta vertical, por esto se decidió analizar la llanta como un brazo a torsión. La Figura 4.15 muestra las fuerzas que interactúan a torsión con la llanta.

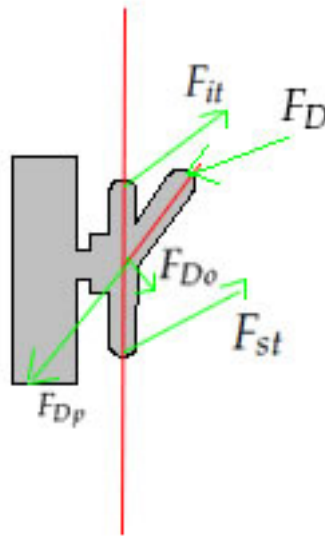


Figura 4.15: Diagrama de torsión de la llanta

Las fuerzas que interactúan en la rotación de la llanta son la fuerza de los brazos de la suspensión F_{it} y F_{st} , la fuerza del amortiguador F_D . Esta última no se aplica directamente a la barra. Posteriormente la barra se analiza a torsión. Como se aplica a un soporte que se encuentra en contacto con la barra podemos dividir la fuerza del amortiguador en dos fuerzas, las que se transmiten a través del soporte F_{D_p} y la fuerza perpendicular al soporte F_{D_0} .

Es necesario conocer cuáles son las fuerzas derivadas del amortiguador que intervienen en la sumatoria de momentos de la barra. Para conseguir esto, se considera otra pequeña barra que viene a ser el pequeño brazo en el que se sujeta el amortiguador. Para lograr este cálculo se realiza una rotación de los ejes esta se muestra en la Figura 4.16.

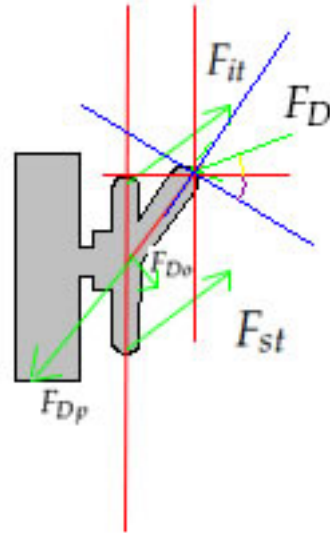


Figura 4.16: Diagrama de rotación de los ejes

Los ejes se rotan 54.87° , tomando en cuenta esta rotación se obtienen las fuerzas generadas por el amortiguador. Estas se expresan en las ecuaciones 4.55 y 4.56.

$$F_{Do} = F_D \cos(54.87 + \delta_r) \quad (4.55)$$

$$F_{Dp} = F_D \cos(54.87 + \delta_r) \quad (4.56)$$

Si se calcula la sumatoria de momentos de la llanta en el centro de la barra, se obtiene la ecuación 4.57.

$$\sum M = F_{it} \cos(\alpha_r) - F_{st} \cos(\beta_r) = 0 \quad (4.57)$$

Por la ecuación 4.51 se sabe que α_r y β_r son iguales, por lo tanto se puede reescribir la ecuación 4.57, despejando en esta nueva ecuación se obtiene la ecuación 4.58.

$$\sum M = F_{it} \cos(\alpha_r) - F_{st} \cos(\alpha_r) = 0 \quad (4.58)$$

$$F_{it} \cos(\alpha_r) = F_{st} \cos(\alpha_r) \quad (4.59)$$

$$F_{it} = F_{st} \quad (4.60)$$

4.3.2.2 Diagrama de cuerpo libre de la masa no suspendida

Como en el caso de la suspensión delantera, la masa suspendida se ve afectada directamente por las perturbaciones del suelo, esta fuerza se simboliza F_t . Otra fuerza que afecta a la masa no suspendida es la fuerza producida por los brazos de la suspensión, simbolizada por F_b . La principal diferencia que presenta esta suspensión con la suspensión delantera es que el amortiguador se sujeta directamente en la masa no suspendida, esta fuerza se simboliza como F_D . En la Figura 4.11 se muestra el diagrama de las fuerzas que interactúan en la masa no suspendida.

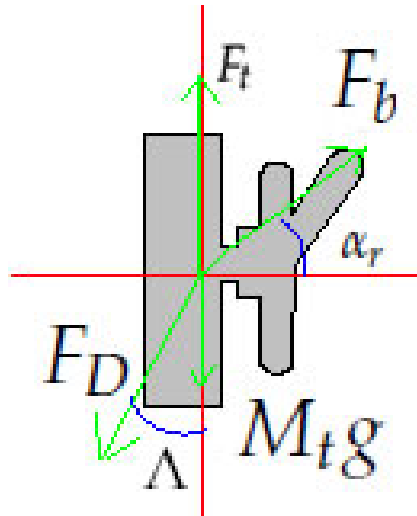


Figura 4.17: Diagrama de cuerpo libre masa no suspendida de la suspensión trasera

La fuerza de los brazos se define en la ecuación 4.61.

$$F_b = F_{it} + F_{st} \quad (4.61)$$

Donde:

F_{it} =Fuerza del brazo inferior trasero [N]

F_{st} =Fuerza del brazo superior trasero [N]

La sumatoria de fuerzas del diagrama de cuerpo libre se expresa en la ecuación 4.62 y 4.63.

$$\sum F_y = M_t \ddot{\Delta z}_t = F_t + F_b \sin(\alpha_r) - F_D \cos(\Lambda) - M_t g \quad (4.62)$$

$$\sum F_x = F_D \sin(\Lambda) - F_b \cos(\alpha_r) = 0 \quad (4.63)$$

Donde es el ángulo complementario de δ_r y se define en la ecuación 4.64.

$$\Lambda = 90 - \delta_r \quad (4.64)$$

Sustituyendo 4.64 en 4.62 y 4.63 se obtiene las ecuaciones 4.65 y 4.66.

$$\sum F_y = M_t \ddot{\Delta z}_t = F_t + F_b \sin(\alpha_r) - F_D \sin(\delta_r) - M_t g \quad (4.65)$$

$$\sum F_x = F_D \cos(\delta_r) - F_b \cos(\alpha_r) = 0 \quad (4.66)$$

La Fuerza del amortiguador se define en la ecuación 4.67.

$$F_D = K_d (\Delta z_c - \Delta z_t) + B_d (\dot{\Delta z}_c - \dot{\Delta z}_t) \quad (4.67)$$

4.4 MODELADO DE SISTEMA DE FRENADO

El sistema de frenado que se presenta en este trabajo es hidráulico, se encuentra montado a las cuatro llantas y usa discos ventilados. El sistema se encuentra encargado de detener el movimiento del vehículo. En la Figura 4.18 se muestran las fuerzas que interactúan al momento de frenar al vehículo.

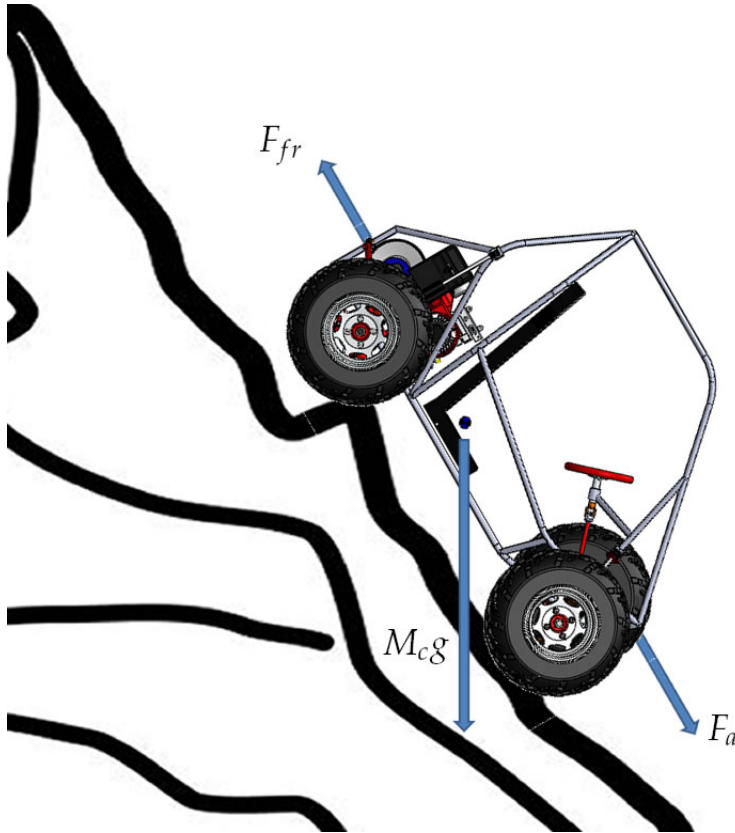


Figura 4.18: Esquema de frenado y aceleración

De la Figura 4.18 se puede obtener la ecuación 4.68.

$$M_c \Delta \ddot{x} = F_a - F_{fr} + M_c g \sin(\theta_{pitch}) \quad (4.68)$$

Donde:

F_a = Fuerza de aceleración [n]

F_{fr} = Fuerza de frenado [N]

El sistema de frenado de una llanta está conformado por el pedal, la bomba hidráulica, el caliper y el disco ventilado que se encuentra sujeto a la llanta. Un esquemático de este sistema se muestra en la Figura 4.19.



Figura 4.19: Esquema de sistema de frenado

4.4.1 Cálculo de la fuerza del pedal

El pedal del sistema de frenado es un elemento mecánico que facilita al conductor la activación de los frenos, este sistema se ilustra en la Figura 4.20. El pedal se puede analizar como una barra que rota sobre un pivote. Las fuerzas que interactúan en esta barra son, la fuerza que ejerce el conductor sobre el pedal f_p , y la fuerza que ejerce el pedal sobre las bomba hidráulica f_b .

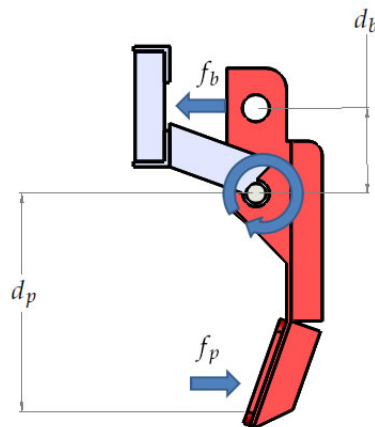


Figura 4.20: Diagrama de fuerzas del pedal

Realizando la sumatoria de momentos se obtienen las ecuaciones 4.69 y 4.70.

$$f_p d_p = f_b d_b \quad (4.69)$$

$$f_b = \frac{f_p d_p}{d_b} \quad (4.70)$$

4.4.2 Cálculo de la fuerza hidráulica

La fuerza hidráulica que produce la bomba de frenos se puede obtener a partir de la definición de presión esta se expresa en las ecuaciones 4.71 y 4.72.

$$P_b = \frac{f_b}{A_b} \quad (4.71)$$

$$A_b = \pi R_b^2 \quad (4.72)$$

A su vez se define la fuerza del caliper en las ecuaciones 4.73 y 4.74.

$$f_c = P_b A_c \quad (4.73)$$

$$A_c = \pi R_c^2 \quad (4.74)$$

Si se sustituye la ecuación 4.71 en la ecuación 4.73, se obtiene la ecuación 4.75.

$$f_c = \frac{f_b \pi R_c^2}{\pi R_b^2} \quad (4.75)$$

4.4.3 Cálculo de la fuerza del disco de frenos

La fuerza que el caliper ejerce sobre el disco de frenado se puede transformar a un momento de frenado con un brazo de palanca igual al radio del disco R_d , cabe mencionar que la fuerza no se transmite íntegramente, sino que se ve afectada por la constante de fricción μ_{fr} . Esto se ilustra en la Figura 4.21.

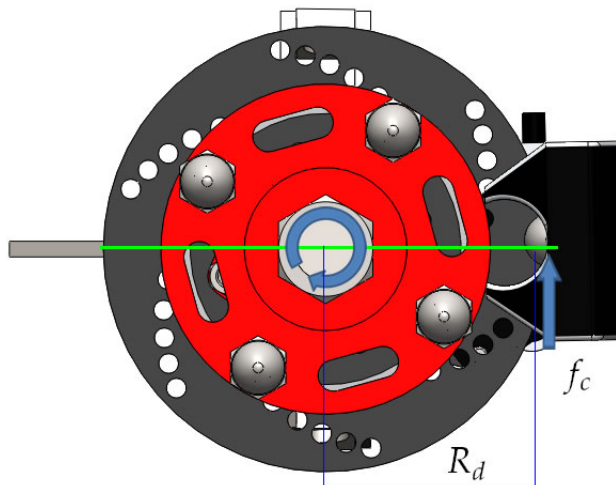


Figura 4.21: Esquemático del disco de frenos

La sumatoria de momentos en el disco de frenos se expresa en la ecuación 4.76.

$$m_{fr} = \mu_{fr} f_c R_d \quad (4.76)$$

Donde:

R_d =Radio del disco de frenos [m]

Posteriormente, se calcula la fuerza que ejerce la llanta contra el piso, esta se calcula transformando el momento en fuerza de contacto con el terreno. Esto se ilustra en la figura 4.22. La fuerza de frenado se define en la ecuación 4.77.

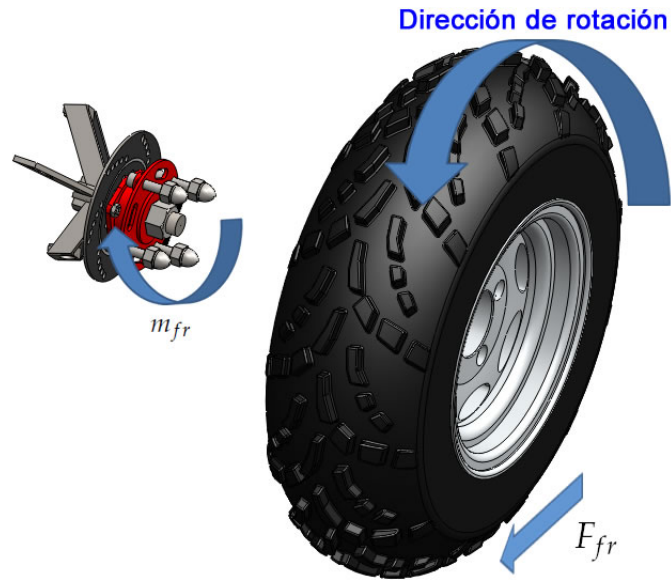


Figura 4.22: Diagrama de frenado de la llanta

$$F_{fv} = m_{fr} R_t \quad (4.77)$$

En el caso del frenado se debe considerar un caso especial cuando se derrapa la llanta, es decir, cuando la fuerza con la que se está frenado el coche es mayor a la fuerza de fricción que ejercen las llantas contra el piso. Para determinar cuándo se excede la fuerza de frenado y supera la fuerza de fricción, hay que calcular la fuerza de fricción con la cual las llantas se empiezan a derrapar contra el suelo, esto se realiza por medio de la ecuación 4.78.

$$F_{fmax} = \mu_{tg} N_t \quad (4.78)$$

Donde:

N_t = Fuerza de empuje de la llanta [N]

μ_{tg} = Coeficiente de fricción del suelo contra la llanta s/u

La fuerza normal se puede calcular fácilmente ya que es igual a la fuerza que genera el suelo hacia las llantas que se obtuvo previamente en la ecuación 4.29, también se puede definir por medio de la ecuación 4.79.

$$N_t = K_t \Delta J \quad (4.79)$$

Con el objetivo de determinar cuándo se genera una fuerza lo suficientemente grande para generar que las llantas se bloquen y por consiguiente el vehículo se derrape, se calcula el momento máximo que se puede presentar en el disco de frenos, para esto se utiliza la ecuación 4.80.

$$m_{fmax} = F_{fmax}R_t \quad (4.80)$$

Por lo tanto, la fuerza con la frena el vehículo se define en la ecuación 4.81.

$$F_{fr} = \begin{cases} F_{fv} & m_{fr} \leq m_{fmax} \\ \mu_{td}N_t & m_{fr} > m_{fmax} \end{cases} \quad (4.81)$$

Donde:

μ_{td} = Coeficiente de fricción dinámico del suelo contra la llanta ^{S/U}

4.5 SISTEMA DE PROPULSIÓN

El sistema de propulsión se encuentra conformado por el motor del vehículo, la transmisión fija y una transmisión variable CVT. El motor se ilustra en la Figura 4.23.

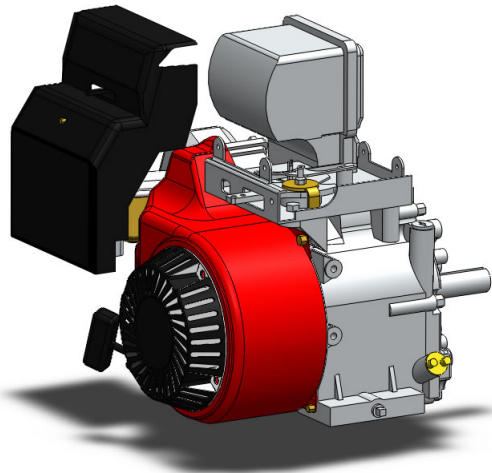


Figura 4.23: Motor Briggs & Stratton Model 205432

4.5.1 Modelado del Motor

El funcionamiento del motor se caracterizó por medio de las curvas de comportamiento proporcionadas por el fabricante, estas se ilustran en la Figura 4.24. La caracterización de las curvas de comportamiento se obtuvieron de la tesis “Transmisión electrónica dual”[8]

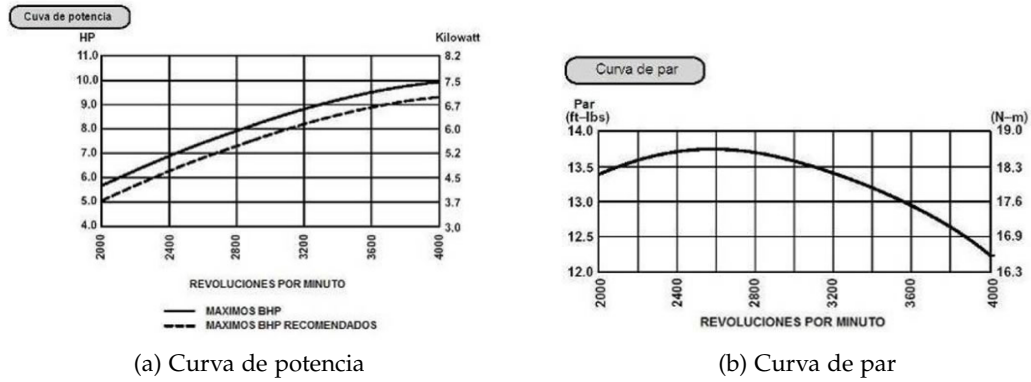


Figura 4.24: Curvas de comportamiento del motor [8]

El primer paso es caracterizar la curva de par otorgada por el fabricante, esto se realizó por medio de una aproximación polinomial, con el objetivo de reducir los coeficientes de este polinomio se usaron los valores de las RPM divididos entre cien. El polinomio utilizado se muestra en la ecuación 4.82 y los coeficientes resultantes de este polinomio se muestran en la Tabla 4.1.

$$W_m = C_1 x_a^3 + C_2 x_a^2 + C_3 x_a + C_4 \tag{4.82}$$

C_1	C_2	C_3	C_4
0.00014787	-0.02352127	0.91962704	8.03081585

Tabla 4.1: Coeficientes del polinomio para la curva de par

Es necesario encontrar qué relación existe entre el acelerador y el motor. Para esto se realiza la consideración que el acelerador influye de manera lineal en el comportamiento del motor. Para representar este comportamiento se toman en cuenta dos parámetros. El primero es que cuándo el acelerador no presenta ningún desplazamiento el motor presenta las revoluciones mínimas y el segundo parámetro es que, cuando el acelerador presenta todo el recorrido, el motor se encuentra en su máximo de revoluciones. Esto se ilustra en la Tabla 4.2. El desplazamiento del acelerador se encuentra acotado entre 0 y 1, donde 0 representa cuando el acelerador no presenta desplazamiento y 1 cuando el acelerador presenta todo su recorrido.

acelerador	rp_{motor}
y_a	x_a
0	20
1	40

Tabla 4.2: Parámetros del acelerador

Donde:

$$rp_{motor} = rpm \text{ del motor entre } 100$$

Como se mencionó anteriormente, el comportamiento del acelerador se considera lineal, por este motivo se ajustan estos valores a una recta que representará todo el recorrido del acelerador, esta recta se representa en las ecuaciones 4.83 y 4.84.

$$m_a = \frac{y_{a1} - y_{a2}}{x_{a1} - x_{a2}} = \frac{40-20}{1-0} = 20 \quad (4.83)$$

$$y_a = 20x_a + 20 \quad (4.84)$$

4.5.2 Modelado de la Transmisión variable continua y la Transmisión fija

La transmisión variable continua o CVT (Continuously Variable Transmission) por sus siglas en inglés, es un sistema de transmisión de potencia que multiplica el par, reduciendo las revoluciones por minuto. El sistema consta de dos poleas que son capaces de variar su diámetro y están conectadas por medio de una banda en V. La polea motriz está conectada al motor y es sensible a las revoluciones de éste, y la polea conducida es sensible al par. De tal manera que, estos cambios de diámetro se ven reflejados en el cambio de la relación que esta transmisión presenta. La CVT se ilustra en la Figura 4.25.

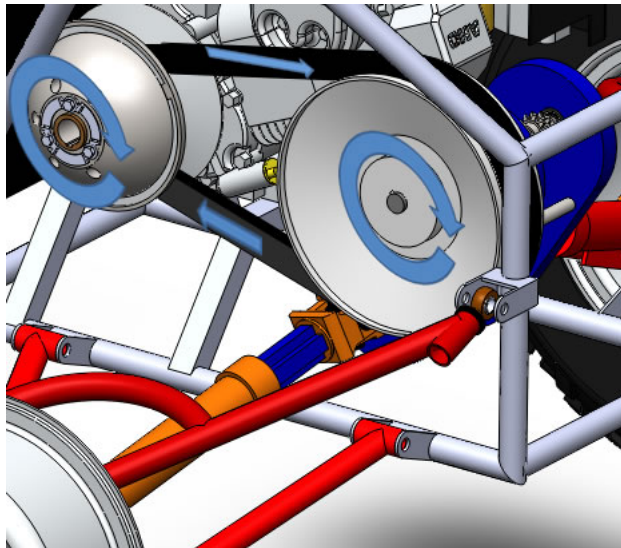


Figura 4.25: Dibujo CAD de la CVT

El fabricante indica que esta transmisión empieza a funcionar a las 1850 RPM con una relación de 3.38 a 1, y nos dice que alcanza su mínima relación a las 2800 RPM con una relación 0.54 a 1. Con estas especificaciones y considerando que el recorrido de la CVT es completamente lineal, podemos calcular una recta que permita determinar el funcionamiento. Esta se expresa en las ecuaciones 4.85 y 4.86.

$$m_{cvt} = \frac{r_{cvt1} - r_{cvt2}}{rpm_{cvt1} - rpm_{cvt2}} = \frac{0.54-3.38}{2800-1850} = -0.003 \quad (4.85)$$

$$r_{cvt} = -0.003(x_{cvt} - 1850) + 3.38 \quad (4.86)$$

La eficiencia de este tipo de transmisión ronda entre el 90% con condiciones ideales, para efectos del modelo la consideraremos de esa manera. La transmisión fija del vehículo es de catarinas

con una relación de 8 a 1. La relación fija se ilustra en la Figura 4.26 y la ecuación 4.87 define la relación de la transmisión fija.

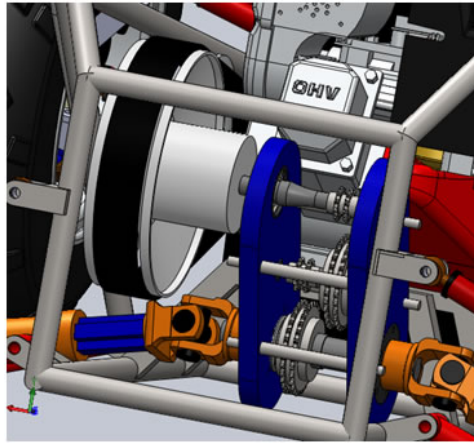


Figura 4.26: Dibujo CAD de la relación fija

$$r_f = 13 \quad (4.87)$$

4.5.2.1 Aplicación de las relaciones de las transmisiones a las revoluciones y al torque

Las relaciones de la transmisión dividen las revoluciones por minuto y multiplican el par, entonces considerando que tenemos el par ejercido por el motor, podemos determinar el par que se ejerce en las llantas. Esto se expresa en la ecuación 4.88.

$$(W_m * r_{cvt}) * r_f = W_t \quad (4.88)$$

Este par se multiplica por el radio de la llanta y es igual a la fuerza con la que se empuja el vehículo. Esto se expresa en la ecuación 4.89.

$$R_t W_t = F_a \quad (4.89)$$

Para conocer a que revoluciones está trabajando el motor y la CVT, hay que conocer la velocidad a la que se encuentra el vehículo. Esta velocidad puede ser convertida a RPM por medio de la formula expresada en las ecuaciones 4.90 a 4.93.

$$v = m/s \quad (4.90)$$

$$v = 60rpm_t p_t \quad (4.91)$$

$$rpm_t = \frac{v}{60p_{rt}} \quad (4.92)$$

$$p_{rt} = 2\pi R_t \quad (4.93)$$

Para obtener las RPM del motor, y tomando en cuenta que el proceso de las transmisiones es en sentido inverso, tenemos la ecuación 4.94.

$$(rpm_t * r_f) * r_{cvt} = rpm_m \quad (4.94)$$

4.6 MODELADO DE LA DIRECCIÓN

El sistema de dirección es de tipo mecánico por medio de un sistema de cremallera piñón, este sistema tiene un tipo de geometría de Ackermann. Y el modelado de este se realizó con el objetivo de poder determinar qué fuerzas se generan en el vehículo al tomar una curva.

4.6.1 Modelo de la cremallera

Para poder modelar las interacciones del conductor es necesario conocer la relación que existen entre el volante y el recorrido de la cremallera que se encuentra directamente conectada al volante. El sistema de volante y cremallera se muestra en la Figura 4.27.

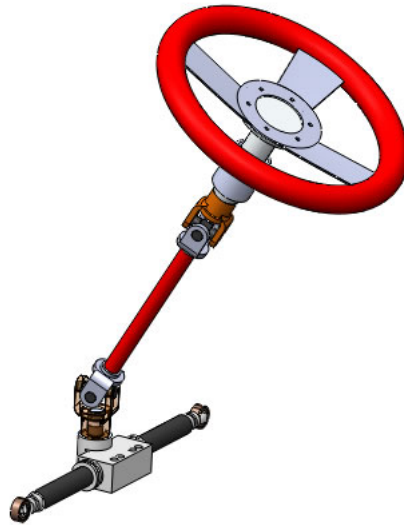


Figura 4.27: Dibujo CAD del sistema de volante-cremallera

Para calcular las variaciones en distancia de la cremallera se consideraron dos posiciones del volante, la posición en la que se encuentra a la distancia mínima D_{min} de la cremallera denominada "0" y la posición que equivale a la distancia máxima D_{max} nombrada "1" considerando esta transición lineal. Las posiciones de la cremallera se ilustran en la Figura 4.28.

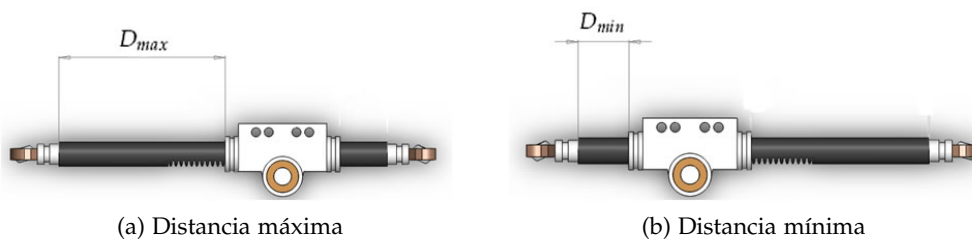


Figura 4.28: Dibujo CAD de la cremallera

Las ecuaciones 4.95 y 4.96 presentan la relación lineal del volante con el recorrido de la cremallera.

$$m_{cr} = \frac{D_{max} - D_{min}}{1 - 0} = D_{max} - D_{min} \quad (4.95)$$

$$d_{cr} = (D_{max} - D_{min}) g_v + D_{min} \quad (4.96)$$

Donde:

d_{cr} =Distancia de la cremallera [m]

g_v =Rotación del volante S/U

4.6.2 Modelado de la geometría de la dirección

Es necesario determinar los ángulos que presenta la dirección. Para calcular estos ángulos con relación al volante se realizaron una serie de mediciones de los ángulos con respecto a pequeñas variaciones del desplazamiento de la cremallera de la dirección. Estos ángulos se midieron en SolidWorks y la tabla de mediciones se muestra en el anexo . Las mediciones que se realizaron fueron de todo el recorrido de la cremallera. Los valores inferiores a 90° corresponden a cuando se toma una curva al lado derecho y los valores superiores corresponden a una vuelta al lado izquierdo. En la Figura 4.29 se muestra un diagrama de como se obtuvieron estas mediciones.

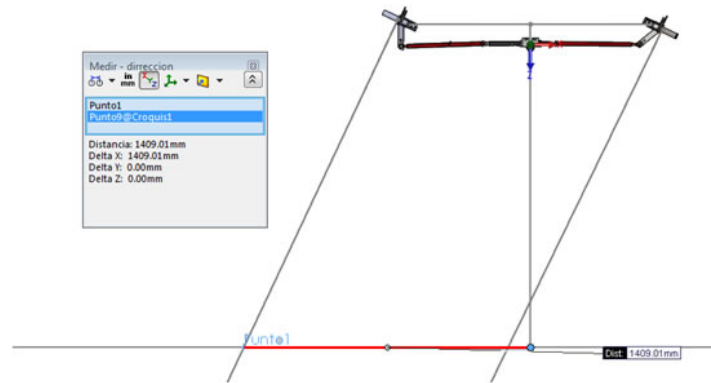


Figura 4.29: Mediciones de ángulos de la dirección en Solidworks

Estas mediciones se caracterizaron por medio de una aproximación polinomial. El resultado de esta caracterización es una recta que se expresa en la ecuación 4.97. Cabe mencionar que los valores de la distancia de la cremallera d_{cr} , en este polinomio deben de ser en milímetros [mm].

$$\sigma = 0.5174(d_{cr} - 135.404) + 64.48 \quad (4.97)$$

Donde:

σ = Es el ángulo presente en la direccion en una llanta [°]

Como la cremallera es un elemento sólido, el aumentar la distancia del lado derecho disminuye la distancia del lado izquierdo, y viceversa. Estas distancias se ilustran en la Figura 4.30. Tomado esto en cuenta, se puede encontrar una relación entre las distancias del lado izquierdo y derecho de la cremallera. Esta relación se expresa en la ecuación 4.98.

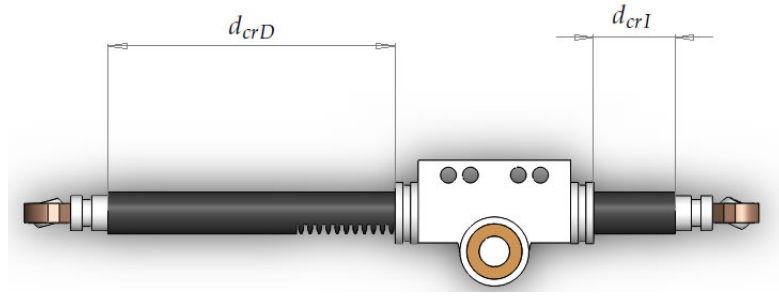


Figura 4.30: Distancias en la cremallera

$$d_{crI} = 2D_{max} - d_{crD} \quad (4.98)$$

$$d_{crD} = (D_{max} - D_{min})g_v + D_{min} \quad (4.99)$$

Tomando en cuenta la ecuación 4.97, se determina las ecuaciones 4.100 y 4.101 para los ángulos de cada una de las llantas delanteras.

$$\sigma_D = 0.5174(d_{crD} - 135.404) + 64.48 \quad (4.100)$$

$$\sigma_I = 0.5174(d_{crI} - 135.404) + 64.48 \quad (4.101)$$

Posteriormente, se calcula el ángulo correspondiente y el sentido de la vuelta. Como se mencionó anteriormente, las mediciones del polinomio se realizaron por todo el intervalo de la cremallera, sin embargo para determinar el radio de giro se utiliza el ángulo de la llanta interna al giro σ_s . Este ángulo se determina en la ecuación 4.102, tomando en cuenta que los ángulos menores son los correspondientes a la llanta interna.

$$\sigma_s = \min(\sigma_D, \sigma_I) \quad (4.102)$$

La dirección de la vuelta se calcula por medio de la ecuación 4.103.

$$S_{dir} \begin{cases} 1 & \sigma_D < \sigma_I \\ -1 & \sigma_D > \sigma_I \end{cases} \quad (4.103)$$

4.6.2.1 Cálculo del radio de giro

Ahora es necesario calcular el radio de giro, el cual está determinado por la distancia entre el punto de intersección de las líneas perpendiculares a las llantas, una línea que está dada por la proyección del eje trasero del vehículo y el centro del vehículo sobre el eje trasero como se muestra en la Figura 4.31.

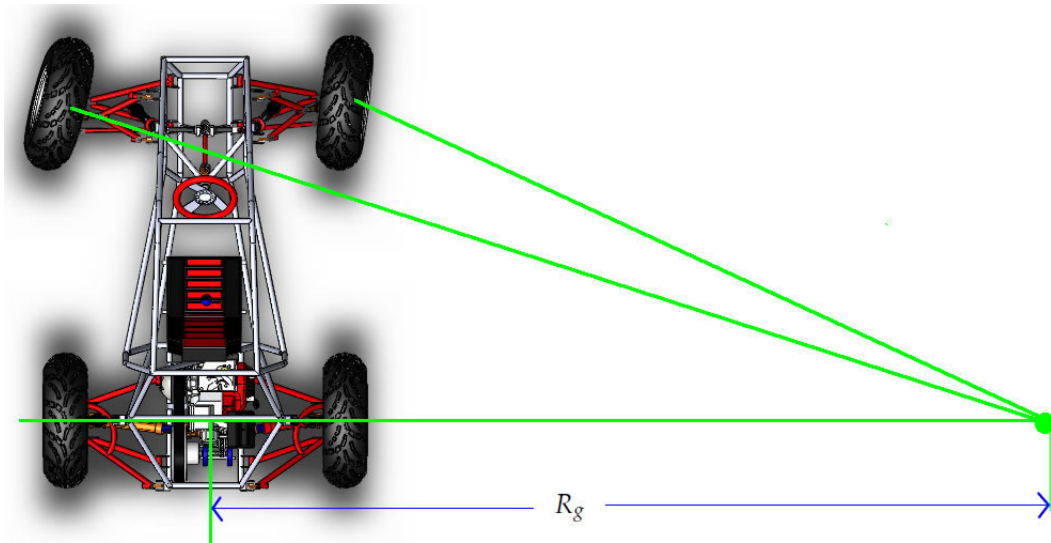


Figura 4.31: Diagrama del radio de giro

Este radio de giro se puede definir como la suma de dos distancias, una fija y otra que varía con respecto al ángulo de las llantas, esto se representa en la ecuación 4.104.

$$R_g = D_{c-t} + D_{t-R_g} \quad (4.104)$$

Donde:

D_{c-t} =Distancia del centro a la llanta [m]

D_{t-R_g} =Distancia de la llanta al radio de giro [m]

La distancia del centro del vehículo al centro de la llanta, donde este pivotea en el suelo a rotar, se midió en SolidWorks como se muestra en la Figura 4.32.

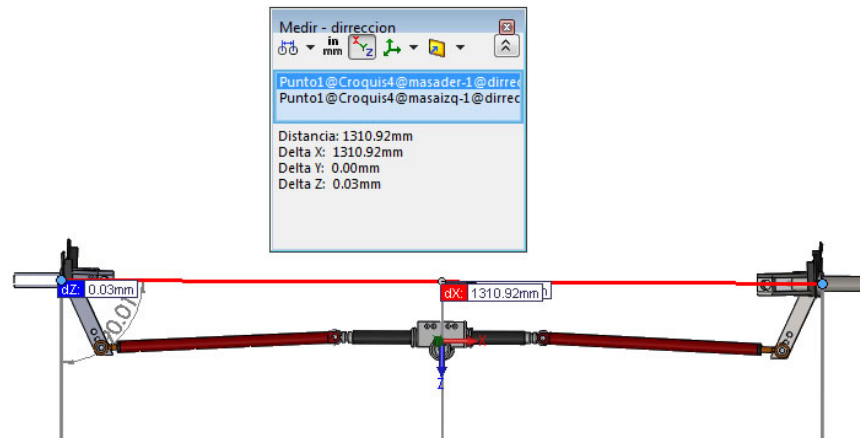


Figura 4.32: Distancia entre llantas

El segmento faltante se calcula a partir de trigonometría, como se muestra en la Figura 4.33.

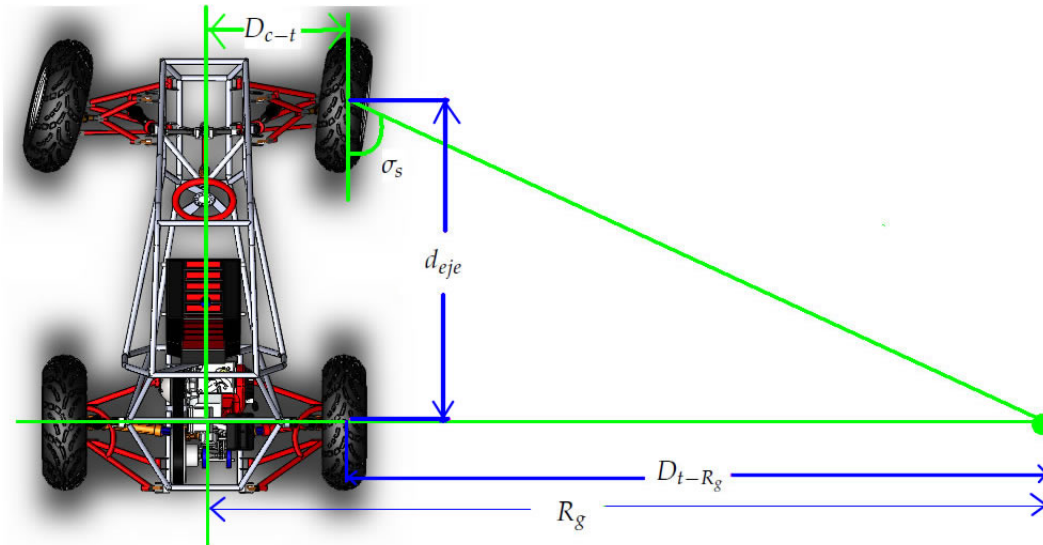


Figura 4.33: Geometría de la dirección

En la ecuación 4.105 se obtiene el segmento D_{t-R_g} por medio de trigonometría.

$$D_{t-R_g} = \tan(\sigma_s) * d_{eje} \quad (4.105)$$

Sustituyendo la ecuación 4.105 en la ecuación 4.104 se define el radio de giro en la ecuación 4.106.

$$R_g = D_{c-t} + \tan(\sigma_s) * d_{eje} \quad (4.106)$$

4.6.3 Cálculo de la aceleración que se produce al tomar una curva

Al dar la vuelta, un vehículo presenta una aceleración que apunta en todo momento al centro de giro del vehículo, que se conoce como aceleración centrípeta a_v . Esta aceleración produce una fuerza que influye en el comportamiento de la suspensión del vehículo y se le denomina F_v . En la Figura 4.34 se ilustra el diagrama de la fuerza producida por dicha aceleración.

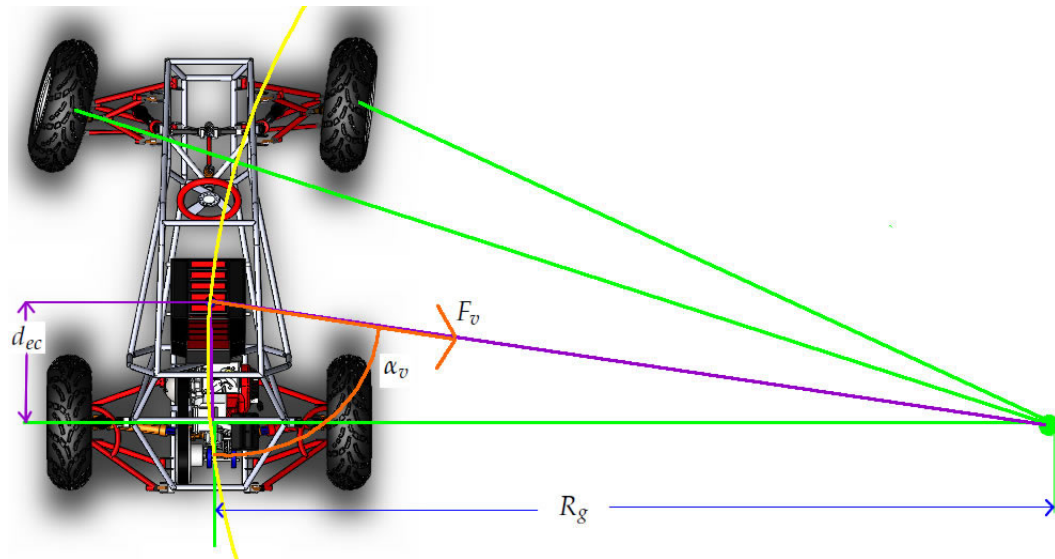


Figura 4.34: Diagrama de la fuerza centrípeta

La aceleración centrípeta y la fuerza que esta produce se definen en las ecuaciones 4.107 a 4.109, donde también se expresa el ángulo α_v que es el ángulo en el que se presenta esta fuerza, (este último se cálculo se realizó por medio de trigonometría).

$$a_v = \frac{v}{R_g} \quad (4.107)$$

$$F_v = a_v M_V \quad (4.108)$$

$$\tan(\alpha_v) = \frac{R_g}{d_{ec}} \quad (4.109)$$

Donde:

v =Velocidad del vehículo [m/s]

M_V =masa del vehículo [kg]

4.7 MODELADO DEL CHASIS.

Para modelar el chasis, es necesario considerar los movimientos que presenta el Pitch θ_{pitch} , el Roll φ_{roll} , la altura Δz_c , la velocidad v en la dirección y el desplazamiento hacia adelante Δx . Las ecuaciones 4.110 a 4.113 describen el movimiento que presenta el chasis. Posteriormente, se desglosan cada una de estas ecuaciones agrupándolas de acuerdo al sistema que las genera. En la Figura 4.35 se ilustran los movimientos del chasis.

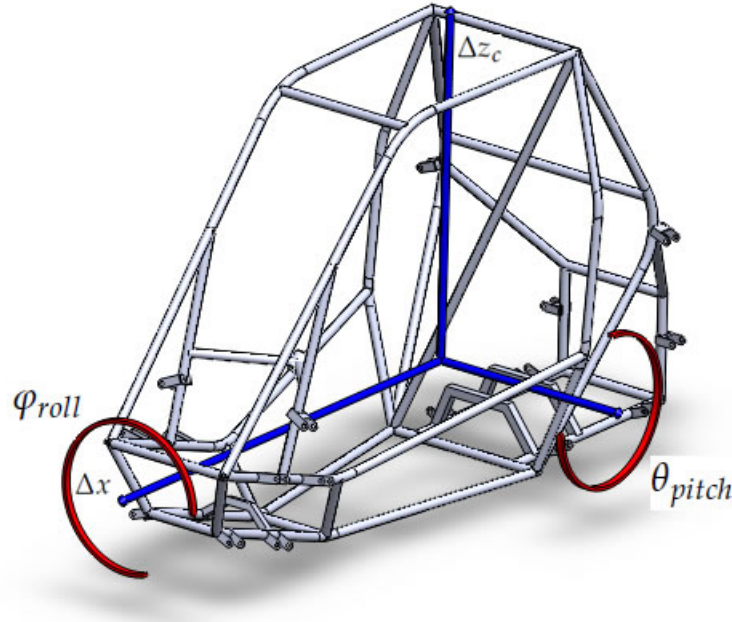


Figura 4.35: Diagrama de movimientos del chasis

Cálculo del Pitch

$$J_{pitch}\ddot{\theta}_{pitch} = M_{susP} + M_{acP} + M_{dirP} \quad (4.110)$$

Donde:

J_{pitch} = Masa inercial en sentido del Pitch [kg]

M_{susP} = Momentos generados por la suspensión para el Pitch [$N * m$]

M_{acP} = Momento generado a partir de la aceleración producida por el motor o freno para el Pitch [$N * m$]

M_{dirP} = Momento generado a partir de la dirección para el Pitch [$N * m$]

Cálculo del Roll.

$$J_{roll}\ddot{\phi}_{roll} = M_{susR} + M_{dirR} \quad (4.111)$$

Donde:

J_{roll} = Masa inercial en sentido del Roll [kg]

M_{susR} = Momentos generados por la suspensión para el Roll [$N * m$]

M_{dirR} = Momento generado a partir de la dirección para el Roll [$N * m$]

Cálculo de la altura.

$$M_V\ddot{\Delta z}_c = F_{sus} - w_z \quad (4.112)$$

Donde:

$\ddot{\Delta z}_c$ = Aceleración sobre el eje z [m/s^2]

F_{sus} = Fuerzas producidas por la suspensión en el eje z [N]

w_z = Componente del peso del coche que empuja el vehículo al suelo [kg]

Cálculo de la aceleración en Δx .

$$M_V \ddot{\Delta x} = F_a - F_{fr} - w_x \quad (4.113)$$

Donde:

$\ddot{\Delta x}$ = Aceleración sobre el eje x [m/s^2]

w_x =Componente del peso del coche que se opone al movimiento [kg]

Cálculo de las fuerzas de la suspensión.

4.7.1 Cálculo de los momentos producidos por la suspensión.

Las fuerzas producidas por la suspensión se calcularon previamente en los apartados 4.2 y 4.3, sin embargo, es necesario conocer como estas interactúan con el chasis del vehículo. Para esto, se obtiene las componentes necesarias y calcular los momentos producidos por estas.

4.7.1.1 Cálculo de las componentes.

Es necesario conocer las componentes de las fuerzas de la suspensión, tanto delantera como trasera en los ejes y . Primeramente se calcularán las componentes de las fuerzas de la suspensión delantera. En la Figura 4.36 se muestran las fuerzas y sus componentes en ambas direcciones.

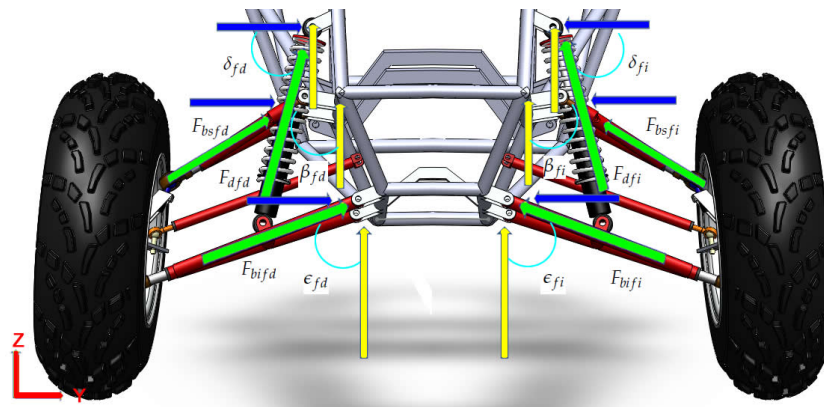


Figura 4.36: Diagrama de fuerzas de la suspensión delantera

Donde:

F_{df} = Fuerza del amortiguador frontal derecho [N]

F_{bifd} = Fuerza del brazo inferior frontal derecho [N]

F_{bsfd} = Fuerza del brazo superior frontal derecho [N]

δ_{fd} = Ángulo del amortiguador frontal derecho [$^\circ$]

β_{fd} = Ángulo del brazo superior frontal derecho [$^\circ$]

ϵ_{fd} = Ángulo del brazo inferior frontal derecho [$^\circ$]

F_{dfi} = Fuerza del amortiguador frontal izquierdo [N]

F_{bifi} = Fuerza del brazo inferior frontal izquierdo [N]

F_{bsfi} = Fuerza del brazo superior frontal izquierdo [N]

δ_{fi} = Ángulo del amortiguador frontal izquierdo [$^\circ$]

β_{fi} = Ángulo del brazo superior frontal izquierdo [$^\circ$]

ϵ_{fi} = Ángulo del brazo inferior frontal izquierdo [°]

Las componentes de estas fuerzas se calculan por trigonometría. Las componentes en el eje Z se expresan en la Tabla 4.3.

Suspensión derecha	Suspensión Izquierda
$F_{bifdZ} = F_{bifd} (\cos \epsilon_{fd})$	$F_{bifiZ} = F_{bifi} (\cos \epsilon_{fi})$
$F_{bsfdZ} = F_{bsfd} (\cos \beta_{fd})$	$F_{bsfiZ} = F_{bsfi} (\cos \beta_{fi})$
$F_{dfdZ} = F_{dfd} (\sin \delta_{fd})$	$F_{dfiZ} = F_{dfi} (\sin \delta_{fi})$

Tabla 4.3: Componentes de la suspensión forntal delantera en el eje Z

Las componentes en el eje Y se expresan en la Tabla 4.4.

Suspensión derecha	Suspensión Izquierda
$F_{bifdY} = F_{bifd} (\sin \epsilon_{fd})$	$F_{bifiY} = F_{bifi} (\sin \epsilon_{fi})$
$F_{bsfdY} = F_{bsfd} (\sin \beta_{fd})$	$F_{bsfiY} = F_{bsfi} (\sin \beta_{fi})$
$F_{dfdY} = F_{dfd} (\cos \delta_{fd})$	$F_{dfiY} = F_{dfi} (\cos \delta_{fi})$

Tabla 4.4: Componentes de la suspensión frontal delantera en el eje Y

Las fuerzas y las componentes de la suspensión trasera se muestran en la Figura 4.37.

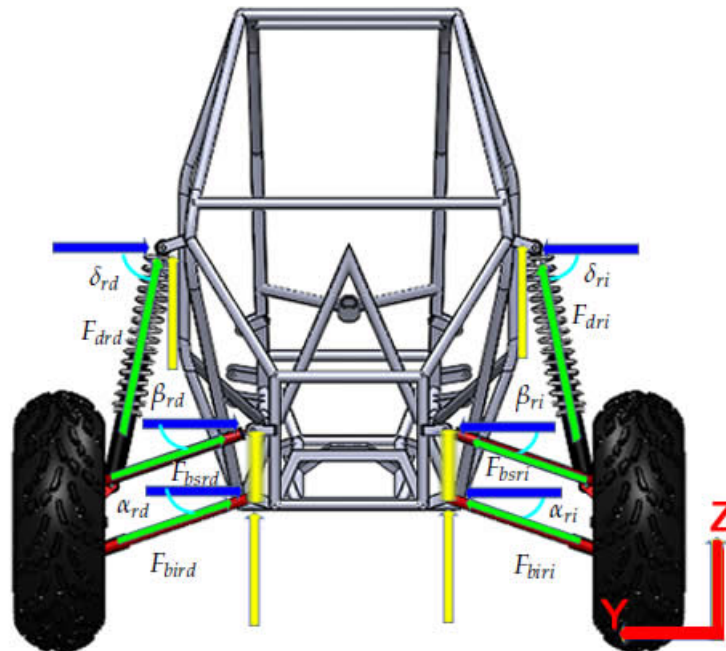


Figura 4.37: Diagrama de fuerzas de la suspensión trasera

Donde:

F_{drd} = Fuerza del amortiguador trasero derecho [N]

F_{bird} = Fuerza del brazo inferior trasero derecho [N]
 F_{bsrd} = Fuerza del brazo superior trasero derecho [N]
 δ_{rd} = Ángulo del amortiguador trasero derecho [°]
 β_{rd} = Ángulo del brazo superior trasero derecho [°]
 α_{rd} = Ángulo del brazo inferior trasero derecho [°]
 F_{dri} = Fuerza del amortiguador trasero izquierdo [N]
 F_{biri} = Fuerza del brazo inferior trasero izquierdo [N]
 F_{bsri} = Fuerza del brazo superior trasero izquierdo [N]
 δ_{ri} = Ángulo del amortiguador trasero izquierdo [°]
 β_{ri} = Ángulo del brazo superior trasero izquierdo [°]
 α_{ri} = Ángulo del brazo inferior trasero izquierdo [°]

Las componentes de estas fuerzas se calculan por trigonometría. Las componentes en el eje Z se expresan en la Tabla 4.5.

Suspensión derecha	Suspensión Izquierda
$F_{birdZ} = F_{bird} (\sin \epsilon_{rd})$	$F_{biriZ} = F_{biri} (\sin \epsilon_{ri})$
$F_{bsrdZ} = F_{bsrd} (\sin \beta_{rd})$	$F_{bsriZ} = F_{bsri} (\sin \beta_{ri})$
$F_{drdZ} = F_{drd} (\sin \delta_{rd})$	$F_{driZ} = F_{dri} (\sin \delta_{ri})$

Tabla 4.5: Componentes de la suspensión trasera delantera en el eje Z

Las componentes en el eje Y se expresan en la Tabla 4.6.

Suspensión derecha	Suspensión Izquierda
$F_{birdY} = F_{bird} (\cos \epsilon_{rd})$	$F_{biriY} = F_{biri} (\cos \epsilon_{ri})$
$F_{bsrdY} = F_{bsrd} (\cos \beta_{rd})$	$F_{bsriY} = F_{bsri} (\cos \beta_{ri})$
$F_{drdY} = F_{drd} (\cos \delta_{rd})$	$F_{driY} = F_{dri} (\cos \delta_{ri})$

Tabla 4.6: Componentes de la suspensión trasera delantera en el eje Y

4.7.1.2 Cálculo del Pitch

Una vez que se obtienen las componentes de la suspensión, es necesario saber cuáles de estas influyen en el ángulo pitch. En la Figura 4.38 se muestran las fuerzas de la suspensión que influyen en el cálculo del Pitch.

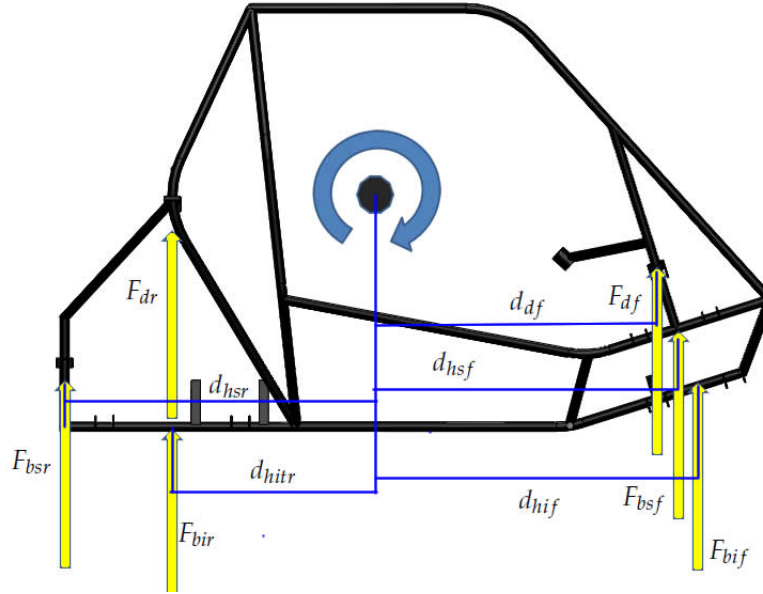


Figura 4.38: Diagrama de fuerzas de la suspensión que influyen en el Pitch

En el Pitch, para la aplicación de las fuerzas de la suspensión, es necesario visualizar el chasis como una barra a torsión y calcular la sumatoria de momentos en el centro de masa. Esta sumatoria de momentos se expresa en las ecuaciones (4.114 a 4.114).

$$M_{susP} = (F_{bsr}) d_{hsr} + (F_{dr} + F_{bir}) d_{hir} - (F_{bif}) d_{hif} - (F_{bsf}) d_{hsf} - (F_{df}) d_{df} \quad (4.114)$$

$$F_{bsr} = F_{bsrdZ} + F_{bsriZ} \quad (4.115)$$

$$F_{dr} = F_{drdZ} + F_{driZ} \quad (4.116)$$

$$F_{bir} = F_{birdZ} + F_{biriZ} \quad (4.117)$$

$$F_{bif} = F_{bifdZ} + F_{bifiZ} \quad (4.118)$$

$$F_{bsf} = F_{bsfdZ} + F_{bsfiZ} \quad (4.119)$$

$$F_{df} = F_{dfdZ} + F_{dfiZ} \quad (4.120)$$

Donde:

d_{hsr} = Distancia lateral de la horquilla superior trasera [m]

d_{hir} = Distancia lateral de la horquilla inferior trasera [m]

d_{hif} = Distancia lateral de la horquilla inferior delantera [m]

d_{hsf} = Distancia lateral de la horquilla superior delantera [m]

d_{df} = Distancia lateral del amortiguador delantero [m]

4.7.1.3 Cálculo del Roll

Para el cálculo de las fuerzas de la suspensión que influyen en el Roll, se dividirán en dos grupos, las componentes que se encuentran en el eje Z y las componentes que se encuentran en el eje Y. La ecuación 4.121 define ambos grupos .

$$M_{susR} = M_{susRz} + M_{susRy} \quad (4.121)$$

Donde:

M_{susR_z} = Momentos producidos en el Roll por las componentes en Z de la suspensión [$N * m$]

M_{susR_y} = Momentos producidos en el Roll por las componentes en Y de la suspensión [$N * m$]

Las componentes en Z de la suspensión que generan cambios en el Roll se ilustran en la Figura 4.39.

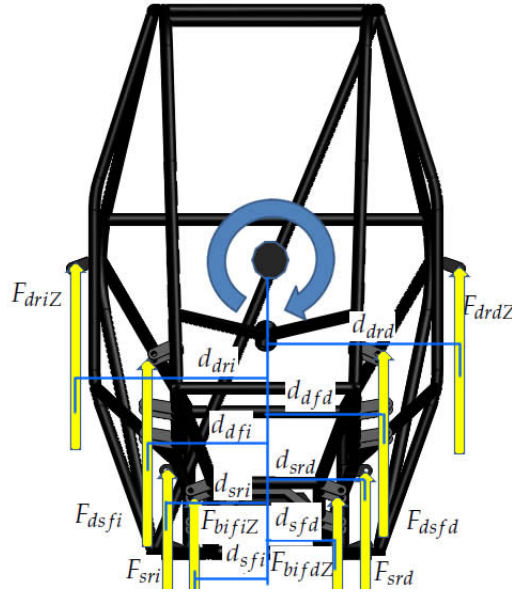


Figura 4.39: Diagrama de fuerzas en Z de la suspensión que influyen en el Roll

Para la aplicación de las fuerzas de la suspensión en Z, se debe visualizar el chasis como una barra a torsión y calcular la sumatoria de momentos en el centro de masa. Esta sumatoria de momentos se expresa en las ecuaciones 4.122 a 4.126.

$$M_{susR_z} = (F_{driZ}) d_{dri} + (F_{dsfi}) d_{dfi} + (F_{sri}) d_{sri} + (F_{bifiZ}) d_{sfi} \dots \quad (4.122)$$

$$- (F_{drdZ}) d_{drd} - (F_{dsfd}) d_{dfd} - (F_{srd}) d_{srd} - (F_{bifdZ}) d_{sfd}$$

$$F_{dsfi} = F_{dfi} + F_{bsfi} \quad (4.123)$$

$$F_{dsfd} = F_{dfd} + F_{bsfd} \quad (4.124)$$

$$F_{sri} = F_{bsri} + F_{biri} \quad (4.125)$$

$$F_{srd} = F_{bsrd} + F_{bird} \quad (4.126)$$

d_{dri} = Distancia frontal del amortiguador trasero izquierdo [m]

d_{drd} = Distancia frontal del amortiguador trasero derecho [m]

d_{dfi} = Distancia frontal del amortiguador delantero izquierdo [m]

d_{dfd} = Distancia frontal del amortiguador delantero derecho [m]

d_{sri} = Distancia frontal de la suspensión trasera izquierda [m]

d_{srd} = Distancia frontal de la suspensión trasera derecha [m]

d_{sfi} = Distancia frontal de la suspensión delantera izquierda [m]

d_{sfd} = Distancia frontal de la suspensión delantera derecha [m]

Para el cálculo de los momentos producidos por las componentes de la suspensión en Y se presenta la Figura 4.40 en donde se ilustran las fuerzas involucradas.

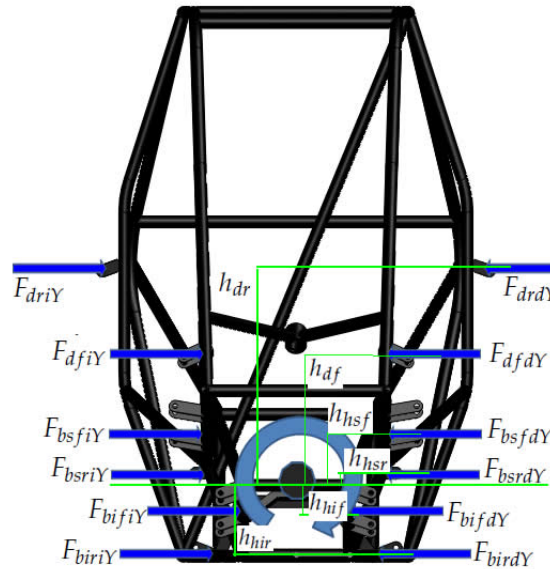


Figura 4.40: Diagrama de fuerzas en Y de la suspensión que influyen en el roll

La ecuación 4.127 describe la sumatoria de momentos.

$$M_{susR_y} = (F_{bsfdY} - F_{bsfiY}) h_{hsf} + (F_{bifdY} - F_{bifiY}) h_{hif} + (F_{dfdY} - F_{dfiY}) h_{df} \dots \quad (4.127)$$

$$+ (F_{bsrdY} - F_{bsriY}) h_{hsr} + (F_{birdY} - F_{biriY}) h_{hir} + (F_{drdY} - F_{driY}) h_{dr}$$

Donde:

- h_{hsr} = Altura frontal de la horquilla superior trasera [m]
- h_{hir} = Altura frontal de la horquilla inferior trasera [m]
- h_{hif} = Altura frontal de la horquilla inferior delantera [m]
- h_{hsf} = Altura frontal de la horquilla superior delantera [m]
- h_{df} = Altura frontal del amortiguador delantero [m]
- h_{dr} = Altura frontal del amortiguador trasero [m]

4.7.1.4 Cálculo de la altura

Para el cálculo de la altura, se debe realizar la sumatoria de todas las fuerzas que provienen de la suspensión en dirección Z, esta se expresa en la ecuación 4.128.

$$F_{sus} = F_{bsfdY} + F_{bsfiY} + F_{bifdY} + F_{bifiY} + F_{dfdY} + F_{dfiY} \dots \quad (4.128)$$

$$+ F_{bsrdY} + F_{bsriY} + F_{birdY} + F_{biriY} + F_{drdY} + F_{driY}$$

4.7.2 Cálculo de los momentos producidos por el acelerador y el freno

El sistema de propulsión y el sistema de frenado, primordialmente modifican la velocidad del vehículo en el eje x . En la ecuación 4.129 se muestra cómo influyen estas fuerzas en la aceleración en x .

$$M_c \ddot{\Delta x} = F_a - F_{fr} - w_x \quad (4.129)$$

$$F_{fr} = F_{ffd} + F_{ffi} + F_{frd} + F_{fri} \quad (4.130)$$

Donde:

F_{ffd} =Fuerza del freno delantero derecho [N]

F_{ffi} = Fuerza del freno delantero izquierdo [N]

F_{frd} = Fuerza del freno trasero derecho [N]

F_{fri} = Fuerza del freno trasero izquierdo [N]

4.7.2.1 Cálculo del Pitch

La fuerza que genera la aceleración o desaceleración del vehículo se ve reflejada en el ángulo Pitch. Para determinar de qué manera influye esta fuerza en el Pitch es necesario analizar el vehículo como una barra a torsión, esto se ilustra en la Figura 4.41.

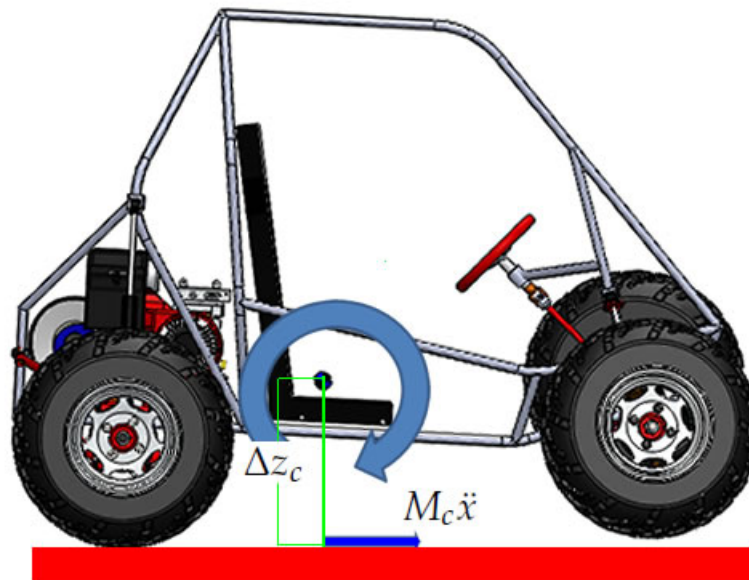


Figura 4.41: Fuerzas de aceleración y desaceleración que influyen en el Pitch

En la ecuación 4.131 se describe el momento que afecta al Pitch.

$$M_{acP} = Z_c (M_c \ddot{\Delta x}) \quad (4.131)$$

$$Z_c = Z_{0c} + \Delta z_c \quad (4.132)$$

4.7.3 Cálculo de los momentos producidos por la dirección

Las fuerzas producidas por la dirección al tomar una curva afectan los ángulos del chasis, tanto el Pitch como el Roll, en esta sección se describen estas fuerzas.

4.7.3.1 Cálculo del Roll

El ángulo Roll se ve afectado al dar la vuelta por la componente correspondiente de la fuerza producida por la dirección al tomar una vuelta. Esta se ilustra en la Figura 4.42.

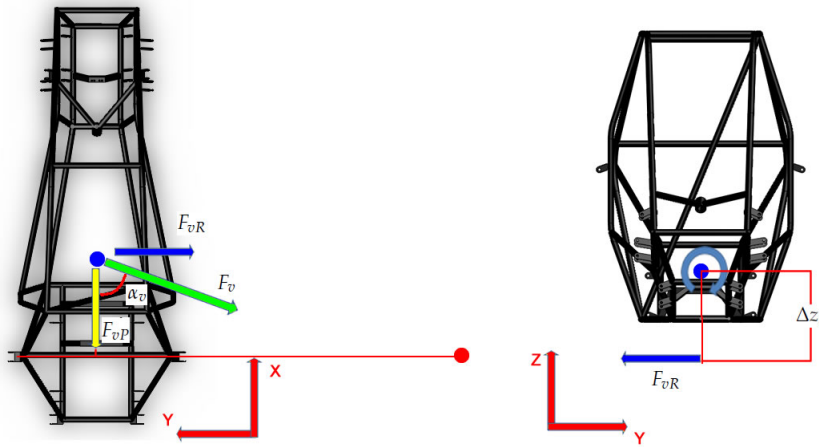


Figura 4.42: Diagrama de fuerzas de la dirección que afectan el Roll

La componente que afecta al Roll se describe en la ecuación 4.133.

$$F_{vR} = F_v \sin(\alpha_v) \quad (4.133)$$

Tomando en cuenta la ecuación 4.133, se puede calcular el momento que influye en el Roll. Esto se realiza tomando en cuenta el chasis como una barra a torsión se expresa en la ecuación 4.134.

$$M_{dirR} = Z_c (F_{vR}) \quad (4.134)$$

4.7.3.2 Cálculo del Pitch

Como en el caso del Roll el Pitch se ve afectado por las fuerzas producidos a tomar una vuelta, estas se ilustran en la Figura 4.43.

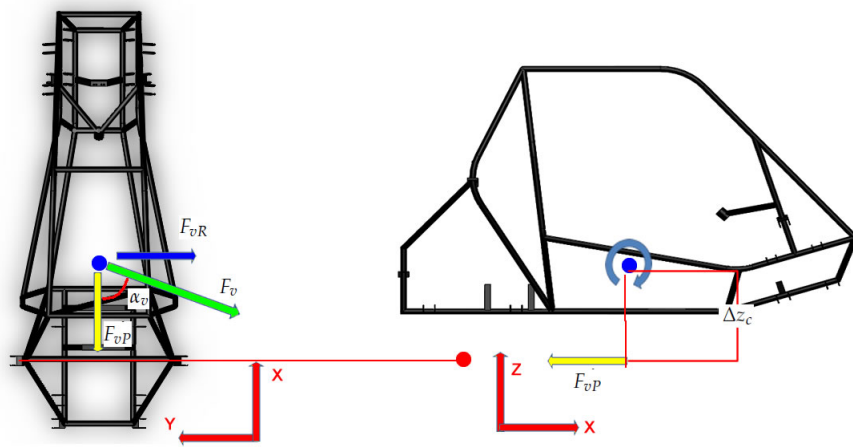


Figura 4.43: Diagrama de fuerzas de la dirección que afectan el Pitch

La componente que afecta al Roll se describe en la ecuación 4.135.

$$F_{vP} = F_v \cos(\alpha_v) \tag{4.135}$$

Tomando en cuenta la ecuación 4.135, se puede calcular el momento que influye en el Pitch. Esto se realiza tomando en cuenta el chasis como una barra a torsión, se expresa en la ecuación 4.136.

$$M_{dirP} = Z_c (F_{vP}) \tag{4.136}$$

4.7.4 Peso del vehículo

Tanto para la componente de aceleración como para la altura del vehículo, es necesario conocer las componentes del peso del vehículo, estas se ilustran en la Figura 4.44.

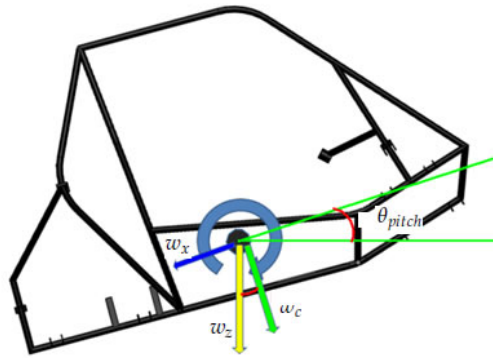


Figura 4.44: Diagrama de componentes del peso del vehículo

Las componentes del peso del vehículo se calculan en las ecuaciones (4.137 a 4.139).

$$w_x = w_c (\sin \theta_{pitch}) \tag{4.137}$$

$$w_z = w_c (\cos \theta_{pitch}) \tag{4.138}$$

$$w_c = M_c g \tag{4.139}$$

Donde:

w_c =Peso del vehículo [kg]

4.7.5 Compensador de altura del chasis para cada una de las llantas

Para poder retroalimentar la altura Δz_c del chasis correctamente a la suspensión, es necesario realizar una compensación de altura, la cual permite obtener la altura real en cada una de las suspensiones. Esto se presenta por las siguientes condiciones: La altura que se obtiene en el cálculo del chasis es la altura en el centro de masa y es diferente a la que se presenta en los puntos de sujeción de cada una de las suspensiones, esta variación se presenta por el efecto del Pitch y el Rol.

La Figura 4.45 muestra el efecto del Pitch en la variación de las alturas.

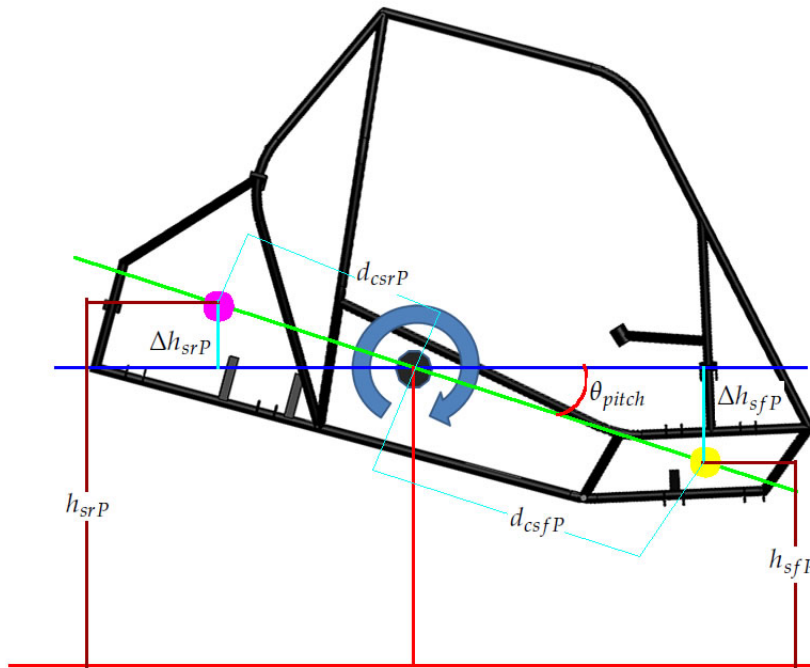


Figura 4.45: Diagrama de compensación del Pitch

Las ecuaciones 4.140 a 4.143 describen las variaciones generadas por el Pitch. Para las llantas traseras el Pitch positivo genera que el diferencial se sume y en las delanteras el diferencial se reste.

$$\Delta h_{srdP} = d_{csrP} \sin(\theta_{pitch}) \quad (4.140)$$

$$\Delta h_{sriP} = d_{csriP} \sin(\theta_{pitch}) \quad (4.141)$$

$$\Delta h_{sfdP} = -d_{csfdP} \sin(\theta_{pitch}) \quad (4.142)$$

$$\Delta h_{sfiP} = -d_{csfiP} \sin(\theta_{pitch}) \quad (4.143)$$

Por otro lado la Figura 4.46 muestra el efecto del Pitch en las alturas.

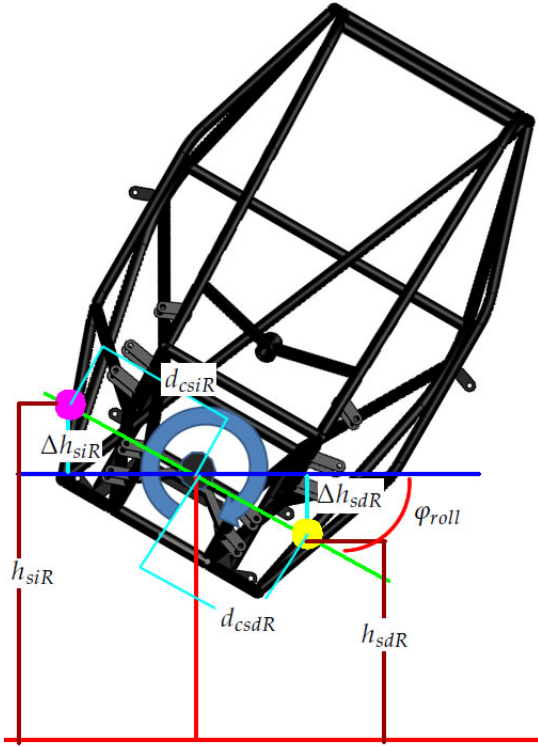


Figura 4.46: Diagrama de compensación del Roll

Las ecuaciones 4.144 a 4.147 describen las variaciones generadas por el Roll. Para las llantas izquierdas, el Pitch positivo genera que el diferencial se sume, y en las derechas el diferencial se reste.

$$\Delta h_{sriR} = d_{csiR} \sin(\varphi_{roll}) \quad (4.144)$$

$$\Delta h_{sfiR} = d_{csfiR} \sin(\varphi_{roll}) \quad (4.145)$$

$$\Delta h_{srdR} = -d_{csrdR} \sin(\varphi_{roll}) \quad (4.146)$$

$$\Delta h_{sfdR} = -d_{csfdR} \sin(\varphi_{roll}) \quad (4.147)$$

Considerando la compensación generada por el Pitch y el Roll, se puede determinar la altura de los puntos de sujeción de cada uno de los amortiguadores, estas se expresan en las ecuaciones 4.148 a 4.151.

$$\Delta z_{cfd} = \Delta z_c + \Delta h_{sfdP} + \Delta h_{sfdR} \quad (4.148)$$

$$\Delta z_{crd} = \Delta z_c + \Delta h_{srdP} + \Delta h_{srdR} \quad (4.149)$$

$$\Delta z_{cfi} = \Delta z_c + \Delta h_{sfiP} + \Delta h_{sfiR} \quad (4.150)$$

$$\Delta z_{cri} = \Delta z_c + \Delta h_{sriP} + \Delta h_{sriR} \quad (4.151)$$

4.8 MODELADO DEL TERRENO

Para realizar este modelo, se representa al terreno por medio de una señal en la cual un eje representa la distancia en X y el otro eje representa la altura en Z. En la Figura 4.47 se muestra un ejemplo.

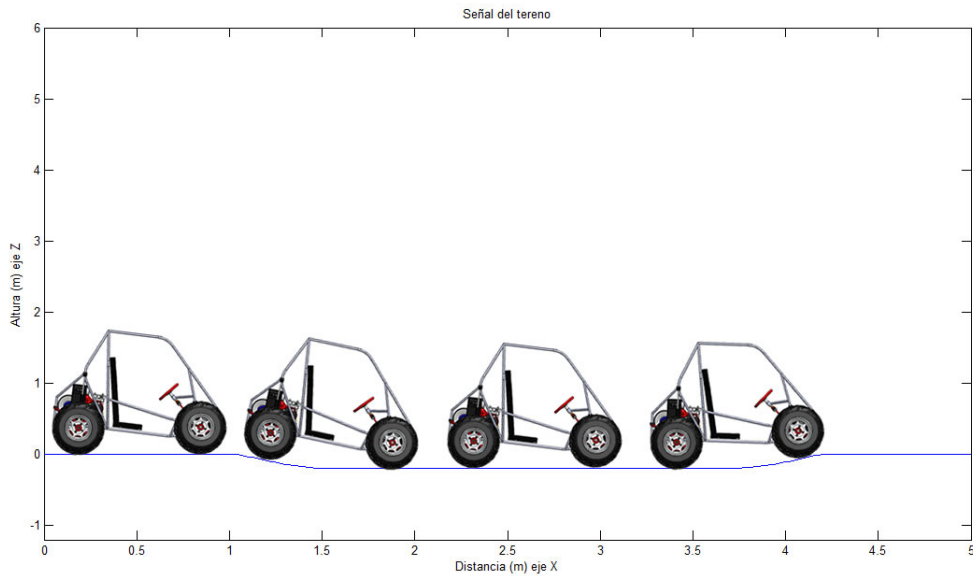


Figura 4.47: Ejemplo de señal de terreno

A partir del modelo del terreno, se genera una señal diferente para cada lado del vehículo, es decir, se puede realizar una señal para la llanta derecha otra diferente para la llanta izquierda. Sin embargo, se asume que las llantas delanteras y traseras, pasan exactamente por el mismo terreno aunque en diferente momento. Las funciones $G_d(d_{ist})$ (señal derecha) y $G_i(d_{ist})$ (señal izquierda) representan las señales del terreno para cada lado, respectivamente.

Donde:

d_{ist} =Distancia recorrida por el vehículo [m]

Con el objetivo de generar el efecto de que el vehículo se desplaza en el terreno, es necesario tomar en cuenta la velocidad del mismo. La ecuación 4.152 muestra cómo se relaciona la distancia con la velocidad en intervalos discretos de tiempo.

$$\Delta x = v\Delta t \quad (4.152)$$

Donde:

Δt =Variación del tiempo [s]

Para poder obtener la distancia que el vehículo a recorrido, se deben sumar las variaciones de distancia, esto se logra por medio de la ecuación 4.153.

$$x_{re} = \sum \Delta x \quad (4.153)$$

Donde:

x_{re} =distancia recorrida en el tiempo $[m]$

Para obtener la señal de las llantas traseras, se debe recordar que aunque recorran el mismo terreno que las llantas delanteras, estas tienen un desfase en tiempo. Las ecuaciones 4.154 a 4.157 muestran las señales (Q) que reciben cada una de las llantas.

$$Q_{fd}(t) = G_d(x_{re}) \quad (4.154)$$

$$Q_{fi}(t) = G_i(x_{re}) \quad (4.155)$$

$$Q_{rd}(t) = Q_{fd}(t - t_{eje}) \quad (4.156)$$

$$Q_{ri}(t) = Q_{fi}(t - t_{eje}) \quad (4.157)$$

Donde:

Q_{fd} =Variación del terreno en la llanta frontal derecha $[m]$

Q_{fi} =Variación del terreno en la llanta frontal izquierda $[m]$

Q_{rd} =Variación del terreno en la llanta trasera derecha $[m]$

Q_{ri} =Variación del terreno en la llanta trasera izquierda $[m]$

El desfase de las llantas traseras en tiempo se puede calcular por medio de la ecuación 4.158.

$$t_{eje} = \frac{d_{eje}}{v} \quad (4.158)$$

4.9 LISTA DE LITERALES

En este apartado se explican todas las literales usadas en el modelo matemático

A_s =Área del sector $[m^2]$

A_t =Área del triángulo $[m^2]$

A_{ct} =Área de contacto de la llanta $[m^2]$

A_a = Área del arco $[m^2]$

A_r =Área del rectángulo $[m^2]$

A_p =Área del arco del volumen perdido $[m^2]$

A_{tt} =Área transversal de la llanta $[m^2]$

A_c = Área del caliper $[m^2]$

A_b = Área del émbolo de la bomba $[m^2]$

a_n = Ancho de la llanta $[m^2]$

a_v =Aceleración centrípeta $[m/s^2]$

B_t = Coeficiente de amortiguamiento equivalente de la llanta $[kg/s]$

B_d =Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador $[kg/s]$

D_t =Diámetro de la llanta $[m]$

D_r =Diámetro del rin $[m]$

D_{max} =Distancia máxima de la cremallera $[m]$

D_{min} =Distancia mínima de la cremallera $[m]$

D_{c-t} =Distancia del centro a la llanta $[m]$

D_{t-R_g} =Distancia de la llanta al radio de giro $[m]$

- d_{eje} =Distancia entre ejes [m]
 d_t =La distancia total del brazo inferior [m]
 d_c = La distancia del punto de rotación al centro de masa del brazo inferior de la suspensión delantera [m]
 d_{ec} =Distancia del eje trasero al centro de masa del vehículo [m]
 d_a = La distancia del punto de rotación al amortiguador [m]
 d_r =La distancia del punto de rotación a la fuerza de fricción [m]
 d_p = Distancia del pedal [m]
 d_b = Distancia de la bomba [m]
 d_{cr} =Distancia de la cremallera [m]
 d_{crD} =Distancia de la cremallera en el lado derecho [m]
 d_{crI} =Distancia de la cremallera en el lado Izquierdo [m]
 d_{hsr} = Distancia lateral de la horquilla superior trasera [m]
 d_{hir} = Distancia lateral de la horquilla inferior trasera [m]
 d_{hif} = Distancia lateral de la horquilla inferior delantera [m]
 d_{hsf} = Distancia lateral de la horquilla superior delantera [m]
 d_{df} = Distancia lateral del amortiguador delantero [m]
 d_{dri} = Distancia frontal del amortiguador trasero izquierdo [m]
 d_{drd} = Distancia frontal del amortiguador trasero derecho [m]
 d_{dfi} = Distancia frontal del amortiguador delantero izquierdo [m]
 d_{dfd} = Distancia frontal del amortiguador delantero derecho [m]
 d_{sri} = Distancia frontal de la suspensión trasera izquierda [m]
 d_{srd} = Distancia frontal de la suspensión trasera derecha [m]
 d_{sfi} = Distancia frontal de la suspensión delantera izquierda [m]
 d_{sfd} = Distancia frontal de la suspensión delantera derecha [m]
 d_{csfdP} =Distancia del centro de masa a la suspensión delantera derecha [m]
 d_{csrdP} =Distancia del centro de masa a la suspensión trasera derecha [m]
 d_{csriR} =Distancia del centro de masa a la suspensión trasera izquierda [m]
 d_{csrdR} =Distancia del centro de masa a la suspensión trasera derecha [m]
 d_{csfiP} =Distancia del centro de masa a la suspensión delantera izquierda [m]
 d_{csriP} =Distancia del centro de masa a la suspensión trasera izquierda [m]
 d_{csfiR} =Distancia del centro de masa a la suspensión delantera izquierda [m]
 d_{csfdR} =Distancia del centro de masa a la suspensión delantera derecha [m]
 F_b = Fuerza de los brazos traseros [N]
 F_{it} =Fuerza del brazo inferior trasero [N]
 F_{st} =Fuerza del brazo superior trasero [N]
 F_{D0} = Fuerza del amortiguador trasero perpendicular al soporte [N]
 F_{Dp} = Fuerza del amortiguador trasero que se transmite sobre el soporte [N]
 F_e =Fuerza de empuje[N]
 F_{bi} = Fuerza del brazo inferior de la suspensión delantera [N]
 F_{bs} = Fuerza del brazo superior de la suspensión delantera [N]
 F_t = La fuerza con la que la llanta empuja la masa no suspendida [N]
 F_D = La fuerza del amortiguador [N]
 F_r = Fuerza de fricción en el brazo inferior [N]
 F_a = Fuerza de aceleración [N]
 F_{fr} = Fuerza de frenado [N]

- F_{fmax} =Fuerza de frenado maxima [N]
 F_v =Fuerza producida por la aceleración centrípeta [N]
 F_{sus} = Fuerzas producidas por la suspensión en el eje z [N]
 F_{dfd} = Fuerza del amortiguador frontal derecho [N]
 F_{bifd} = Fuerza del brazo inferior frontal derecho [N]
 F_{bsfd} = Fuerza del brazo superior frontal derecho [N]
 F_{dfi} = Fuerza del amortiguador frontal izquierdo [N]
 F_{bifi} = Fuerza del brazo inferior frontal izquierdo [N]
 F_{bsfi} = Fuerza del brazo superior frontal izquierdo [N]
 F_{drd} = Fuerza del amortiguador trasero derecho [N]
 F_{bird} = Fuerza del brazo inferior trasero derecho [N]
 F_{bsrd} = Fuerza del brazo superior trasero derecho [N]
 F_{dri} = Fuerza del amortiguador trasero izquierdo [N]
 F_{biri} = Fuerza del brazo inferior trasero izquierdo [N]
 F_{bsri} = Fuerza del brazo superior trasero izquierdo [N]
 F_{drdZ} = Componente en z de la fuerza del amortiguador trasero derecho [N]
 F_{birdZ} = Componente en z de la fuerza del brazo inferior trasero derecho [N]
 F_{bsrdZ} = Componente en z de la fuerza del brazo superior trasero derecho [N]
 F_{driZ} = Componente en z de la fuerza del amortiguador trasero izquierdo [N]
 F_{biriZ} = Componente en z de la fuerza del brazo inferior trasero izquierdo [N]
 F_{bsriZ} =Componente en z de la fuerza del brazo superior trasero izquierdo [N]
 F_{dfdZ} = Componente en z de la fuerza del amortiguador frontal derecho [N]
 F_{bifdZ} = Componente en z de la fuerza del brazo inferior frontal derecho [N]
 F_{bsfdZ} = Componente en z de la fuerza del brazo superior frontal derecho [N]
 F_{dfiZ} = Componente en z de la fuerza del amortiguador frontal izquierdo [N]
 F_{bifiZ} =Componente en z de la fuerza del brazo inferior frontal izquierdo [N]
 F_{bsfiZ} = Componente en z de la fuerza del brazo superior frontal izquierdo [N]
 F_{drdY} = Componente en y de la fuerza del amortiguador trasero derecho [N]
 F_{birdY} = Componente en y de la fuerza del brazo inferior trasero derecho [N]
 F_{bsrdY} = Componente en y de la fuerza del brazo superior trasero derecho [N]
 F_{driY} = Componente en y de la fuerza del amortiguador trasero izquierdo [N]
 F_{biriY} = Componente en y de la fuerza del brazo inferior trasero izquierdo [N]
 F_{bsriY} =Componente en y de la fuerza del brazo superior trasero izquierdo [N]
 F_{dfdY} = Componente en y de la fuerza del amortiguador frontal derecho [N]
 F_{bifdY} = Componente en y de la fuerza del brazo inferior frontal derecho [N]
 F_{bsfdY} = Componente en y de la fuerza del brazo superior frontal derecho [N]
 F_{dfiY} = Componente en y de la fuerza del amortiguador frontal izquierdo [N]
 F_{bifiY} =Componente en y de la fuerza del brazo inferior frontal izquierdo [N]
 F_{bsfiY} = Componente en y de la fuerza del brazo superior frontal izquierdo [N]
 F_{frd} =Fuerza del freno delantero derecho [N]
 F_{fri} = Fuerza del freno delantero izquierdo [N]
 F_{frd} = Fuerza del freno trasero derecho [N]
 F_{fri} = Fuerza del freno trasero izquierdo [N]
 F_{vp} =Componente que afecta al pitch de la F_v [N]
 F_{vp} =Componente que afecta al pitch de la F_v [N]
 f_p =Fuerza que ejerce el conductor sobre el pedal [N]

- f_b = Fuerza que se ejerce sobre la bomba [N]
 f_c = Fuerza del caliper [N]
 g = Constante de gravedad [m/s^2]
 h_c = Altura del arco [m]
 h_{hsr} = Altura frontal de la horquilla superior trasera [m]
 h_{hir} = Altura frontal de la horquilla inferior trasera [m]
 h_{hif} = Altura frontal de la horquilla inferior delantera [m]
 h_{hsf} = Altura frontal de la horquilla superior delantera [m]
 h_{df} = Altura frontal del amortiguador delantero [m]
 h_{dr} = Altura frontal del amortiguador trasero [m]
 h_{sfp} = Altura de la suspensión delantera [m]
 h_{srp} = Altura de la suspensión trasera [m]
 h_{siR} = Altura de la suspensión izquierda [m]
 h_{sdR} = Altura de la suspensión derecha [m]
 K_t = Coeficiente del resorte equivalente de la llanta [km/s^2]
 K_d = Coeficiente del resorte del amortiguador [km/s^2]
 M_t = Masa no suspendida [kg]
 M_{bi} = Masa del brazo inferior [kg]
 M_c = Masa del chasis [kg]
 M_V = Masa del vehículo [Kg]
 M_{susP} = Momentos generados por la suspensión para el Pitch [$N * m$]
 M_{acP} = Momento generado a partir de la aceleración producida por el motor o freno para el Pitch [$N * m$]
 M_{dirP} = Momento generado a partir de la dirección para el Pitch [$N * m$]
 M_{susR} = Momentos generados por la suspensión para el Roll [$N * m$]
 M_{dirR} = Momento generado a partir de la dirección para el Roll [$N * m$]
 M_{susR_z} = Momentos producidos en el Roll por las componentes en Z de la suspensión [$N * m$]
 M_{susR_y} = Momentos producidos en el Roll por las componentes en Y de la suspensión [$N * m$]
 m_{fr} = Momento de frenado [$N * m$]
 m_a = Pendiente de la recta del acelerador S/U
 m_{cvt} = Pendiente de la recta característica de la CVT S/U
 m_{cr} = Pendiente de la recta característica de la cremallera S/U
 N_{bi} = Fuerza normal producida en el brazo inferior [N]
 N_t = Fuerza de empuje de la llanta [N]
 P_g = Perímetro del toroide calculado al centro de masa del área transversal [m]
 P_t = Presión de la llanta [Pa]
 P_c = Presión resultante después de la compresión [Pa]
 p_{rt} = Perímetro de la llanta [m]
 Q = Variación del terreno [m]
 Q_{fd} = Variación del terreno en la llanta frontal derecha [m]
 Q_{fi} = Variación del terreno en la llanta frontal izquierda [m]
 Q_{fd} = Variación del terreno en la llanta trasera derecha [m]
 Q_{fd} = Variación del terreno en la llanta trasera izquierda [m]
 R_t = Radio de la llanta [m]
 R_r = Radio del rin [m]
 R_n = Radio de la curvatura de la llanta [m]

R_b =Radio de la bomba [m]
 R_c =Radio del caliper [m]
 R_d =Radio del disco de frenos [m]
 R_g =Radio de giro del vehículo [m]
 r_{cvt} =Relación de la CVT S/U
 r_f =Relación fija S/U
 rpm_{cvt} =Revoluciones en la CVT [RMP]
 rpm_m =Revoluciones en el motor [RMP]
 rpm_t =Revoluciones en la llanta [RMP]
 S_{dir} = Sentido de la dirección S/U
 V_p =Volumen perdido [m^3]
 V_t =Volumen de la llanta [m^3]
 V_c =Volumen restante después de la compresión [m^3]
 v =Velocidad del vehículo [m^3]
 W_m =Par del motor [$N * m$]
 W_t =Par en la llanta producido por el motor [$N * m$]
 w_z =Componente del peso del coche que empuja el vehículo al suelo [kg]
 w_x =Componente del peso del coche que se opone al movimiento [kg]
 w_c =Peso del vehículo [kg]
 y =Ancho del área de contacto [m]
 y_a = Distancia del recorrido del acelerador [m]
 x = Largo del área de contacto [m]
 x_a =Revoluciones del motor divididas entre cien [RPM]
 x_p = La mitad del largo del área de contacto [m]
 Z_t = Distancia del suelo al centro de masa de la llanta [m]
 $Z_{o_{cd}}$ =Distancia inicial medida de la referencia del suelo a la referencia delantera del chasis [m]
 Z_{cd} =Distancia medida de la referencia del suelo a la referencia delantera del chasis [m]
 $Z_{o_{ct}}$ =Distancia inicial medida de la referencia del suelo a la referencia trasera del chasis [m]
 Z_{ct} =Distancia medida de la referencia del suelo a la referencia trasera del chasis [m]
 Z_{o_c} =Distancia inicial medida de la referencia del suelo al centro de masa del chasis [m]
 Z_c =distancia medida de la referencia del suelo al centro de masa del chasis [m]
 α_t = Ángulo de corte de la llanta [°]
 α_f =Ángulo del brazo inferior de la suspencion delantera [°]
 α_r =Ángulo del brazo inferior de la suspencion trasera [°]
 α_v =Ángulo de la F_v [°]
 α_{rd} = Ángulo del brazo inferior trasero derecho [°]
 α_{ri} = Ángulo del brazo inferior trasero izquierdo [°]
 β_t =Ángulo del sector lateral de la llanta [°]
 β_f =Ángulo del brazo superior de la suspensión delantera [°]
 β_r =Ángulo del brazo superior de la suspensión trasera [°]
 β_{fd} = Ángulo del brazo superior frontal derecho [°]
 β_{fi} = Ángulo del brazo superior frontal izquierdo [°]
 β_{rd} = Ángulo del brazo superior trasero derecho [°]
 β_{ri} = Ángulo del brazo superior trasero izquierdo [°]
 ΔJ =Distancia comprimida de la llanta [m]
 Δz_t = Variación de la altura de la llanta [m]

Δz_c = Variación de la altura del chasis [m]

$\Delta \ddot{z}_c$ = Aceleración sobre el eje z [m/s²]

$\Delta \ddot{x}$ = Aceleración sobre el eje x [m/s²]

Δt =Variación del tiempo [s]

Δh_{sfdP} =Variación de la altura de la suspensión delantera derecha [m]

Δh_{srdP} =Variación de la altura de la suspensión trasera derecha [m]

Δh_{sriR} =Variación de la altura de la suspensión trasera izquierda [m]

Δh_{srdR} =Variación de la altura de la suspensión trasera derecha [m]

Δh_{sfiP} =Variación de la altura de la suspensión delantera izquierda [m]

Δh_{sriP} =Variación de la altura de la suspensión trasera izquierda [m]

Δh_{sfiR} =Variación de la altura de la suspensión delantera izquierda [m]

Δh_{sfdR} =Variación de la altura de la suspensión delantera derecha [m]

Δz_{cfd} = Variación de la altura del chasis en el punto de sujeción del amortiguador delantero derecho [m]

Δz_{cfi} = Variación de la altura del chasis en el punto de sujeción del amortiguador delantero izquierdo [m]

Δz_{crd} = Variación de la altura del chasis en el punto de sujeción del amortiguador trasero derecho [m]

Δz_{cri} = Variación de la altura del chasis en el punto de sujeción del amortiguador trasero izquierdo [m]

ϵ_f =Ángulo del brazo inferior de la suspensión delantera [°]

ϵ_{fd} = Ángulo del brazo inferior frontal derecho [°]

ϵ_{fi} = Ángulo del brazo inferior frontal izquierdo [°]

δ_f =Ángulo del amortiguador delantero [°]

δ_r =Ángulo del amortiguador trasero [°]

δ_{fd} = Ángulo del amortiguador frontal derecho [°]

δ_{fi} = Ángulo del amortiguador frontal izquierdo [°]

δ_{rd} = Ángulo del amortiguador trasero derecho [°]

δ_{ri} = Ángulo del amortiguador trasero izquierdo [°]

ψ = Ángulo complementario a β_f [°]

Λ = Ángulo complementario a δ_r [°]

μ_{bi} =Constante de fricción en el brazo inferior S/U

μ_{fr} =Constante de fricción del disco del frenos S/U

μ_{tg} =Coeficiente de fricción estático del suelo contra la llanta S/U

μ_{td} =Coeficiente de fricción dinámico del suelo contra la llanta S/U

θ_{pitch} = Ángulo del Pitch [°]

φ_{roll} =Ángulo del Roll [°]

σ = Ángulo presente en la direccion en una llanta [°]

σ_D = Ángulo presente en la direccion en la llanta derecha [°]

σ_I = Ángulo presente en la direccion en la llanta izquierda [°]

SIMULACIÓN

En este capítulo se explican las relaciones, conexiones y condiciones especiales que debe tomarse en cuenta al momento de simular el modelo matemático presentado en el capítulo 4. La simulación se realizó en Matlab Simulink [24]. Sin embargo, este capítulo explica cómo se debe realizar la simulación, no importando el software que se desee usar. Este capítulo presenta un bloque por cada sistema propuesto en el modelo matemático. Se respetó el mismo orden que se usó para describir el modelo matemático, y así facilitar su comprensión. También se incluyeron los valores de las constantes usadas en la simulación del vehículo seleccionado como caso de estudio.

5.1 SIMULACIÓN DE LAS LLANTAS

Las ecuaciones que describen a la llanta se explicaron anteriormente en la sección 4.1 y son: (4.5), (4.6), (4.22), (4.23), (4.25), (4.28), (4.30). Estas ecuaciones se encuentran relacionadas entre sí, requieren de varias constantes y de señales de otras partes del modelo. La Figura 5.1 representa el diagrama de bloques de una llanta, incluyendo las interconexiones entre las ecuaciones del modelo, las señales de entrada y de salida, se deberá replicar para cada una de las cuatro llantas.

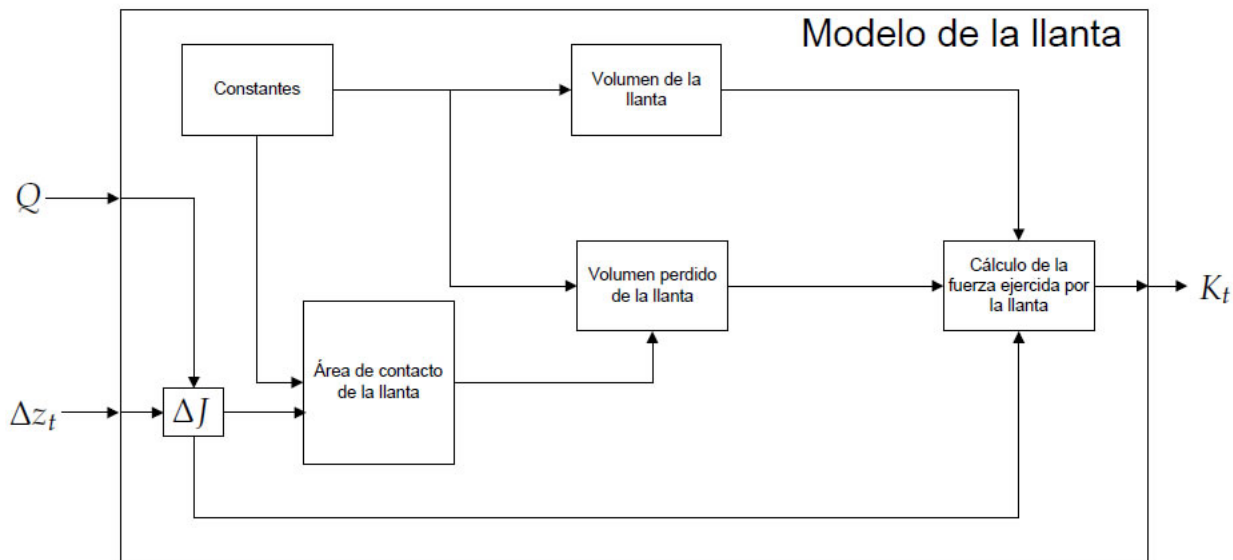


Figura 5.1: Diagrama de bloques de una llanta

Los bloques que conforman el diagrama de la llanta son los siguientes:

A.o Las constantes utilizadas se enlistan en la Tabla 5.1.

literal	valor	unidad
D_r	0.3048	m
P_t	7	psi
D_t	0.6096	m
a_n	0.254	m

Tabla 5.1: Constantes del bloque de la llanta

Se debe considerar que aunque típicamente la presión de las llantas se mide en psi , para mecánica del modelo es necesario convertirla a pascales. El valor de la presión en pascales es de 48263.30096.

- A.1 El bloque del área de contacto está conformado por las ecuaciones 4.5 y 4.6.
- A.2 El bloque de volumen de la llanta ocupa las ecuaciones 4.22 y 4.23.
- A.3 El bloque del volumen perdido de la llanta ocupa la ecuación 4.25.
- A.4 El bloque de cálculo de la fuerza ejercida por la llanta se conforma por la ecuación 4.28 y la ecuación 4.30.
- A.5 El bloque de la distancia que se comprime la llanta (ΔJ) está definido por la ecuación 4.2 sin embargo, en la simulación este se debe acotar porque aunque la llanta se pueda modelar como un resorte, este sólo funciona a compresión, es decir, cuando una llanta se aleja del suelo, no se estira como resorte solo deja de hacer contacto. Por esta razón, esta ecuación solo es válida para valores positivos. Por otro lado las llantas no se pueden comprimir más del ancho de la llanta, ya que se encuentran limitadas por el rin, por esto se debe acotar entre 0 m y el alto de la llanta que es 0.1524 m . La ecuación del resorte equivalente, ecuación 4.30, tiene una consideración especial que se presenta cuando la llanta no está en contacto con el suelo, ya que cuando la llanta no se encuentra en contacto con el suelo, no existe un resorte equivalente. Matemáticamente, el que la llanta no se encuentre en contacto con el suelo se representa cuando ΔJ es cero o negativo. Considerando esto último y tomando en cuenta que en la ecuación 4.30 ΔJ es el denominador. En el simulador se fija el límite inferior de ΔJ en el valor de 0.0001 m .

El bloque de una llanta se debe repetir cuatro veces, uno por cada llanta. Las entradas y salidas para cada bloque se expresan en la Tabla 5.2.

Llanta delantera				Llanta trasera			
Derecha		Izquierda		Derecha		Izquierda	
Entradas	Salidas	Entradas	Salidas	Entradas	Salidas	Entradas	Salidas
Q_{fd}	K_{tfd}	Q_{fdi}	K_{tfi}	Q_{rd}	K_{trd}	Q_{ri}	K_{tri}
Δz_{tfd}		Δz_{tfi}		Δz_{trd}		Δz_{tri}	

Tabla 5.2: Entradas y salidas de las llantas

Donde:

- K_{tfd} = Coeficiente del resorte equivalente de la llanta delantera derecha
- K_{trd} = Coeficiente del resorte equivalente de la llanta trasera derecha
- K_{tfd} = Coeficiente del resorte equivalente de la llanta delantera izquierda
- K_{tri} = Coeficiente del resorte equivalente de la llanta trasera izquierda
- Δz_{tfd} = Variación de la altura de la llanta delantera derecha
- Δz_{trd} = Variación de la altura de la llanta trasera derecha
- Δz_{tfd} = Variación de la altura de la llanta delantera izquierda
- Δz_{tri} = Variación de la altura de la llanta trasera izquierda
- Q_{fd} = Variación del terreno en la llanta frontal derecha
- Q_{fi} = Variación del terreno en la llanta frontal izquierda
- Q_{td} = Variación del terreno en la llanta trasera derecha
- Q_{td} = Variación del terreno en la llanta trasera izquierda

Se debe tomar en cuenta que para cada llanta se pueden variar las constantes, principalmente la presión de la llanta.

5.2 SIMULACIÓN DE LA SUSPENSIÓN DELANTERA

Las ecuaciones que describen al modelo matemático de la suspensión delantera se presentaron en el apartado 4.2. La Figura 5.2 muestra el diagrama de bloques del modelo de la suspensión considerando las entradas, salidas e interconexiones.

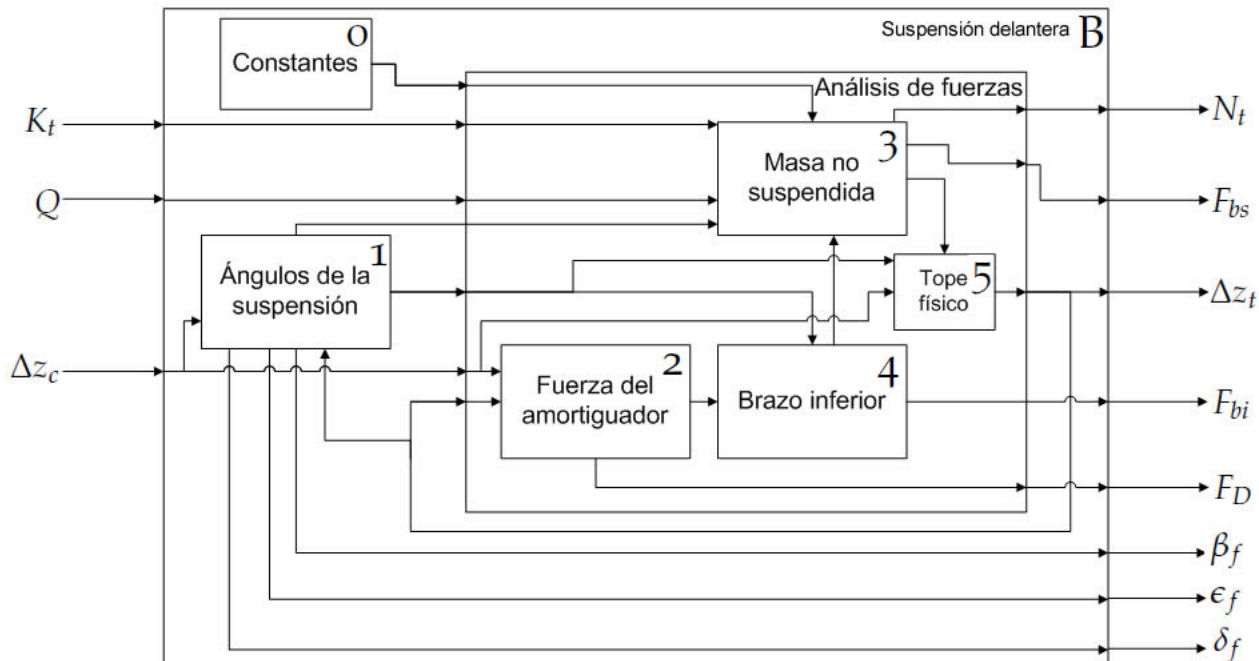


Figura 5.2: Diagrama a bloques de la suspensión delantera

Los bloques que conforman el diagrama de la suspensión delantera son los siguientes:

B.0 Las constantes utilizadas en este bloque se enumeran a continuación en la Tabla 5.3:

Literal	Valor	Unidad
B_t	0	kg/s
M_t	7.987	kg
g	9.81	m/s
Z_{0cd}	0.68575	m
Z_{0t}	0.30465	m
M_{bi}	1.194	kg
d_t	0.240	m
d_c	0.180	m
d_a	0.180	m
d_r	0.0127	m
μ_{bi}	0.18	S/U

Tabla 5.3: Constantes del bloque de la suspensión delantera

B.1 El bloque de ángulos de la suspensión está conformado por las ecuaciones 4.31 a 4.34. Sin embargo, estas ecuaciones dependen de las ecuaciones 4.37 y 4.38. Las ecuaciones de este bloque no limitan el recorrido de la suspensión, por esta razón se deben tomar en cuenta las siguientes consideraciones: El recorrido de la suspensión se encuentra limitado mecánicamente, para generar este efecto en el simulador se limitó el recorrido de la suspensión limitando la resta $Z_{cd} - Z_t$ (que representa el recorrido de la suspensión) entre los valores $0.1229 m$, que es la distancia mínima que puede existir físicamente entre la llanta y el vehículo, y $0.3811 m$ que es la distancia máxima que se puede presentar entre el vehículo y la llanta. A este bloque también se le agregó la ecuación 5.1, esta permite enviar una señal, cuando la suspensión pretende trabajar fuera de los límites mecánicos presentes en la suspensión. La utilidad de esta señal se explica en el bloque del tope físico (B.5).

$$Flag_{fsus} = \begin{cases} 0 & \text{si } 0.1229 < Z_{cd} - Z_t < 0.3811 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.1)$$

B.2 EL bloque de fuerza del amortiguador representa la ecuación 4.39.

B.3 El bloque de masa no suspendida se conforma por las ecuaciones 4.43 y 4.44

B.4 EL bloque del brazo inferior está compuesto por la ecuación 4.45.

B.5 El bloque del tope físico se agrega debido a las limitantes mecánicas de la suspensión como se explicó previamente en el bloque de ángulos de la suspensión (B.1). Se limitó el desplazamiento, sin embargo hace falta limitar el movimiento de Δz_t , para hacer esto cuando la bandera $Flag_{fsus}$ se activa, se usa la ecuación 5.2.

$$\Delta z_t = \Delta z_c \quad (5.2)$$

El diagrama a bloques que se explicó en este apartado es exclusivamente de un lado de la suspensión, se usa dos veces, una para la suspensión delantera derecha y otra para la suspensión delantera izquierda. Las entradas y salidas de estos dos bloques se muestran en la Tabla 5.4.

Suspensión delantera derecha		Suspensión delantera izquierda	
Entradas	Salidas	Entradas	Salidas
Q_{fd}	Δz_{tfd}	Q_{fi}	Δz_{tfi}
Δz_{cfd}	N_{tfd}	Δz_{cfi}	N_{tfi}
K_{tfd}	F_{dfd}	K_{tfi}	F_{dfi}
	F_{bsfd}		F_{bsfi}
	F_{bifd}		F_{bifi}
	β_{fd}		β_{fi}
	ϵ_{fd}		ϵ_{fi}
	δ_{fd}		δ_{fi}

Tabla 5.4: Entradas y salidas de la suspensión delantera

Donde:

Δz_{cfd} = Altura del chasis en el anclaje del amortiguador delantero derecho

N_{tfd} = Fuerza normal de la llanta delantera derecha

F_{dfd} = Fuerza del amortiguador delantero derecho

F_{bsfd} = Fuerza del brazo superior delantero derecho

F_{bifd} = Fuerza del brazo inferior delantero derecho

Δz_{cfi} = Altura del chasis en el anclaje del amortiguador delantero izquierdo

N_{tfi} = Fuerza normal de la llanta delantera izquierda

F_{dfi} = Fuerza del amortiguador delantero izquierdo

F_{bsfi} = Fuerza del brazo superior delantero izquierdo

F_{bifi} = Fuerza del brazo inferior delantero izquierdo

5.3 SIMULACIÓN DE LA SUSPENSIÓN TRASERA

La Figura 5.3 muestra el diagrama de bloques que representan el sistema de suspensión trasero. Las ecuaciones que modelan este sistema se explicaron en el apartado 4.3.

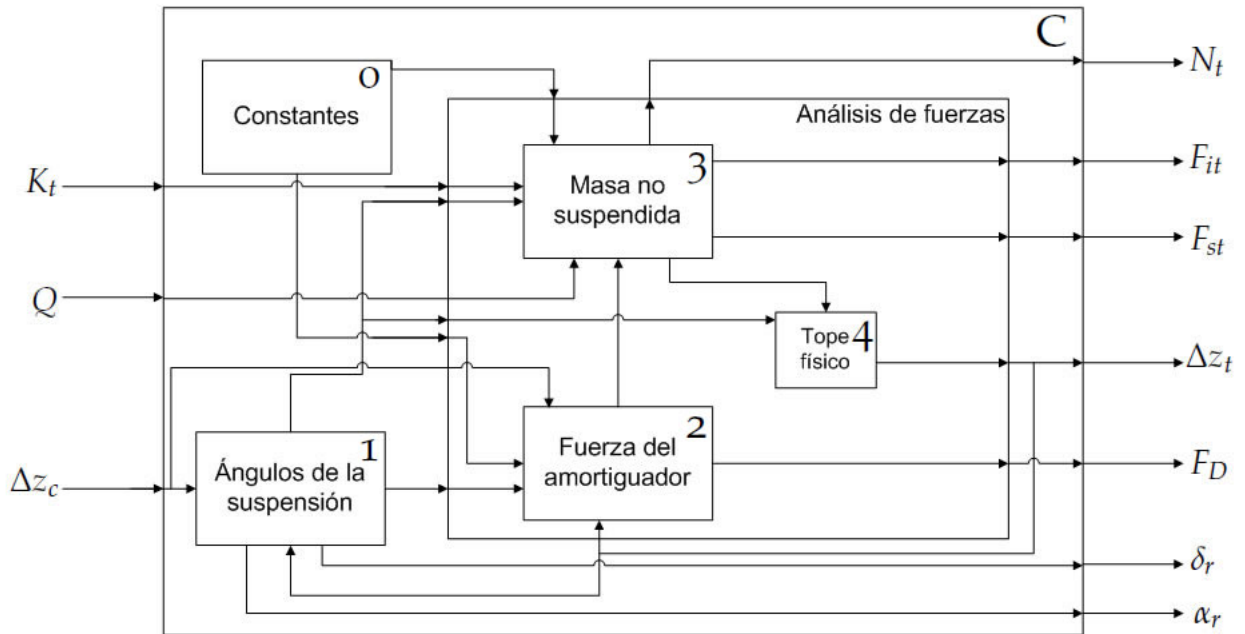


Figura 5.3: Diagrama de bloques de la suspensión trasera

Los bloques que conforman el diagrama de la suspensión trasera son los siguientes:

C.0 Las constantes utilizadas en el bloque de la suspensión trasera se enlistan en la tabla 5.5.

Literal	Valor	Unidad
B_t	0	kg/s
M_t	7.003	kg
g	9.81	m/s
Z_{0ct}	0.95865	m
Z_{0t}	0.30465	m

Tabla 5.5: Constantes del bloque de la suspensión trasera

C.1 El bloque de ángulos de la suspensión está conformado por las ecuaciones 4.50 a 4.54. Las ecuaciones en este bloque no limitan el recorrido de la suspensión, por esta razón es necesario tomar en cuenta la siguiente consideración: El recorrido de la suspensión se encuentra limitado mecánicamente, esto se representan matemáticamente por medio de la resta $Z_{ct} - Z_t$, que se acota entre los valores $0.4058 m$, que es la distancia mínima que puede existir físicamente entre la llanta y el vehículo, y $0.6540 m$ que es la distancia máxima que se puede presentar entre el vehículo y la llanta. Adicionalmente se envía una señal cuando la suspensión pretende trabajar fuera de los límites mecánicos presentes en la suspensión, esta se expresa en la ecuación 5.3. La utilidad de esta señal se explica en el bloque del tope físico (C.4).

$$Flag_{tsus} = \begin{cases} 0 & \text{si } 0.4058 < Z_{ct} - Z_t < 0.6540 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.3)$$

C.2 EL bloque de fuerza del amortiguador representa la ecuación 4.67.

C.3 El bloque de masa no suspendida se conforma por las ecuaciones 4.65, 4.66, 4.61 y 4.60

C.4 El bloque del tope físico se agrega debido a las limitantes mecánicas de la suspensión como se explicó previamente en el bloque de ángulos de la suspensión (C.1). Se limitó el desplazamiento, sin embargo hace falta limitar el movimiento de Δz_t , para hacer esto cuando la bandera $Flag_{fsus}$ se activa, se usa la ecuación 5.4.

$$\Delta z_t = \Delta z_c \quad (5.4)$$

El diagrama a bloques de la suspensión trasera es exclusivamente de un lado de la suspensión, se usa dos veces, una para cada lado de la suspensión trasera derecha e izquierda. Las entradas y salidas de estos dos bloques se muestra en la tabla 5.6.

Suspensión delantera derecha		Suspensión delantera izquierda	
Entradas	Salidas	Entradas	Salidas
Q_{rd}	Δz_{trd}	Q_{ri}	Δz_{tri}
Δz_{crd}	N_{trd}	Δz_{cri}	N_{tri}
K_{trd}	F_{drd}	K_{tri}	F_{dri}
	F_{bsrd}		F_{bsri}
	F_{bird}		F_{biri}
	α_{rd}		α_{ri}
	δ_{rd}		δ_{ri}

Tabla 5.6: Entradas y salidas de la suspensión delantera

Donde:

Δz_{crd} = Altura del chasis en el anclaje del amortiguador trasero derecho

N_{trd} = Fuerza normal de la llanta trasera derecha

F_{drd} = Fuerza del amortiguador delantero trasero

F_{bsrd} = Fuerza del brazo superior delantero trasero

F_{bird} = Fuerza del brazo inferior delantero trasero

Δz_{cri} = Altura del chasis en el anclaje del amortiguador trasero izquierdo

N_{tri} = Fuerza normal de la llanta trasera izquierda

F_{dri} = Fuerza del amortiguador trasero izquierdo

F_{bsri} = Fuerza del brazo superior trasero izquierdo

F_{biri} = Fuerza del brazo inferior trasero izquierdo

5.4 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE FRENOS

La Figura 5.4 muestra el diagrama de bloques que representan el sistema de frenos. Las ecuaciones que modelan este sistema se explicaron en el apartado 4.4.

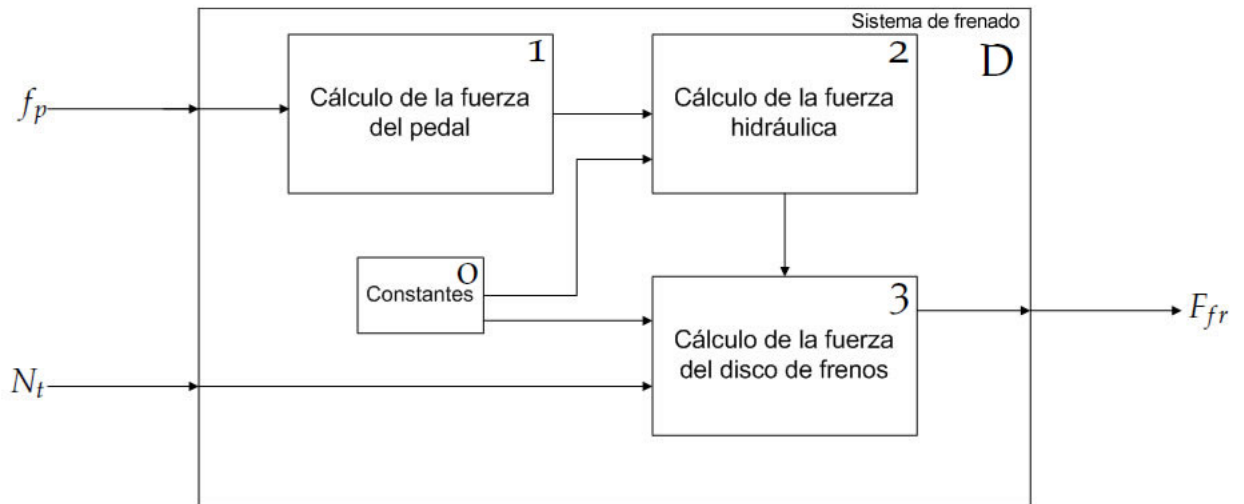


Figura 5.4: Diagrama de bloques del sistema de frenos

Los bloques que conforman el diagrama de la suspensión trasera son los siguientes:

D.0 Las constantes utilizadas en el bloque del sistema de frenos se enlistan en la Tabla 5.7.

Literal	Valor	Unidad
R_c	0.0125	m
R_b	0.0079375	m
μ_{fr}	0.7	S/U
R_d	0.09	m
μ_{tg}	0.75	S/U
R_t	0.3048	m
μ_{td}	.5	S/U
d_b	0.061	m
d_p	0.127	m

Tabla 5.7: Constantes del bloque del sistema de frenos

D.1 El bloque del cálculo de fuerza del pedal se conforma por la ecuación 4.70.

D.2 El bloque del cálculo de fuerza hidráulica esta compuesto por la ecuación 4.75.

D.3 El bloque del cálculo de la fuerza del disco de frenos esta compuesto por las ecuaciones 4.76, 4.78, 4.80 y 4.81

Como este bloque se debe repetir cuatro veces, una para cada llanta, se obtienen las siguientes entradas y salidas para cada bloque estas se expresan en la Tabla 5.8.

Freno delantero				Freno trasero			
Derecho		Izquierdo		Derecho		Izquierdo	
Entradas	Salidas	Entradas	Salidas	Entradas	Salidas	Entradas	Salidas
f_p	F_{frfd}	f_p	F_{frfi}	f_p	F_{frrd}	f_p	F_{frri}
N_{tfd}		N_{tfi}		N_{trd}		N_{tri}	

Tabla 5.8: Entradas y salidas del sistema de frenos

5.5 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN

La Figura 5.5 muestra el diagrama de bloques que representan el sistema de propulsión. Las ecuaciones que modelan este sistema se explicaron en el apartado 4.5.

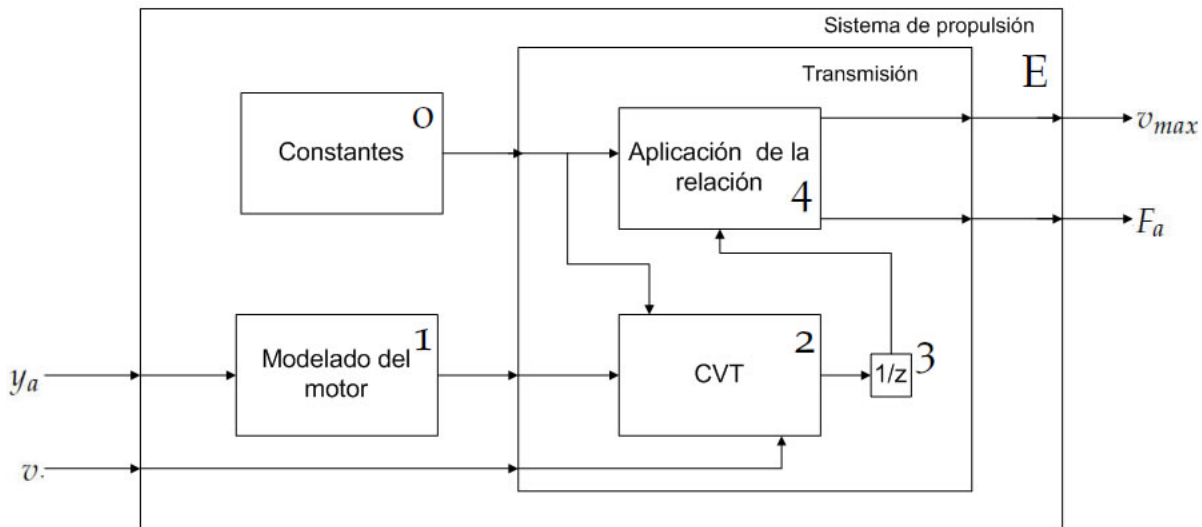


Figura 5.5: Diagrama de bloques del sistema de propulsión

Los bloques que conforman el diagrama de bloques del sistema de propulsión son los siguientes:

E.o Las constantes utilizadas en el bloque del sistema de propulsión se enlistan en la Tabla 5.9.

Literal	Valor	Unidad
r_f	13	S/U
R_t	0.3048	m

Tabla 5.9: Constantes del bloque del sistema de propulsión

- E.1 El bloque del modelado del motor se encuentra conformado por las ecuaciones 4.82 y 4.84.
- E.2 El bloque de la transmisión variable continua (CVT por sus siglas en inglés) se encuentra conformado por la ecuación 4.86, esta ecuación se utiliza junto con las ecuaciones 4.92 y 4.94 para determinar la relación a la que está trabajando la transmisión variable continua. Cabe mencionar que esta relación varía durante la simulación.
- E.3 El bloque representa un retardo, esto se debe a que se utiliza la velocidad del vehículo para calcular la velocidad a la que se encuentra trabajando la transmisión variable continua (CVT), lo cual se realiza por medio de las ecuaciones 4.92 y 4.94. En la ecuación se utiliza la relación de la transmisión variable continua r_{cvt} en el instante anterior ($t - 1$).
- E.4 El bloque de aplicación de la relación fija tiene dos salidas, la primera es la fuerza de empuje del vehículo denominada F_a , esta etapa se encuentra conformada por la ecuación 4.88. Por otra parte, es necesario determinar la velocidad máxima del vehículo, esto se realiza por medio de la ecuación 4.91, con la diferencia que en lugar de rpm_t se utiliza las revoluciones máximas del motor, que son las revoluciones obtenidas por la ecuación 4.84 previamente utilizadas en el bloque E.1. Se debe recordar que estos resultados se deben multiplicar por el factor de eficiencia de la transmisión que es de 0.9.

Este bloque solo se utiliza una vez en el simulador por esta razón las salidas son únicamente las mencionadas en el diagrama.

5.6 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE DIRECCIÓN

La Figura 5.6 muestra el diagrama de bloques que representan el sistema de dirección. Las ecuaciones que modelan este sistema se explicaron en el apartado 4.6.

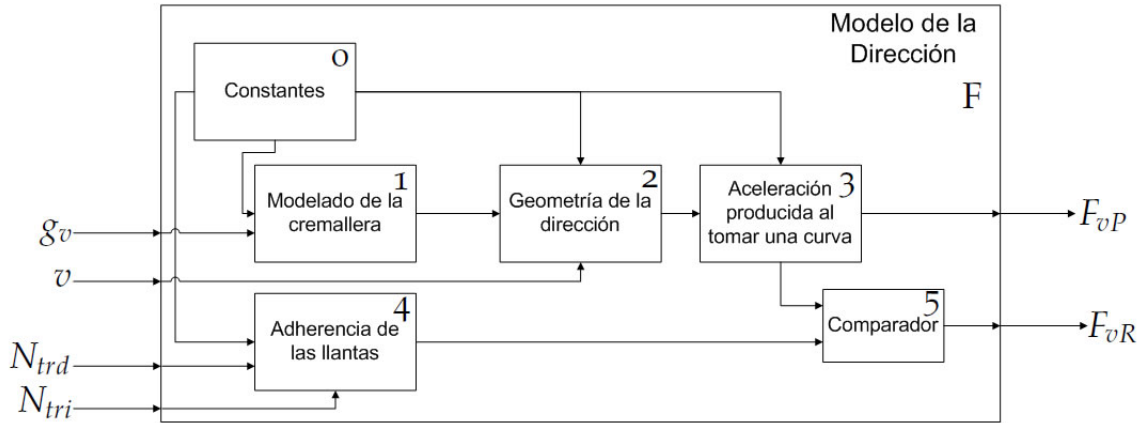


Figura 5.6: Diagrama de bloques del sistema de dirección

Los bloques que conforman el diagrama de bloques del sistema de dirección son los siguientes:

F.0 Las constantes utilizadas en el bloque del sistema de dirección se enlistan en la tabla 5.10.

Literal	Valor	Unidad
M_V	275.35	kg
D_{min}	135.404	mm
D_{max}	184.7275	mm
D_{c-t}	597.25	mm
d_{eje}	1590.287	mm
μ_{tg}	0.75	S/U

Tabla 5.10: Constantes del bloque del sistema de dirección

F.1 El bloque de modelado de la cremallera está compuesto por las ecuaciones 4.98 a 4.103

F.2 El bloque de geometría de la dirección está conformado por la ecuación 4.106. Se debe tomar en cuenta que el ángulo σ_s que se usa en esta ecuación no puede ser 90° , debido a que se usa la función *tangente*. Sin embargo, el vehículo adquiere este ángulo cuando va en línea recta, por estas razón se limita el ángulo a valores muy cercanos a 90° pero nunca alcanza ese valor. Esto se compensa más adelante en el bloque de aceleración producida por la curva (como se muestra en el bloque F.3). Finalmente, se debe recordar que se debe convertir R_g a metros [m] para poder ser enviado al siguiente bloque.

F.3 El bloque de la dirección está conformado por la ecuación 4.107. Es necesario considerar que en esta ecuación se utiliza el radio de giro, el cual crece conforme el ángulo se aproxima a 90° , sin embargo por las limitantes mencionadas en el bloque F.2, el ángulo no toma el valor de 90° . Tomando en cuenta que el ángulo es de 90° , únicamente cuando el vehículo se desplaza en línea recta, se agregó la condición de que si el radio de giro es muy grande

entonces se considera que el vehículo no está girando, esto se expresa en la ecuación 5.5. Se incluyen las ecuaciones 4.108 y 4.109, solo que en lugar de a_v se utiliza a_{v-sel} . También se agregó en este bloque la ecuación 4.135 que se encuentra en el apartado 4.7.3.

$$a_{v-sel} = \begin{cases} a_v & \text{si } R_g < 3000 \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (5.5)$$

F.4 El bloque de adherencia de las llantas se añadió a esta parte del simulador para considerar la posibilidad de que la llanta se derrape. Debido a las características físicas de este vehículo es muy propenso a derrapar al tomar una curva, por lo que es importante considerarlo (este fenómeno no es deseable en los vehículos convencionales). Para determinar si el vehículo se derrapa o no, es necesario conocer la fuerza con la que el vehículo se adhiere al suelo, esta se calcula por medio de la ecuaciones 5.6 a 5.8.

$$F_{Ard} = \mu_{tg} N_{trd} \quad (5.6)$$

$$F_{Ari} = \mu_{tg} N_{tri} \quad (5.7)$$

$$F_{Ar} = F_{Ard} + F_{Ari} \quad (5.8)$$

F.5 El bloque comparador permite determinar si el vehículo se derrapa o no, esto se realiza por medio de la comparación de las fuerzas de adherencia contra las fuerzas producidas por la dirección en el Roll, esto se calcula con la ecuación 4.133 y las comparación se realiza con la ecuación 5.9.

$$F_{vR} = \begin{cases} F_v \sin(\alpha_v) & \text{si } F_{Ar} < F_v \sin(\alpha_v) \\ F_{Ar} & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (5.9)$$

Este bloque solo se utiliza una vez en el simulador, por esta razón las salidas son únicamente las mencionadas en el diagrama.

5.7 SIMULACIÓN DEL COMPENSADOR DE ALTURA DEL CHASIS

La Figura 5.7 muestra el diagrama de bloques que representan el sistema de frenos, las ecuaciones que modelan este sistema se explicaron en el apartado 4.7.5.

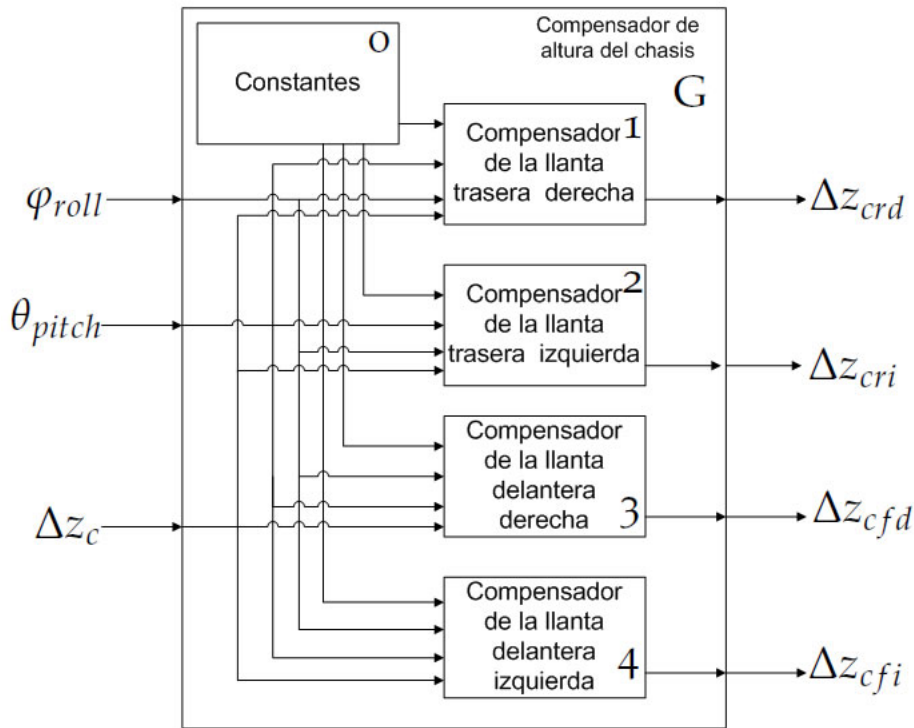


Figura 5.7: Bloque del compensador de altura del chasis

Los bloques que conforman el diagrama del compensador de altura del chasis son los siguientes:

G.0 Las constantes utilizadas en el bloque del compensador de altura del chasis se enlistan en la Tabla 5.11.

Literal	Valor	Unidad
d_{csrdP}	0.5444	m
d_{csriP}	0.5444	m
d_{csfdP}	0.79106	m
d_{csfiP}	0.79106	m
d_{csrdR}	0.42178	m
d_{csriR}	0.42178	m
d_{csfdR}	0.24684	m
d_{csfiR}	0.24684	m

Tabla 5.11: Constantes del bloque del compensador de altura del chasis

G.1 El bloque del compensador de la llanta delantera derecha se encuentra conformado por las ecuaciones 4.142, 4.147 y 4.148.

G.2 El bloque del compensador de la llanta delantera izquierda se encuentra conformado por las ecuaciones 4.143, 4.145 y 4.150.

G.3 El bloque del compensador de la llanta trasera derecha se encuentra conformado por las ecuaciones 4.140, 4.146 y 4.149.

G.4 El bloque del compensador de la llanta trasera izquierda se encuentra conformado por las ecuaciones 4.141, 4.144 y 4.151.

Este bloque se explicó en el apartado correspondiente al modelo del chasis, sin embargo debido a las entradas y salidas del mismo, se prefirió diseñar un bloque por separado. Aunque los valores de varias constantes de la Tabla 5.11 son iguales, se manejaron como señales diferentes ya que podrían ser diferentes para otros vehículos.

Este bloque solo se utiliza una vez en el simulador, por esta razón las salidas son únicamente las mencionadas en el diagrama.

5.8 SIMULACIÓN DEL CHASIS

La Figura 5.8 muestra el diagrama de bloques que representan el modelo del chasis. Las ecuaciones que modelan este sistema se explicaron en el apartado 4.7.

El modelo del chasis es la parte del simulador donde se unen todos los otros sistemas previamente modelados, por esta razón es el bloque que contiene más entradas aunque es difícil indicarlo de manera gráfica. Así que la Tabla 5.12 las presenta agrupadas según el sistema del que provienen.

Las entradas se agruparon de la siguiente manera:

- S_{fd} Suspensión delantera derecha
- S_{fi} Suspensión delantera izquierda
- S_{rd} Suspensión trasera derecha
- S_{ri} Suspensión trasera izquierda
- CF_{a-fr} Sistema de frenado y propulsión
- CF_{dir} Sistema de dirección.

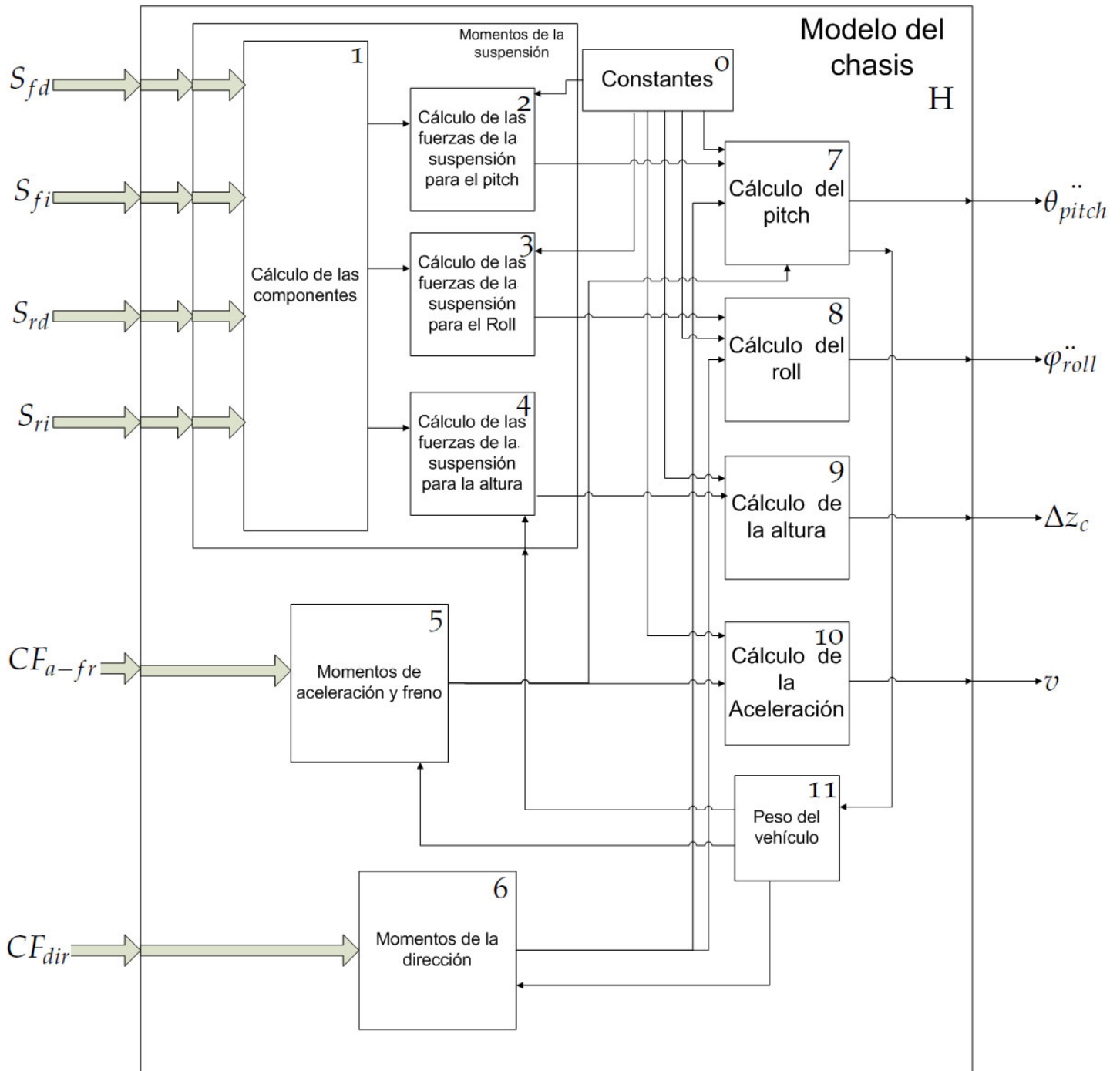


Figura 5.8: Bloque del modelo del chasis

S_{fd}		S_{fi}		S_{rd}		S_{ri}	
F_{dfd}	β_{fd}	F_{dfi}	β_{fi}	F_{drd}	α_{rd}	F_{dri}	α_{ri}
F_{bsfd}	ϵ_{fd}	F_{bsfi}	ϵ_{fi}	F_{bsrd}	δ_{rd}	F_{bsri}	δ_{ri}
F_{bifd}	δ_{fd}	F_{bifi}	δ_{fi}	F_{bird}		F_{biri}	

(a) Suspensión delantera

(b) Suspensión trasera

CF_{a-fr}		CF_{dir}
F_{frfd}	F_a	F_{vP}
F_{frfi}	V_{max}	F_{vR}
F_{frrd}		
F_{frri}		

(c) Sistema de freno, propulsión y dirección

Tabla 5.12: Entradas del chasis

Los bloques que conforman el diagrama del modelo del chasis son los siguientes:

H.0 Las constantes utilizadas en el bloque del modelo del chasis se enlistan en la Tabla 5.13.

Literal	Valor	Unidad	Literal	Valor	Unidad
J_{pitch}	88.31	kg	d_{dri}	0.42178	m
J_{roll}	135.82	kg	d_{drd}	0.42178	m
Zo_c	.601	m	d_{dfi}	0.24684	m
M_V	275.35	kg	d_{dfd}	0.24684	m
g	9.81	m/s ²	d_{sri}	0.21958	m
d_{hsr}	0.85101	m	d_{srd}	0.21958	m
d_{hir}	0.5444	m	d_{sfi}	0.16944	m
d_{hif}	0.90294	m	d_{sfd}	0.16944	m
d_{hsf}	0.823755	m	h_{hsf}	0.24684	m
d_{df}	0.79106	m	h_{df}	0.42178	m
h_{hsi}	0.21088	m	h_{dr}	0.21958	m
h_{hif}	0.40879	m	h_{hsr}	0.16944	m

(a)

(b)

Tabla 5.13: Constantes del bloque del modelo del chasis

H.1 El bloque de cálculo de las componentes se encuentra conformado por las ecuaciones contenidas en la Tablas 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6.

H.2 El bloque de cálculo de las fuerzas de la suspensión para el Pitch está constituido por las ecuaciones 4.114 a 4.120.

- H.3 El bloque de cálculo de las fuerzas de la suspensión para el Roll está constituido por las ecuaciones 4.122 a 4.126, 4.127, y 4.121.
- H.4 En el bloque de cálculo de las fuerzas de la suspensión para la altura está constituido por la ecuación 4.128.
- H.5 En el bloque de momentos de aceleración y freno está conformado por las ecuaciones 4.130 y 4.131.
- H.6 En el bloque de momentos de la dirección está compuesto por las ecuaciones 4.134 y 4.136.
- H.7 En el bloque de cálculo del Pitch se emplea la ecuación 4.110.
- H.8 En el bloque de cálculo del Roll se representa por la ecuación 4.111.
- H.9 En el bloque de cálculo de la altura se utiliza la ecuación 4.112.
- H.10 En el bloque de cálculo de la aceleración, se utiliza la ecuación 4.113. En este bloque se debe tener la consideración especial de que la fuerza de frenado solo se aplica cuando se presenta algún movimiento del vehículo, para esto se hace uso de la ecuación 5.12. Otra condición que se debe tomar en cuenta es que el vehículo tiene una velocidad tope, este se aplica por medio de la ecuación 5.10 y la ecuación 5.11 controla la fuerza de propulsión .

$$Flag_{vel} = \begin{cases} 1 & \text{si } v > v_{max} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.10)$$

$$F_a = \begin{cases} R_t W_t & \text{si } Flag_{vel} = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.11)$$

$$F_{fr} = \begin{cases} F_{ffd} + F_{ffi} + F_{frd} + F_{fri} & \text{en otro caso} \\ 0 & v = 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

- H.11 En el bloque de peso del vehículo se encuentra conformado por las ecuaciones 4.137 a 4.139.

Este bloque solo se utiliza una vez en el simulador, por esta razón las salidas son únicamente las mencionadas en el diagrama.

5.9 SIMULACIÓN DEL TERRENO

La Figura 5.9 muestra el diagrama de bloques que representan al simulador del terreno. Las ecuaciones que modelan este sistema se explicaron en el apartado 4.8.

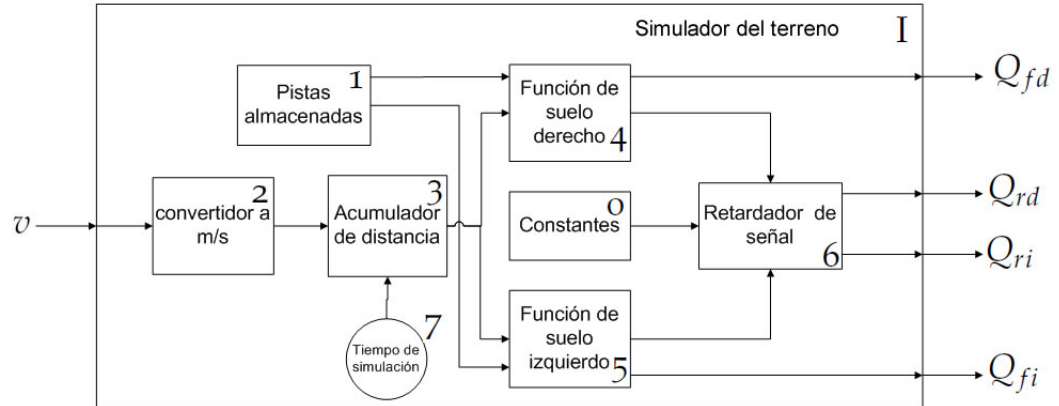


Figura 5.9: Bloque del simulador del terreno

Los bloques que conforman el diagrama del simulador del terreno son los siguientes:

I.0 Únicamente se utiliza una constante en el bloque del simulador del terreno, esta se expresa en la Tabla 5.14.

Literal	Valor	Unidad
d_{eje}	1590.287	mm

Tabla 5.14: Constante del bloque simulador del terreno

- I.1 En el bloque de las pistas almacenadas se encuentran las señales que contienen las pistas, tanto para la llanta derecha como para la llanta izquierda.
- I.2 El bloque del convertidor, se encarga de cambiar la velocidad de km/h a m/s .
- I.3 El bloque del acumulador de distancia se encarga de realizar el cálculo de la variación de distancia por medio de la ecuación 4.152 y la sumatoria de la distancia recorrida que se expresa en la ecuación 4.153.
- I.4 Este bloque se encarga de evaluar la función del terreno de la llanta derecha en el instante t . Esto se logra por medio de la ecuación 4.154.
- I.5 Este bloque se encarga de evaluar la función del terreno de la llanta izquierda en el instante t . Esto se logra por medio de la ecuación 4.155.
- I.6 Este bloque se encarga de generar el retardo de la señal para que llegue a las llantas con una diferencia de t_{eje} segundos, para ello se usan las ecuaciones 4.156 y 4.157.
- I.7 El bloque del tiempo de simulación calcula la variación del tiempo de simulación Δt .

5.10 SIMULADOR

En este aparatado se muestra cómo se unen todos los bloques del simulador previamente explicados. Las conexiones se muestran en la Figura 5.10. Los bloques se etiquetaron con la letra que les corresponde.

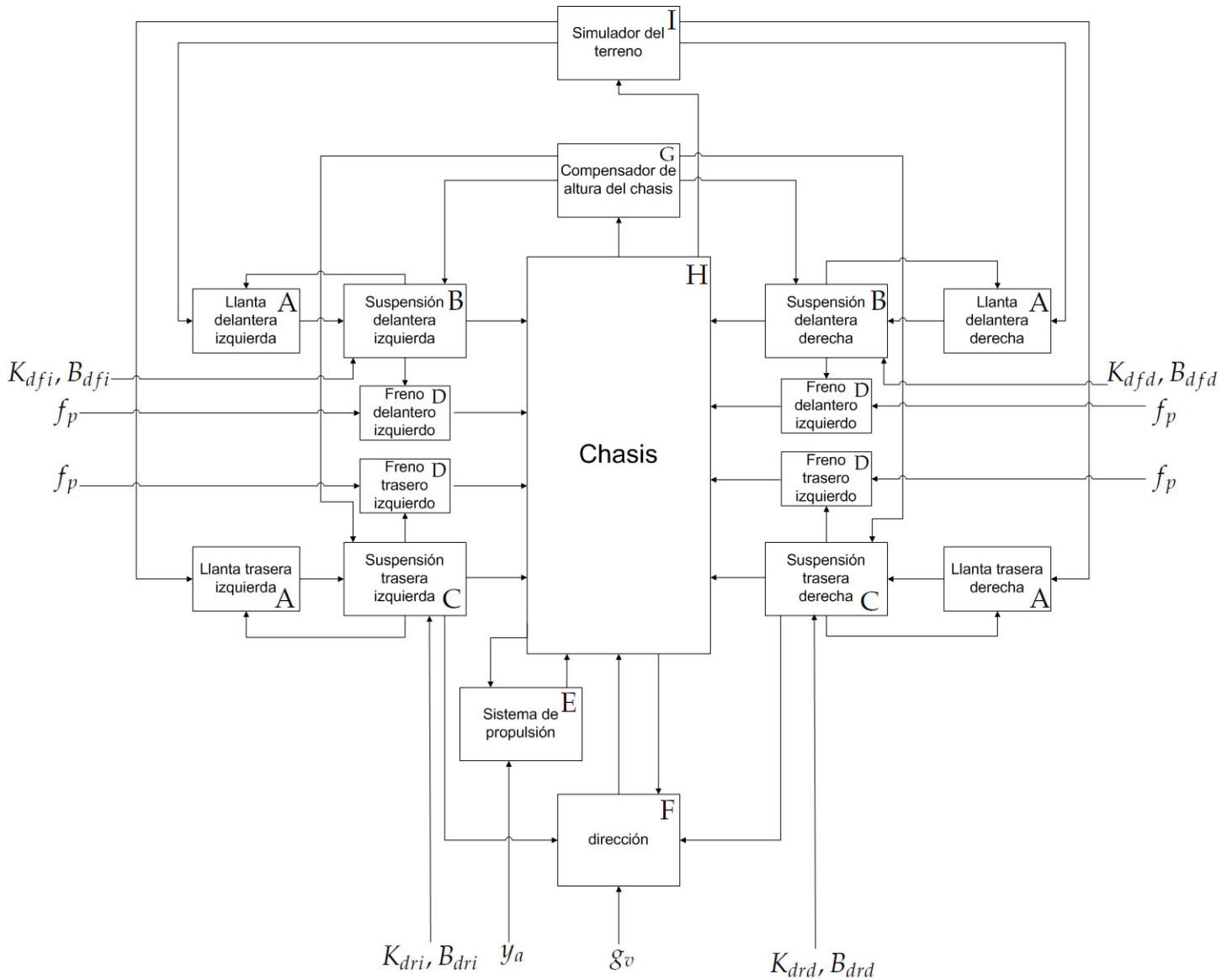


Figura 5.10: Simulador del vehículo tipo baja SAE

Al simulador se le dejaron algunas entradas para modificar el comportamiento del vehículo, estas se expresan en las tablas 5.15 y 5.16.

Entrada	Significado
K_{dfd}	Constante del resorte delantero derecho
K_{drd}	Constante del resorte trasero derecho
K_{dfi}	Constante del resorte delantero izquierdo
K_{dri}	Constante del resorte trasero izquierdo
f_p	Fuerza del pedal
g_v	Posición del volante

Tabla 5.15: Entradas de control A

Entrada	Significado
B_{dfd}	Constante de amortiguación delantero derecho
B_{drd}	Constante de amortiguación trasero derecho
B_{dfi}	Constante de amortiguación delantero izquierdo
B_{dri}	Constante de amortiguación trasero izquierdo
y_a	Aceleración del motor

Tabla 5.16: Entradas de control B

FLEXIBILIDAD DEL MODELO

El modelo desarrollado anteriormente, en los capítulos 4 y 5, se realizó para un vehículo todo terreno tipo SAE baja. Sin embargo, a este vehículo se le pueden realizar múltiples cambios para mejorar el comportamiento del mismo, por esto al modelo se le dió la posibilidad de realizar estos ajustes. Por otro lado, el modelo puede ser fácilmente utilizado para representar otro vehículo con la misma mecánica básica, solamente con algunos cambios.

Este capítulo aborda los cambios que se le pueden realizar al modelo y que representa físicamente cada uno de estos. Todos los cambios explicados en este apartado deben ser realizados en la tabla de constantes correspondiente al sistema que se está modificando, estas tablas se explican en el capítulo 5.

Otra cualidad que tiene el modelo es que este fue realizado de manera modular, de tal manera que si un sistema no tiene las características necesarias, se puede reemplazar únicamente este módulo.

6.1 FLEXIBILIDAD DEL MODELO DE LAS LLANTAS

El modelo realizado de las llantas del vehículo permite múltiples ajustes, todos los ajustes realizados representan cambios físicos en las llantas.

6.1.1 Tipo de llanta

El primer cambio que se puede realizar es el reemplazo de las llantas por otro modelo de diferente geometría, diferente tamaño y ancho, esto se logra por medio de las constantes que se explican en la Tabla 6.1.

Literal	Descripción	Unidad
D_r	Diámetro del rin	m
D_t	Diámetro de la llanta	m
a_n	Ancho de la llanta	m

Tabla 6.1: Constantes de las dimensiones de la llanta

Las medidas indicadas en la Tabla 6.1 reestructuran completamente la geometría de la llanta, lo que permite ajustarla a cualquier otro tipo de llanta. Cabe mencionar que si se cambia la geometría de la llanta, es necesario cambiar el parámetro de la altura inicial del vehículo que se encuentra en la tabla de constantes de la suspensión, tanto delantera como trasera, y se deben modificar la constante incluida en la Tabla 6.2 de la suspensión correspondiente.

Literal	Descripción	Unidad
Zo_t	Altura inicial de la llanta	m

Tabla 6.2: Constantes de las dimensiones de la llanta

6.1.2 Presión de inflado

Otro cambio que se puede realizar es la cambiar la presión de inflado de la llanta, esta se modifica por medio de la constante expresada en la Tabla 6.3.

Literal	Descripción	Unidad
P_t	Presión de inflado de la llanta	psi

Tabla 6.3: Constantes de las dimensiones de la llanta

Es necesario recordar que existe un bloque de constantes para cada llanta, por lo tanto se puede configurar con distintos tipos de llanta o diferentes presiones de inflado en cada llanta.

6.2 FLEXIBILIDAD DEL MODELO DE LA SUSPENSIÓN

La suspensión fue modelada para un sistema de doble horquilla y este no puede ser cambiado, a menos que se remplace por completo el modulo. Para ambas suspensiones se pueden realizar cambios en la geometría del sistema. Estos se ven reflejados en las ecuaciones obtenidas previamente en 4.2.1 y 4.3.1, usadas para describir la geometría de cada sistema; para cualquier cambio de geometría será necesario volver a realizar el cálculo de los ángulos de la suspensión modificada.

6.2.1 Ajuste de la geometría de la suspensión delantera

En la suspensión delantera, la geometría básica del sistema no cambia. Sin embargo, los cambios que se pueden realizar son: la longitud de los brazos de la suspensión, la distancia de sujeción del amortiguador en la horquilla inferior y la altura del vehículo con el recorrido máximo de la suspensión. Estos cambios se pueden realizar mediante las contantes mencionadas en la Tabla 6.4.

Literal	Descripción	Unidad
Zo_{cd}	Altura inicial del vehículo	m
d_t	Distancia total del brazo inferior	m
d_c	Distancia media del brazo inferior	m
d_a	Distancia del punto de sujeción del amortiguador	m
d_r	Distancia al punto de fricción	m

Tabla 6.4: Constantes de la geometría de la suspensión delantera

Nota importante: Todo cambio en las constantes de la Tabla 6.4, generan cambios en la geometría del sistema, por lo que se deben considerar estos cambios en las ecuaciones del apartado 4.2.1.

Además de la geometría del sistema, se pueden modificar la masa no suspendida y la masa del brazo inferior. Estas se ilustran en la Tabla 6.5.

Literal	Descripción	Unidad
M_t	Masa no suspendida	kg
M_{bi}	Masa del brazo inferior	kg

Tabla 6.5: Constantes de masa de la suspensión delantera

6.2.2 Ajuste del peso de la masa no suspendida trasera

En la suspensión trasera, debido a la geometría particular que presenta, únicamente se puede cambiar el valor de la masa no suspendida esta se ilustra en la Tabla 6.6.

Literal	Descripción	Unidad
M_t	Masa no suspendida	kg

Tabla 6.6: Constantes de la geometría de la suspensión trasera

6.2.3 Ajuste de los amortiguadores

Se pueden ajustar las características físicas de los amortiguadores de ambas suspensiones, para esto se puede modificar la constante de amortiguamiento o la constante de rigidez de cada resorte, estas se ilustran en la Tabla 6.7. Se debe recordar que estas dos constantes se presentan independientemente en cada una de las llantas del vehículo, por lo tanto cada una pueden presentar diferentes valores.

Literal	Descripción	Unidad
β_{fd} β_{fi} β_{rd} β_{ri}	Constante de amortiguamiento	kg/s
K_{fd} K_{fi} K_{rd} K_{ri}	Constante de rigidez	kg/s ²

Tabla 6.7: Constantes de la geometría de la suspensión trasera

Donde:

β_{fd} = Constante de amortiguamiento delantera derecha.

β_{fi} = Constante de amortiguamiento delantera izquierda.

β_{rd} = Constante de amortiguamiento trasera derecha.

β_{ri} = Constante de amortiguamiento trasera izquierda.

K_{fd} = Constante de rigidez delantera derecha.

K_{fi} = Constante de rigidez delantera izquierda.

K_{rd} = Constante de rigidez trasera derecha.

K_{ri} = Constante de rigidez trasera izquierda.

6.3 FLEXIBILIDAD DEL MODELO DEL SISTEMA DE FRENADO

El sistema de frenos del vehículo puede tener ajustes para simular cambios en el tipo de terreno, esto se representa por medio de la fricción existente entre la llanta y el suelo. También se pueden realizar cambios para representar modificaciones físicas del sistema.

6.3.1 Ajustes físicos del sistema del sistema hidráulico

El sistema de frenos usado en el modelo es de tipo hidráulico. Se pueden realizar los siguientes ajustes en la parte hidráulica del sistema: Se puede ajustar el diámetro de la bomba que es activada por el pedal de frenos y el diámetro del cilindro del caliper que sujeta el disco de frenos.

Es necesario recordar que los frenos son independientes en las cuatro llantas porque se pueden considerar diferente caliper en cada una de ellas. Aunque el modelo permite considerar diferente bomba para cada llanta, generalmente en el sistema real se activan las llantas con la misma bomba o se divide el sistema en una bomba para las llantas traseras y otra para las delanteras. La Tabla 6.8 indica las constantes usadas para realizar estos cambios.

Literal	Descripción	Unidad
R_c	Radio del cilindro del caliper	m
R_b	Radio de la bomba de frenos	m

Tabla 6.8: Constantes hidráulicas del sistema de frenos

6.3.2 Ajustes físicos al sistema mecánico

El sistema de frenos tiene los siguientes componentes mecánicos que pueden modificarse: El pedal de frenos, este se encuentra definido por dos longitudes, la del punto donde se presiona el pedal al punto donde el pedal gira (d_p) y la longitud es del punto de giro al punto de sujeción de la bomba (d_b). Aunque el modelo se podría ajustar con un pedal diferente para el freno de cada llanta generalmente se ocupa un solo pedal para el sistema de frenado, por esto es necesario modificar el bloque de frenado de cada llanta al mismo tipo de pedal. Otro cambio mecánico que se puede realizar es el cambio de los discos de freno, esto se realiza por medio del radio de los mismos. Todas las constantes mencionadas se expresan en la tabla 6.9.

Literal	Descripción	Unidad
d_p	Distancia al pedal	m
d_b	Distancia a la bomba	m
R_d	Radio del disco de frenos	m

Tabla 6.9: Constantes mecánicas del sistema de frenos

Literal	Valor	Unidad
d_{eje}	Distancia entre ejes	mm

Tabla 6.11: Ajuste del bloque que representa al terreno terreno

6.4 FLEXIBILIDAD DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN

La modificación que se le puede realizar a este sistema es el cambio de la relación usada en la transmisión fija, esto se logra por medio de la constante r_f (relación fija).

6.5 MASA DEL VEHICULO

El chasis representa la mayor cantidad de la masa del vehículo, esta se puede modificar de dos maneras, la primera es un cambio en la cantidad de masa que tiene el vehículo ya sea un aumento o reducción de la misma; La segunda es un cambio en la distribución de la masa lo cual se ve reflejado en los momentos inerciales de la misma. Estas constantes se expresan en la Tabla 6.10.

Literal	Valor	Unidad
J_{pitch}	Masa inercial en el ángulo Pitch	kg
J_{roll}	Masa inercial en el ángulo Roll	kg
M_V	Masa del vehículo	kg

Tabla 6.10: Constantes de masa del chasis

6.6 AJUSTES EN EL MODELO DEL TERRENO

El terreno se puede modificar por medio de una señal, esto se mencionó anteriormente en 5.9. Sin embargo también existen otras condiciones que se ajustan en el modelo del terreno que no pertenecen al terreno. El primer cambio que se puede representar en el modelo del terreno es la distancia entre ejes, esto se debe a que la distancia entre ejes influye en el retraso de la señal de terreno existente entre ejes . Esta se ilustra en la tabla 6.11.

Otra modificación que se puede realizar es la constante de fricción de las llantas contra el terreno, este se encuentra en el bloque del freno y se ilustra en la tabla 6.12.

Literal	Valor	Unidad
μ_{td}	Coefficiente de fricción del Terreno con la llanta	S/U

Tabla 6.12: Ajuste de la fricción del Terreno

Parte IV

EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

SIMULACIÓN A LAZO ABIERTO

Con el objetivo de validar el funcionamiento de todos los sistemas en este apartado se realiza el análisis dinámico del modelo matemático por medio de simulaciones. Los experimentos se dividieron de tal manera que se pudieran probar los sistemas independientemente y analizar cómo afecta cada uno al resto del vehículo.

Los experimentos se realizaron con una combinación de valores en el resorte y amortiguador de cada llanta, que garantiza que cuando el vehículo se encuentra en reposo los ángulos del Pitch y Roll del chasis son iguales a cero, estos ángulos se muestran en la figura 7.1. En los experimentos se realiza el análisis de las siguientes señales del vehículo: El ángulo del Pitch, el ángulo del Roll, la altura del chasis, el área de contacto de las llantas, las aceleraciones del Pitch y el Roll. La altura de cada uno de los puntos de sujeción de los amortiguadores y la altura de las llantas, adicionalmente se grafican las señales de velocidad y de la distancia recorrida en los casos que son necesarios.

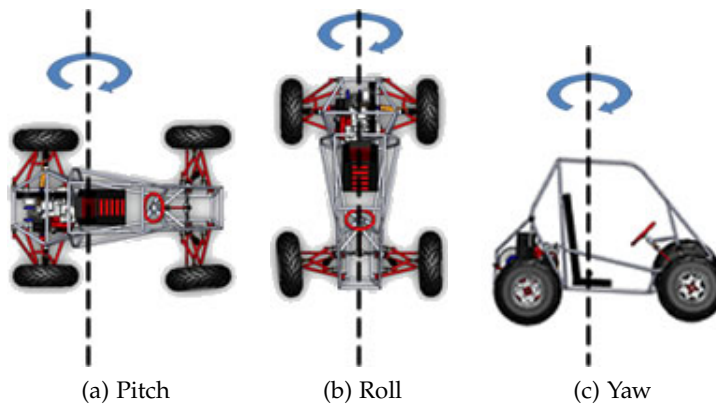


Figura 7.1: Ángulos del chasis

7.1 ANÁLISIS DEL AUTOMÓVIL EN REPOSO

Este experimento se realizó con el objetivo de analizar cómo se comporta el vehículo cuando se encuentra en reposo. El experimento se realizó colocando el coche en las siguientes condiciones iniciales:

- Las llantas se encuentran en contacto con el suelo, pero no presentan ninguna compresión, es decir, el área de contacto es mínima, tan pequeña que se puede considerar prácticamente cero.
- La suspensión se considera completamente extendida, es decir con el recorrido máximo que puede presentar físicamente.

- La altura del chasis corresponde a la altura necesaria para cumplir las dos primeras condiciones.
- Las llantas se encuentran a una presión de 7 *psi*.
- La constante de rigidez (K) de los amortiguadores delanteros es de 5000 y los traseros de 5315.
- La constante de amortiguamiento (B) de los amortiguadores es de 2000.

En este experimento el vehículo no se encuentra en movimiento y se estabiliza en una pista completamente plana. Esta prueba es importante ya que al inicio de cada simulación del modelo regresa a estas condiciones iniciales y es necesario esperar a que el vehículo llegue al reposo, por lo que no hay oscilaciones antes de iniciar el recorrido de una pista. A continuación se muestran los resultados de esta simulación.

La primera señal que se analizó fue el comportamiento de la altura del chasis, la cual se muestra en la figura 7.2. El punto de referencia cero corresponde a la altura del chasis en sus condiciones iniciales y se puede observar que se reduce la altura del chasis conforme el vehículo se estabiliza, esto se debe a que las llantas y los amortiguadores se comprimen debido al peso del vehículo. En este caso la altura del chasis se reduce en 123.3mm . En el caso de que se deseara una menor compresión de los amortiguadores, se deben usar constantes de rigidez (K) más grandes, la constante (B) no influye y si se deseara que la compresión de las llantas sea menor, se deben inflar a mayor presión.

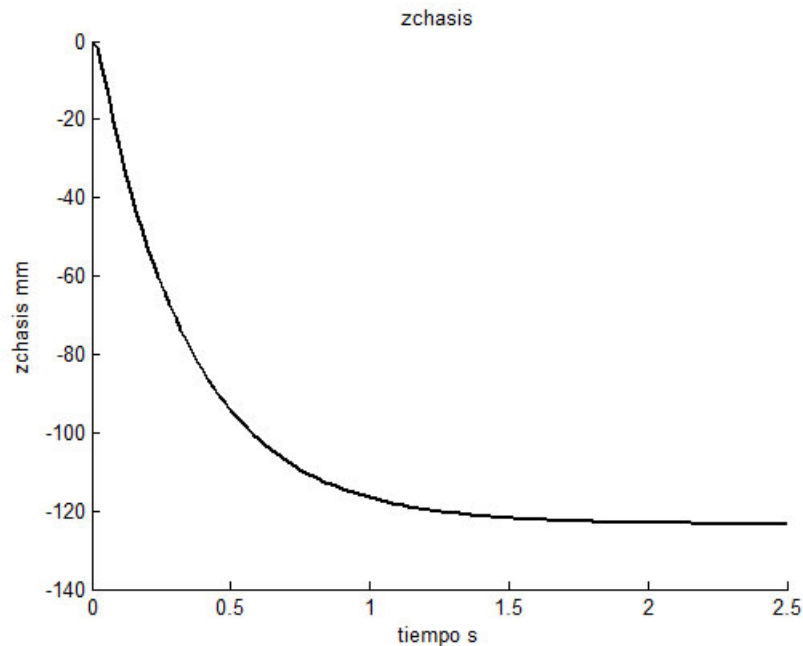


Figura 7.2: Altura del chasis en reposo

En la figura 7.3 se muestra la señal del ángulo Pitch. En un inicio el vehículo en condiciones iniciales tiene un ángulo Pitch de cero. Conforme se comprimen las suspensiones, el ángulo Pitch cambia por las diferencias de la geometría entre las suspensiones delantera y trasera. Sin

embargo, al final el vehículo se estabiliza en un ángulo de Pitch igual a cero; esto es porque los amortiguadores delanteros y traseros tienen diferentes valores de amortiguamiento (K,B).

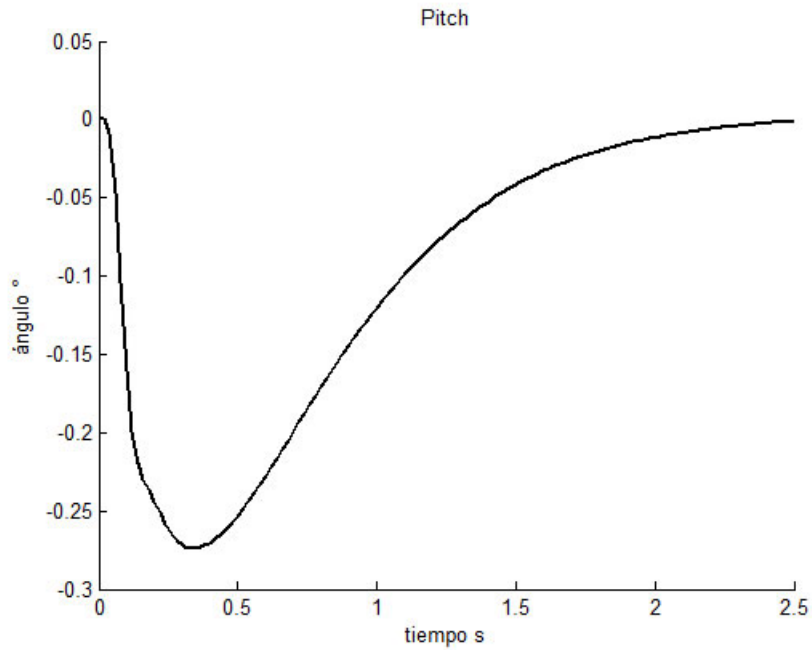


Figura 7.3: Pitch del vehículo en reposo

En la figura 7.4 se puede observar el cambio en la aceleración angular del Pitch, hasta que el vehículo llega a reposo. Esto se presenta a los 2.5 segundos, ver figuras 7.2 y 7.3.

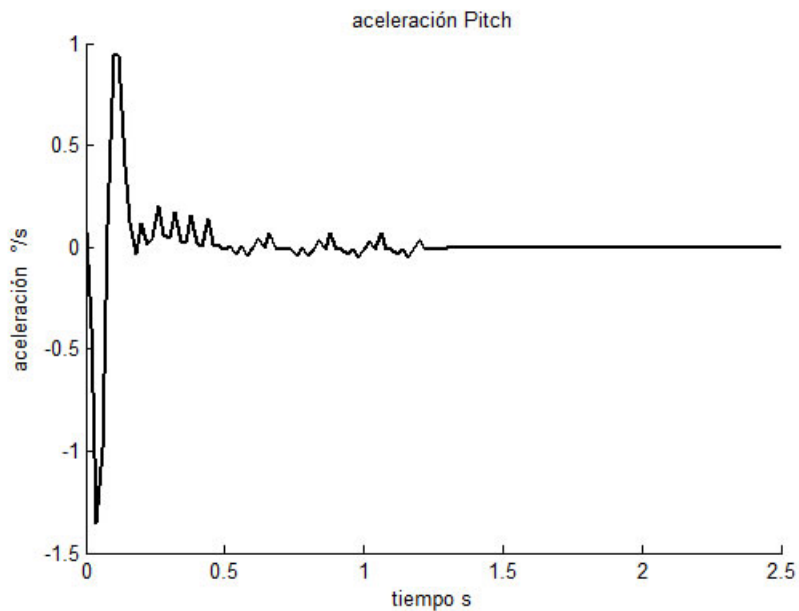


Figura 7.4: Aceleración angular del Pitch hasta llegar al reposo.

Como la suspensión delantera derecha y delantera izquierda son iguales, la suspensión trasera derecha es igual a la suspensión trasera izquierda y el centro de masa está alineado con respecto

al eje y del vehículo, se espera que el ángulo del Roll y su aceleración angular sean iguales a cero en todo momento, esto se verificó en la simulación, las señales obtenidas se muestran en la figura 7.5.

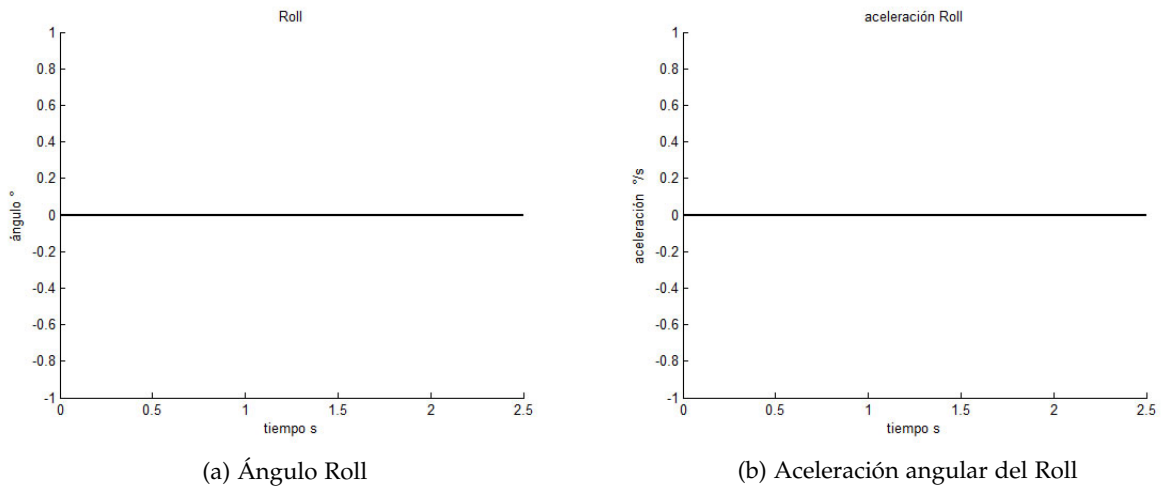


Figura 7.5: (a)Ángulo de Roll y su (b) aceleración angular en reposo.

Adicionalmente, se analiza el comportamiento de la altura de los puntos de sujeción de cada uno de los amortiguadores, esto con el objetivo de visualizar la altura del chasis separando el efecto que produce cada una de las suspensiones. En la figura 7.6 se puede observar cómo las llantas traseras y las llantas delanteras se comportan de manera diferente, esto también influye en el ángulo de Pitch.

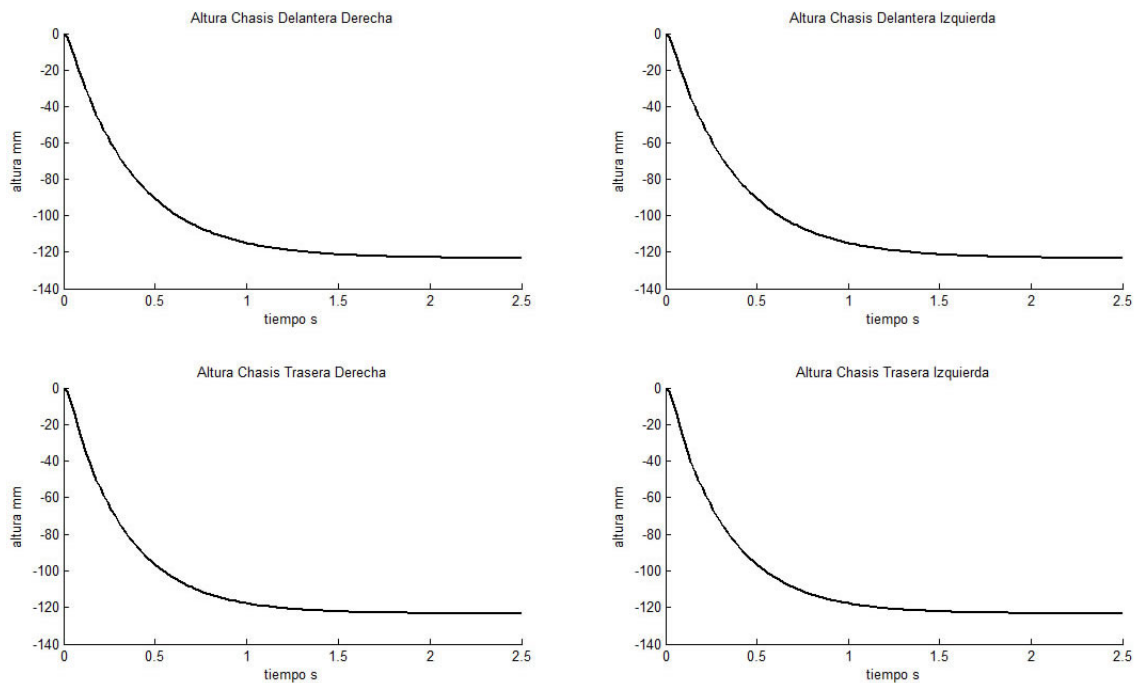


Figura 7.6: Alturas de los puntos de sujeción de los amortiguadores en reposo.

De la misma manera que la altura del chasis se reduce debido a la condición inicial del vehículo, la altura de las llantas cambia. Las llantas en condiciones iniciales se encuentran apenas en contacto con el suelo sin presentar ninguna compresión, una vez que inicia la simulación debido al peso del vehículo las llantas se comprimen. La altura a la que se comprimen las llantas se muestra en la figura 7.7. En esta podemos apreciar que las llantas delanteras se comprimen 5mm y que las llantas traseras se comprimen 8mm porque cada una de las suspensiones tienen diferente geometría.

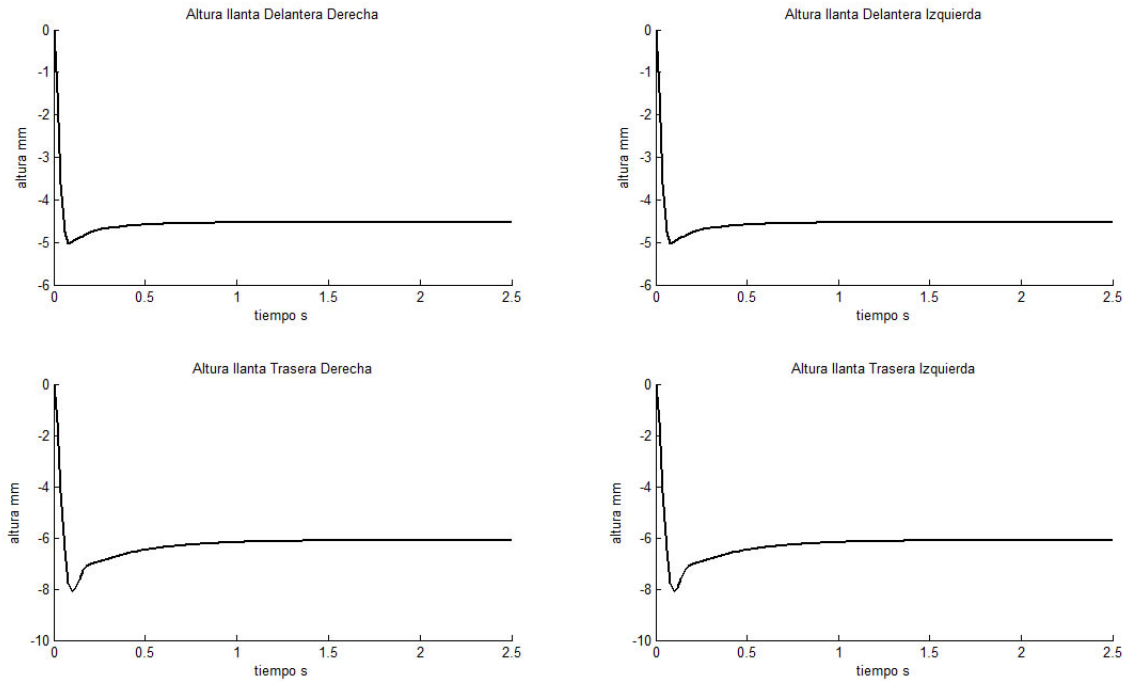


Figura 7.7: Alturas de las llantas en reposo

Debido a la compresión de las llantas el área de contacto aumenta. En condiciones iniciales esta se considera cero, conforme las llantas se comprimen esta aumenta, la figura 7.8 muestra el área de contacto de una llanta trasera, la otra llanta trasera se comporta de la misma manera.

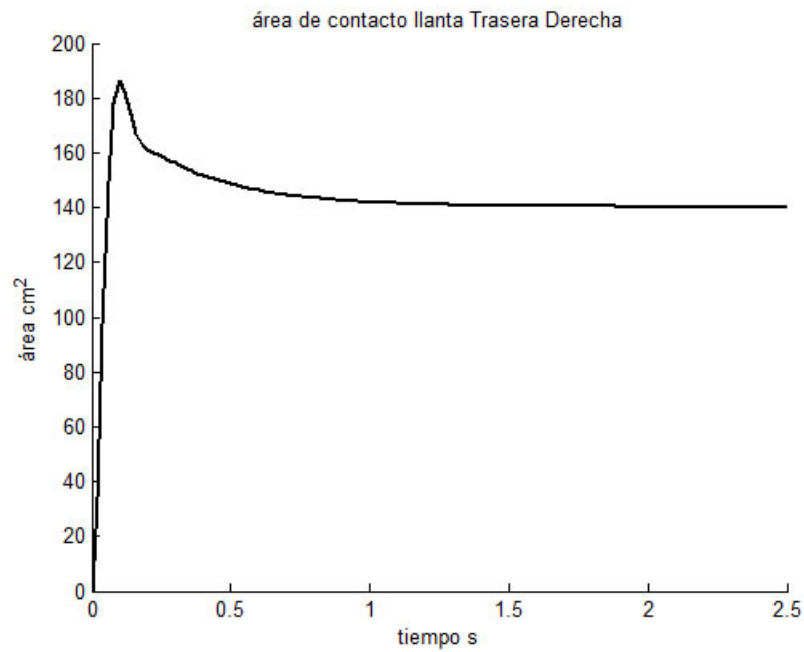


Figura 7.8: Área de contacto de la llanta trasera derecha

La figura 7.9 muestra el área de contacto de una llanta delantera, la otra llanta delantera se comporta de la misma manera. En las figuras que muestran las distintas áreas de contacto, podemos observar que en la condición inicial el área de contacto es cero y aumenta conforme las llantas se comprimen.

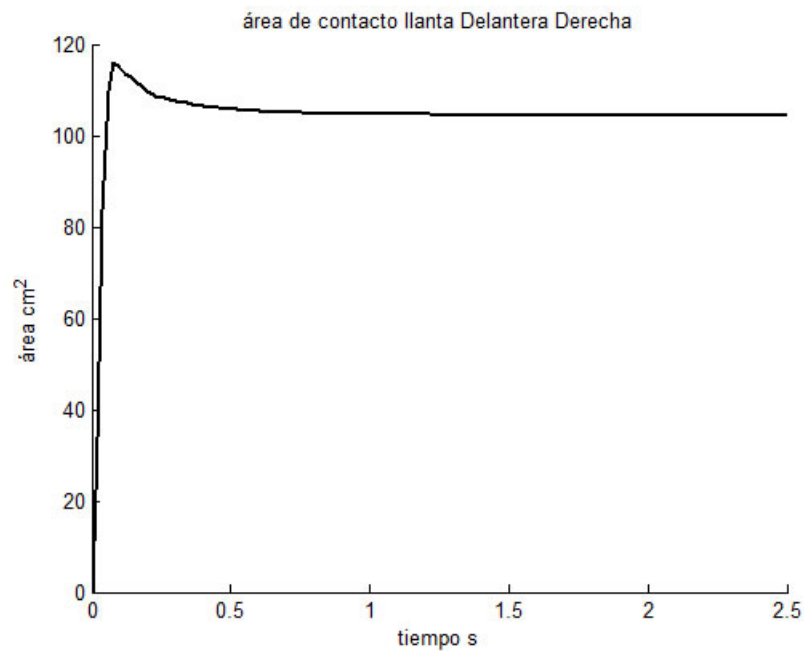


Figura 7.9: Área de contacto de la llanta delantera derecha

Este experimento muestra cómo se estabiliza el vehículo a partir de las condiciones iniciales. Estas condiciones se seleccionaron porque las fuerzas de las llantas y de las suspensiones son iguales a cero y se utilizan en todas las simulaciones realizadas en este trabajo. Sin embargo antes de realizar cualquier prueba se esperan 5 segundos para garantizar que el modelo se estabilice, por lo tanto, para las siguientes pruebas podemos considerar que el vehículo parte de reposo. Las condiciones del vehículo en reposo se muestran en la tabla 7.1.

Literal	Descripción	Valor	Unidad
z_c	Altura del chasis	-123.4	mm
θ_{pitch}	Ángulo Pitch	0	°
φ_{roll}	Ángulo Roll	0	°
$\ddot{\theta}_{pitch}$	Aceleración angular Pitch	0	°/s
$\ddot{\varphi}_{roll}$	Aceleración angular Roll	0	°/s
A_{ctfd}	Área de contacto de la llanta delantera derecha	104.5	cm ²
A_{ctfi}	Área de contacto de la llanta delantera izquierda	104.5	cm ²
A_{ctrd}	Área de contacto de la llanta trasera derecha	104.2	cm ²
A_{ctri}	Área de contacto de la llanta trasera izquierda	104.2	cm ²
Δz_{crd}	Altura del chasis en la llanta trasera derecha	-123.4	mm
Δz_{cri}	Altura del chasis en la llanta trasera izquierda	-123.4	mm
Δz_{cfd}	Altura del chasis en la llanta delantera derecha	-123.4	mm
Δz_{cfi}	Altura del chasis en la llanta delantera izquierda	-123.4	mm
Δz_{trd}	Altura de la llanta llanta trasera derecha	-4.531	mm
Δz_{tri}	Altura de la llanta llanta trasera izquierda	-4.531	mm
Δz_{tfd}	Altura de la llanta llanta delantera derecha	-6.009	mm
Δz_{tfi}	Altura de la llanta llanta delantera izquierda	-6.009	mm

Tabla 7.1: Condiciones del vehículo en reposo

7.2 EXPERIMENTO DE ACELERACIÓN Y FRENADO

Este experimento se realizó con el objetivo de analizar el comportamiento del vehículo al momento de frenar y acelerar para el correcto funcionamiento de los sistemas de propulsión y frenado. Esta simulación se realizó en una pista sin relieve, es decir, completamente plana, esto garantiza que lo único que influye en el comportamiento de vehículo son las fuerzas generadas al acelerar o frenar. Al inicio, el vehículo se encuentra en reposo, posteriormente se acelera a fondo por 140 metros, luego se libera el acelerador y se pisa el freno a fondo. Esto se ilustra en la figura 7.10.

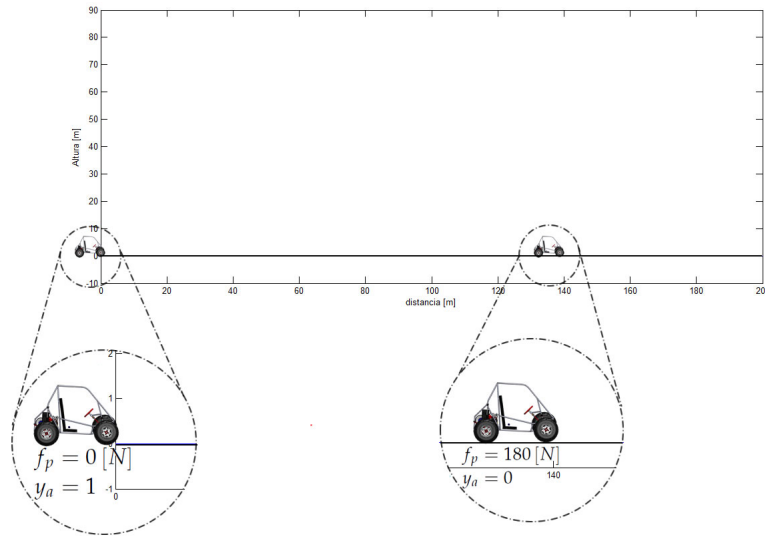


Figura 7.10: Pista recta sin relieve para la prueba de aceleración y frenado

Esta simulación se realizó con las condiciones iniciales del vehículo en reposo que se explicaron en la tabla 7.1. Se utilizaron los mismos valores de constante de rigidez (K), amortiguamiento (B) y presión de inflado que en el experimento 7.1. A continuación se muestran los resultados de la simulación realizada.

La figura 7.11 muestra la velocidad del vehículo, en esta gráfica se observa que el vehículo acelera de manera constante hasta que recorre 140m, después de eso desacelera debido al sistema de frenado, (como referencia se midió la velocidad máxima V_{max}). Así se verifica que los sistemas funcionan correctamente.

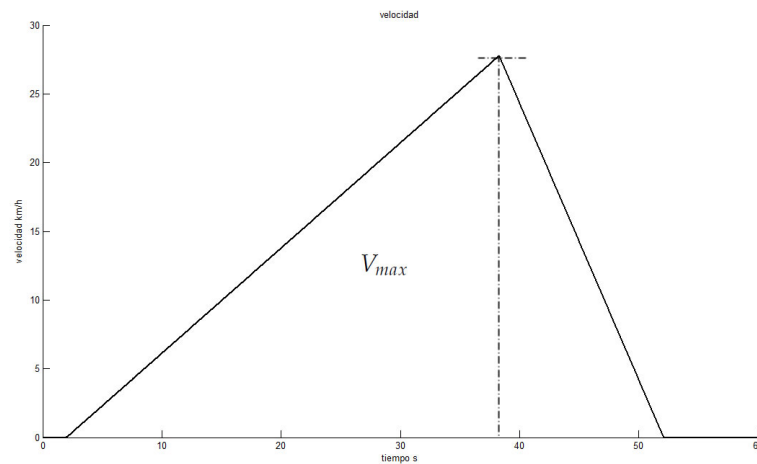


Figura 7.11: Comportamiento de la velocidad del vehículo bajo los efectos de aceleración y frenado

La figura 7.12 muestra la distancia que recorre el vehículo con respecto del tiempo. Se puede observar en la gráfica la distancia que avanza el vehículo al acelerar, y posteriormente cuando se alcanzan los 140 m cambia la forma de la curva hasta que el vehículo se detiene. Para poder

comparar el resultado obtenido, se midió la distancia a la que se detiene el vehículo. Tomado en cuenta que el vehículo empieza a frenar a los 140 metros y se detiene hasta los 193.2 m podemos decir que con una fuerza de 180N en el pedal de freno, a una velocidad de 27.77 km, el vehículo frena en 53.2 m. Si se quisiera frenar en una menor distancia se debería de aplicar una mayor fuerza al pedal. Es necesario tomar en cuenta que la fuerza que se le aplica al pedal del freno es generada por el pie del conductor y por lo tanto no puede exceder la fuerza máxima que un humano puede ejercer.

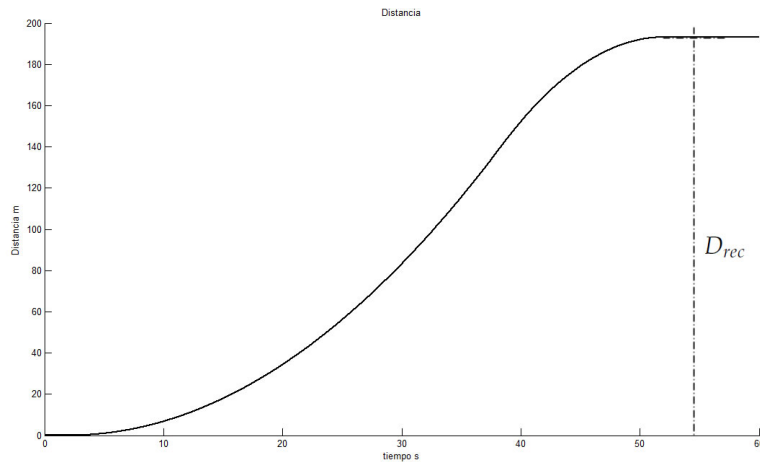


Figura 7.12: Comportamiento de la distancia en el caso de aceleración y frenado

La figura 7.13 muestra el comportamiento de la altura del chasis, se puede observar cómo cuando el vehículo acelera, el chasis desciende y cuando el vehículo frena el chasis, se eleva ligeramente, estas variaciones son muy pequeñas pero se muestra que el sistema de propulsión y el sistema de frenado influyen en el comportamiento de la suspensión. A mayores velocidades o mayor fuerza sobre el pedal de freno, las variaciones en la altura de la suspensión serán mayores.

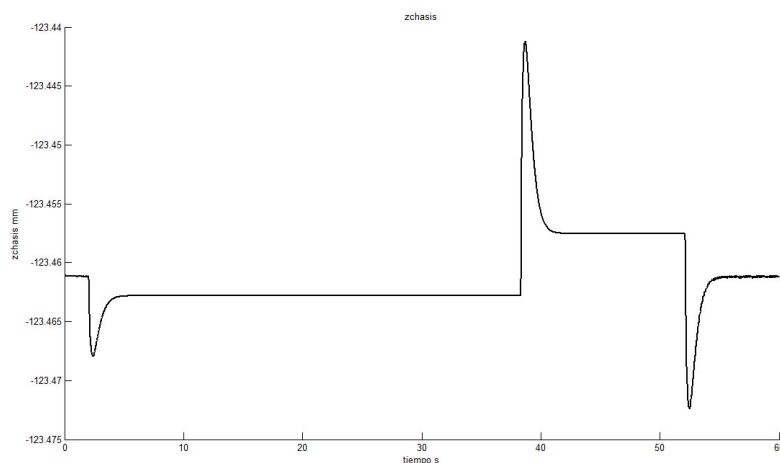


Figura 7.13: Comportamiento de la altura del chasis en el caso de aceleración y frenado

A continuación se muestra en la Figura 7.14 la variación del ángulo del Pitch. En esta gráfica se observa cómo se encuentra estabilizado el vehículo, posteriormente se presenta un decremento en el ángulo del Pitch debido a la aceleración del vehículo, hasta que se presenta un incremento del ángulo debido a la fuerza de frenado.

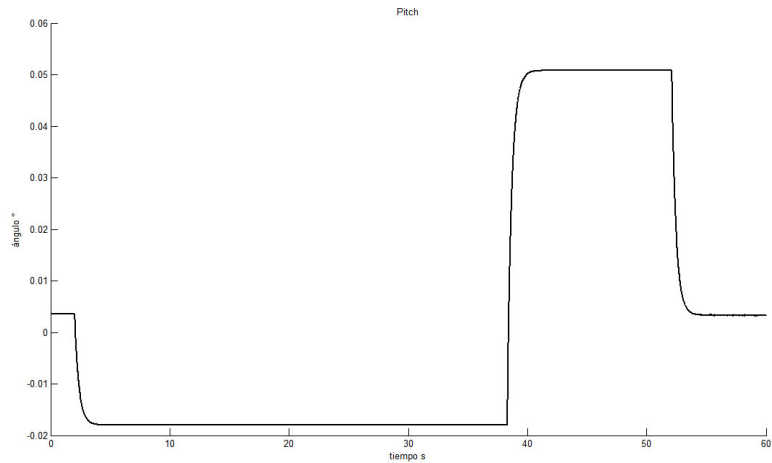


Figura 7.14: Comportamiento del Pitch para el experimento de aceleración y frenado

En la figura 7.15 se puede observar cómo se comporta la aceleración angular del Pitch. Se generan cambios en la aceleración angular del pitch al momento de empezar a acelerar, cuando se activa el freno y cuando el vehículo se detiene por completo, en este orden aparecen en la gráfica.

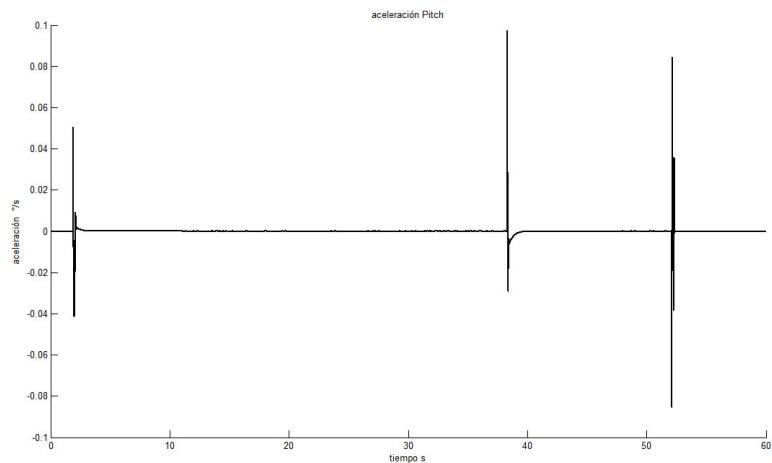


Figura 7.15: Comportamiento de la aceleración del Pitch para el experimento de aceleración y frenado

Como era de esperarse, en este caso con el suelo recto y con la dirección en línea recta, no deberían presentarse variaciones en el ángulo y aceleración del Roll. Esto se muestra en la figura 7.16.

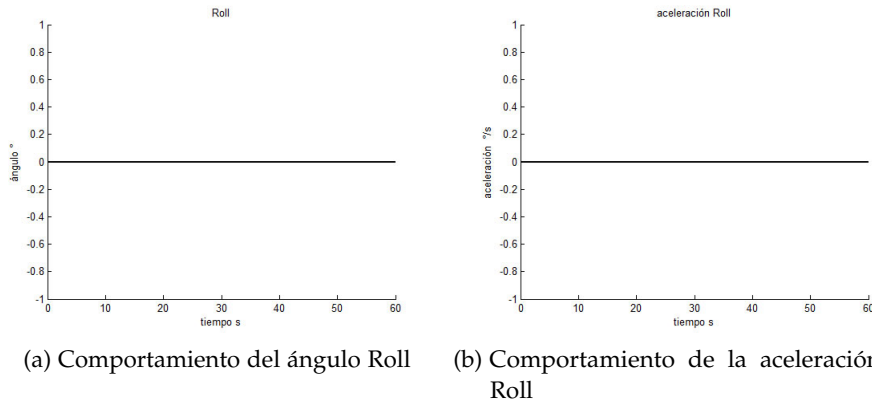


Figura 7.16: Comportamiento del Roll para el experimento de aceleración y frenado

La altura del chasis no presenta gran cambio, sin embargo sabemos por la inclinación del Pitch que la altura del chasis en el anclaje de cada amortiguador debió haber cambiado, estas variaciones se muestran en la figura 7.17. Debido a la configuración de este experimento las dos llantas traseras se comportan igual, por lo tanto solo se realizaron mediciones en una de ellas. Como se puede observar, inicialmente el chasis en la parte trasera desciende debido a fuerza del acelerado. Posteriormente la parte trasera se eleva al momento de aplicar al freno y regresa a su posición original cuando el vehículo se detiene por completo. En contraste, la suspensión delantera primero se eleva debido a la fuerza de aceleración y posteriormente se comprime al momento del frenado, luego regresa a su posición original. Cabe mencionar que las dos suspensiones delanteras se comportan de la misma manera.

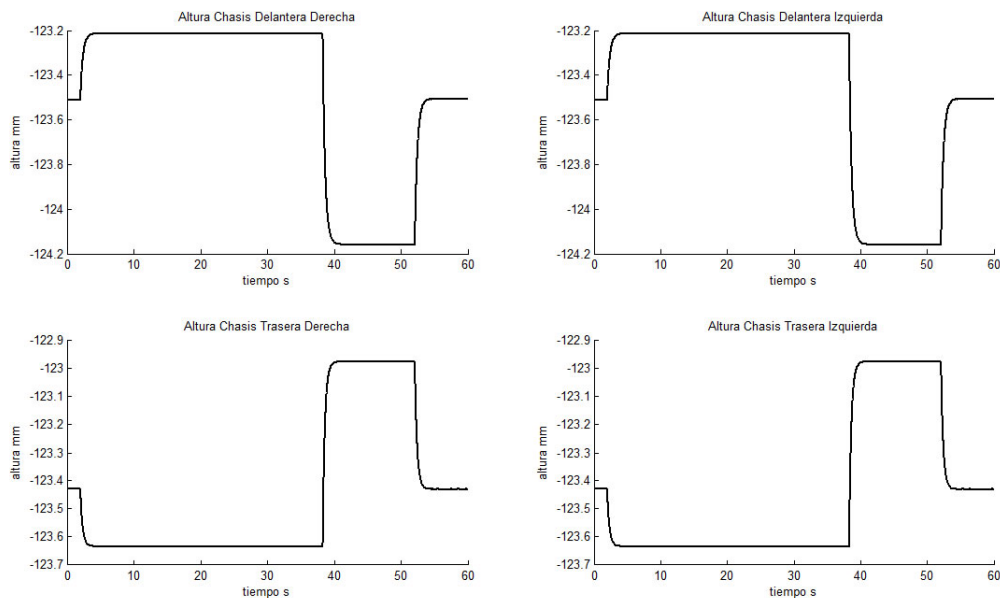


Figura 7.17: Comportamiento de la altura del chasis para cada amortiguador en el caso de aceleración y frenado

Otro factor a considerar es la variación de altura de las llantas, estas se muestran en la figura 7.18. De igual manera que la altura del chasis en cada amortiguador, las llantas delanteras se comportan igual entre sí y presentan la misma secuencia de cambios que las alturas de los puntos de sujeción del amortiguador correspondiente. Las llantas traseras presentan también una secuencia de cambios en el mismo orden que la altura del punto de sujeción correspondiente.

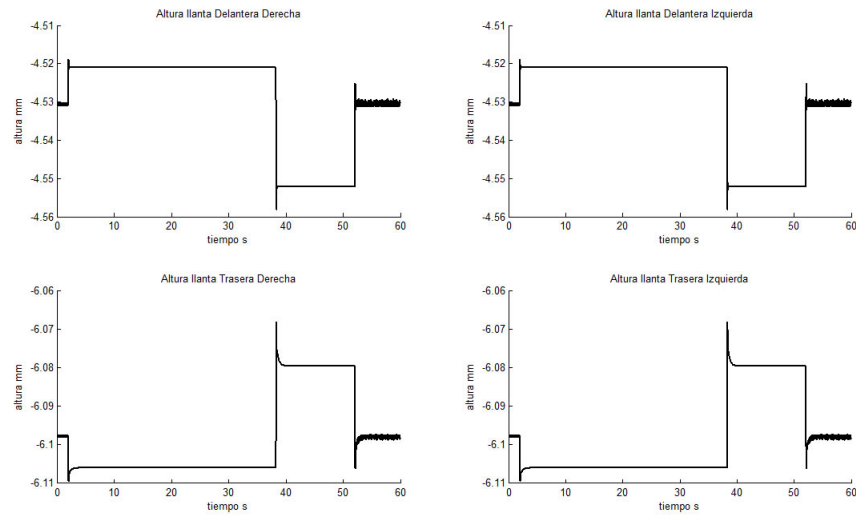
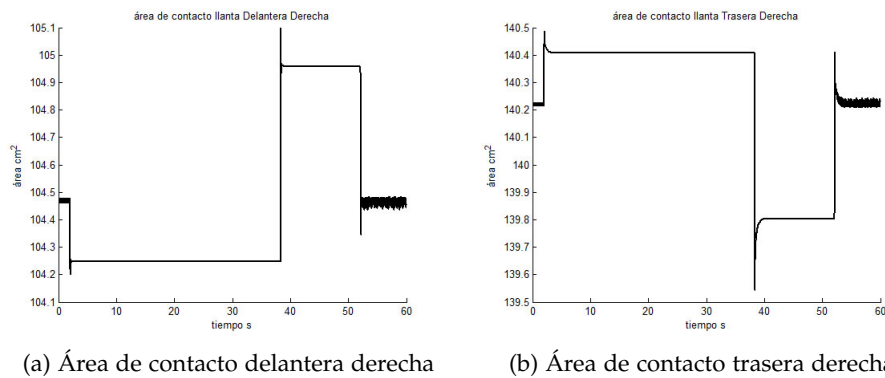


Figura 7.18: Comportamiento de las alturas de las llantas en el caso de aceleración y frenado

Por último, se presenta el comportamiento del área de contacto de cada una de las llantas, lo que se muestra en la figura 7.19. El área de contacto se comporta de igual manera que la altura de las llantas, tomando en cuenta esto último, únicamente se ilustra el comportamiento del área de contacto de una llanta delantera y de una llanta trasera. El área de contacto de la llanta delantera se reduce cuando el vehículo acelera debido a que la llanta se separa ligeramente del suelo y cuando se activa el freno el área aumenta. En el caso de las llantas traseras, el área de contacto se comporta de manera contraria cuando el vehículo acelera, el área aumenta y cuando el vehículo frena el área disminuye.



(a) Área de contacto delantera derecha

(b) Área de contacto trasera derecha

Figura 7.19: Comportamiento del área de contacto de las llantas en el caso de aceleración y frenado

En este experimento se puede observar el funcionamiento de los sistema de propulsión y frenado, también se observa que efecto presentan estos en el resto del vehículo.

7.3 ANÁLISIS AL MOMENTO DE TOMAR UNA CURVA

Este experimento se realizó con el objetivo de verificar el funcionamiento del sistema de dirección y el efecto que produce en el resto del vehículo. Con el objetivo de que el vehículo solo perciba los efectos producidos por el sistema de dirección se realizó la simulación con una pista plana a una velocidad constante de 10 km/h . La pista está conformada por una recta de 40 metros seguidos de una curva de 60m con un radio de giro de 3.9m y al final otra recta de 40m. La pista se ilustra en la figura 7.20.

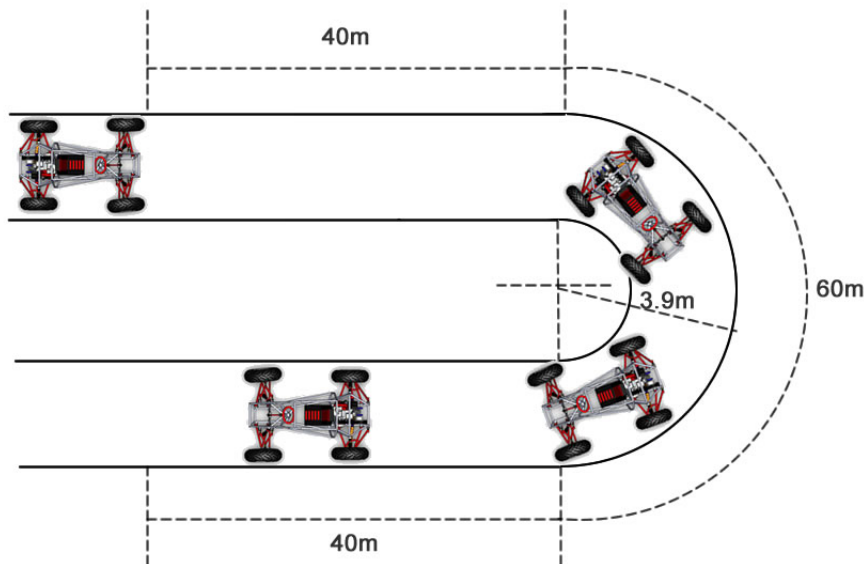


Figura 7.20: Pista con curva

El vehículo parte del reposo con las condiciones iniciales que se muestran en la tabla 7.1. Los amortiguadores delanteros tienen una constante de rigidez $K=5315$, los traseros tienen una constante de rigidez $K=5000$ y todos tienen una constante de amortiguamiento $B=2000$. A continuación se muestran los resultados obtenidos de la simulación, la Figura 7.21 muestra que no hay cambio en la la velocidad durante todo el trayecto.

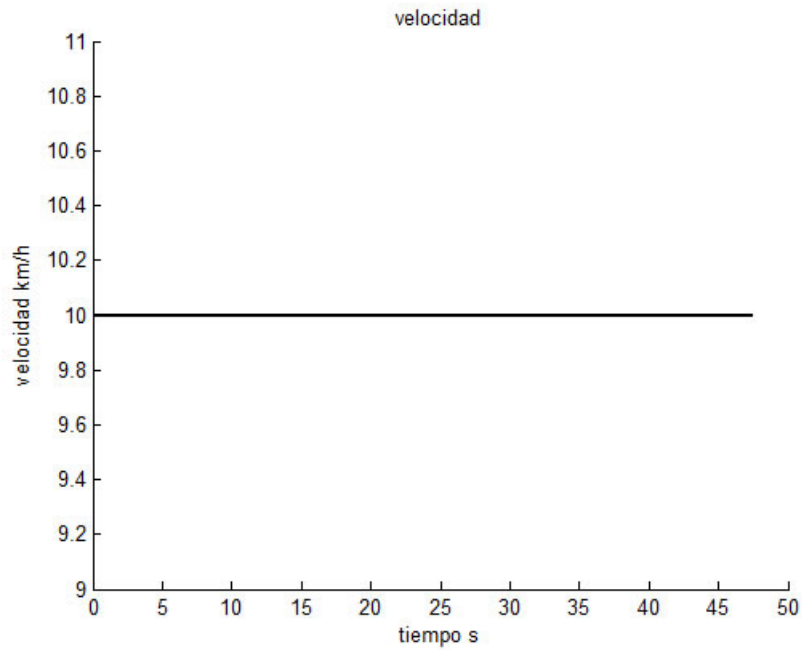


Figura 7.21: Comportamiento de la velocidad en el experimento

Se analizó el comportamiento de la altura del chasis, con el objetivo de ver qué efecto presenta al tomar una curva. En la figura 7.22 podemos observar cómo cambia ligeramente la altura del chasis en el momento que empieza la curva, sin embargo, este cambio es muy pequeño.

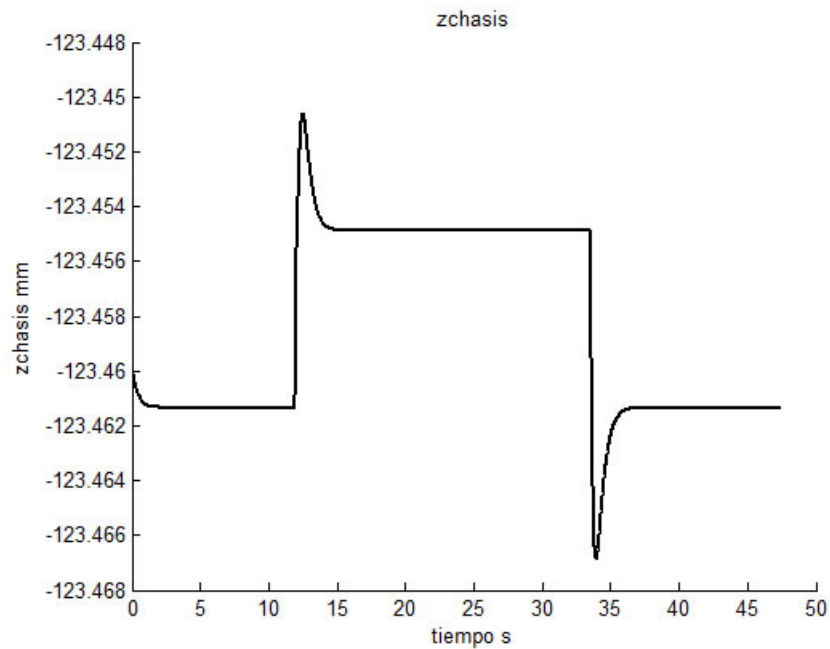


Figura 7.22: Comportamiento de la altura del chasis al tomar una curva

Las fuerzas que se generan al tomar una curva afectan principalmente a los ángulos de inclinación del vehículo. La figura 7.23 muestra el comportamiento del ángulo Pitch, en esta

podemos observar cómo cambia el ángulo al momento de tomar la curva y cuándo el vehículo sale de la curva el ángulo se estabiliza.

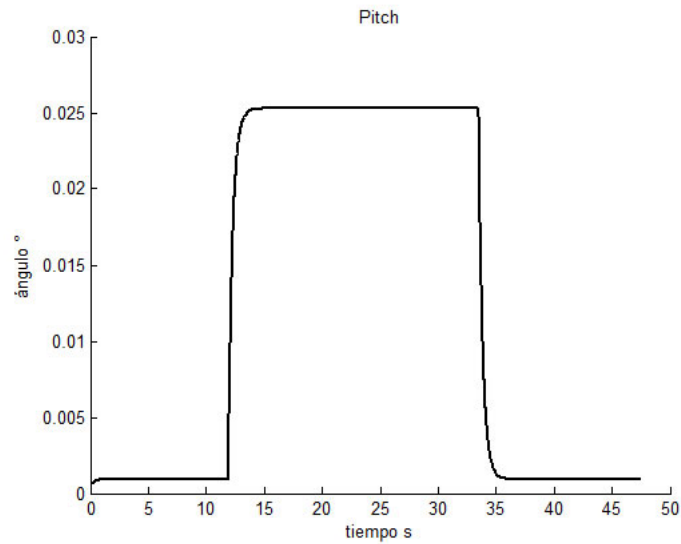


Figura 7.23: Comportamiento ángulo Pitch al tomar una curva

El ángulo Roll también se ve afectado por las fuerzas generadas al tomar una curva. En el caso del Roll, el cambio del ángulo es mayor al que se produce en el Pitch, este se muestra en la Figura 7.24.

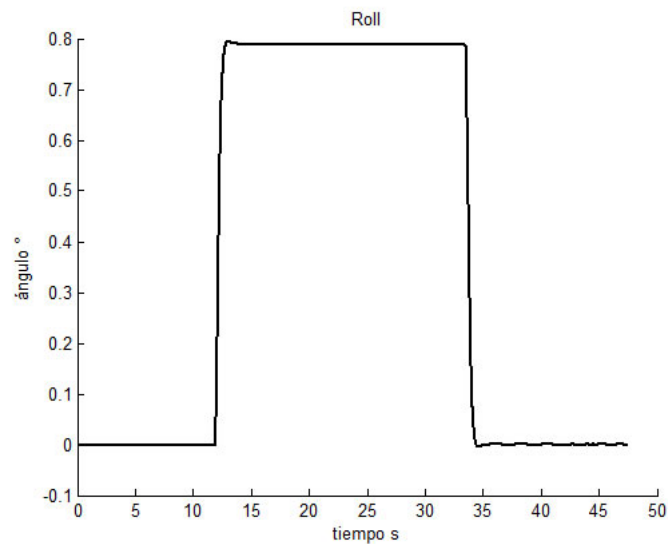


Figura 7.24: Comportamiento del ángulo Roll al tomar una curva

Ambos ángulos cambian al tomar una curva. Las fuerzas que producen este cambio son mayores a mayor velocidad. En este experimento el vehículo viaja a 10 km/h, se puede esperar que a mayor velocidad el cambio de los ángulos sea mayor. Ya que los ángulos del Pitch y Roll aumentan al tomar una curva, se esperaría que las aceleraciones angulares de ambos ángulos se comportaran de manera similar, estas se muestran en la figura 7.25.

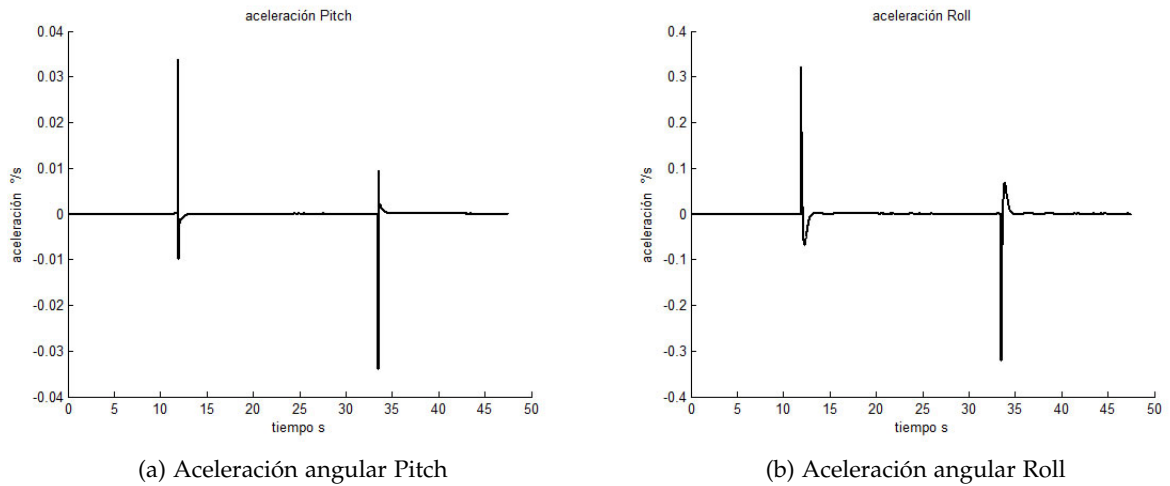


Figura 7.25: Aceleración angular al tomar una curva

Los cambios generados por la inclinación de los ángulos no se ven reflejados en un cambio de altura del centro de masa, sin embargo sí afecta la altura de los puntos de anclaje de los amortiguadores. Estas alturas se muestran en la figura 7.26. Podemos observar que el lado interno a la curva se comprime y el lado externo se levanta, este efecto es el que puede causar que un vehículo se vuelque al tomar una curva.

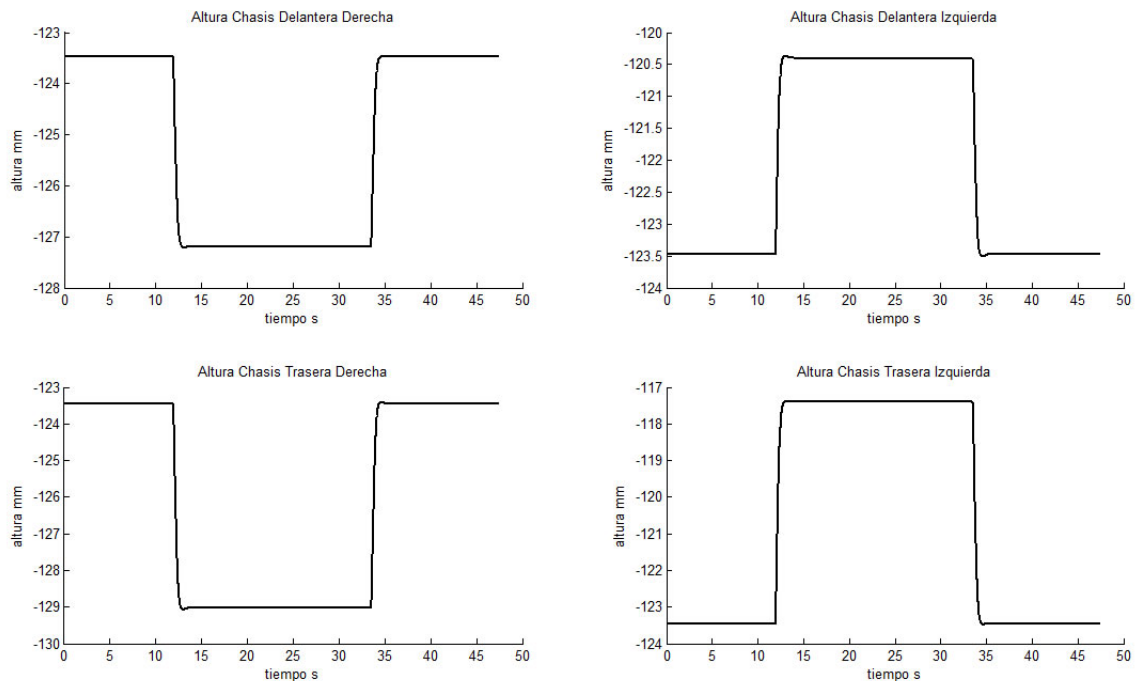


Figura 7.26: Aceleración angular al tomar una curva

De la misma manera que las alturas de los puntos de anclaje de los amortiguadores cambian, también varía la altura de las llantas, estas se muestran en la figura 7.27.

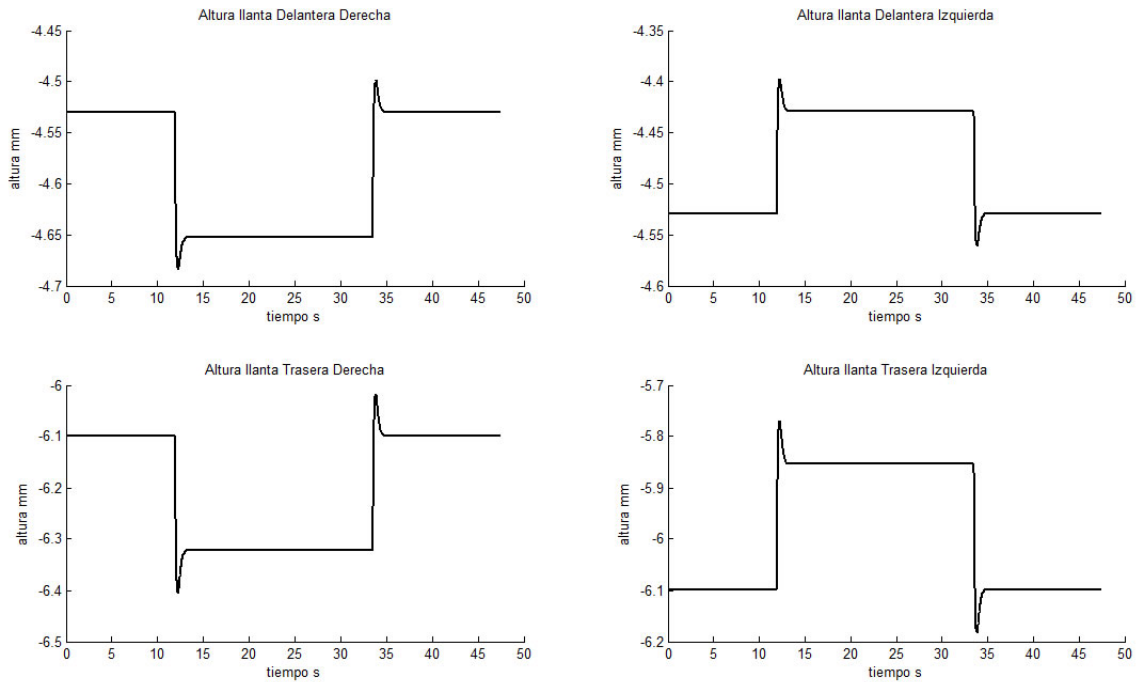


Figura 7.27: Aceleración angular al tomar una curva

El cambio en la altura de las llantas se ve reflejado en el área de contacto de las mismas, lo cual puede afectar el funcionamiento del vehículo, ya que si el área de contacto se vuelve muy pequeña se podría perder el control del vehículo. El área de contacto de las llantas delanteras se muestra en la figura 7.28 y el área de contacto de las llantas traseras se muestra en la figura 7.29.

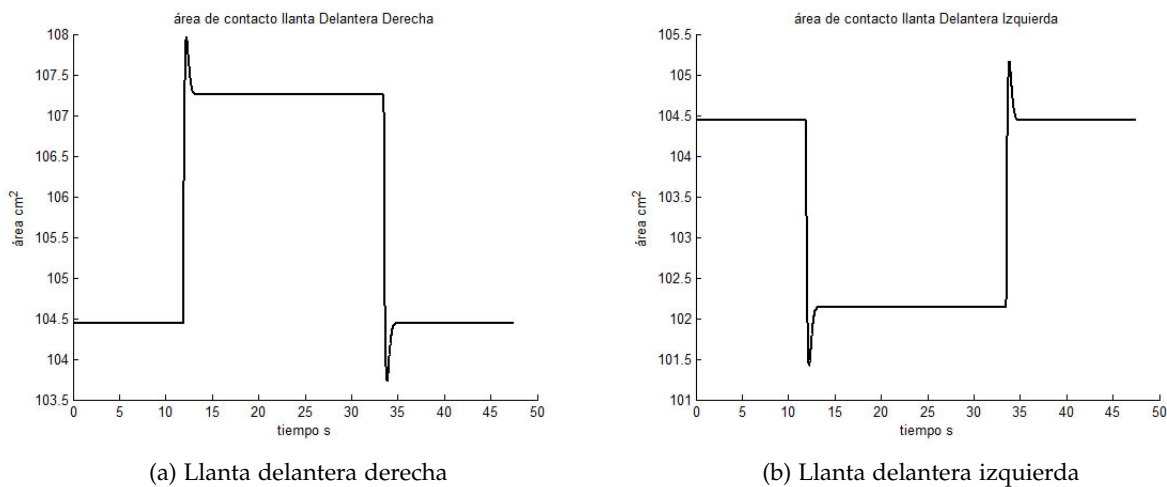


Figura 7.28: Área de contacto de las llantas delanteras

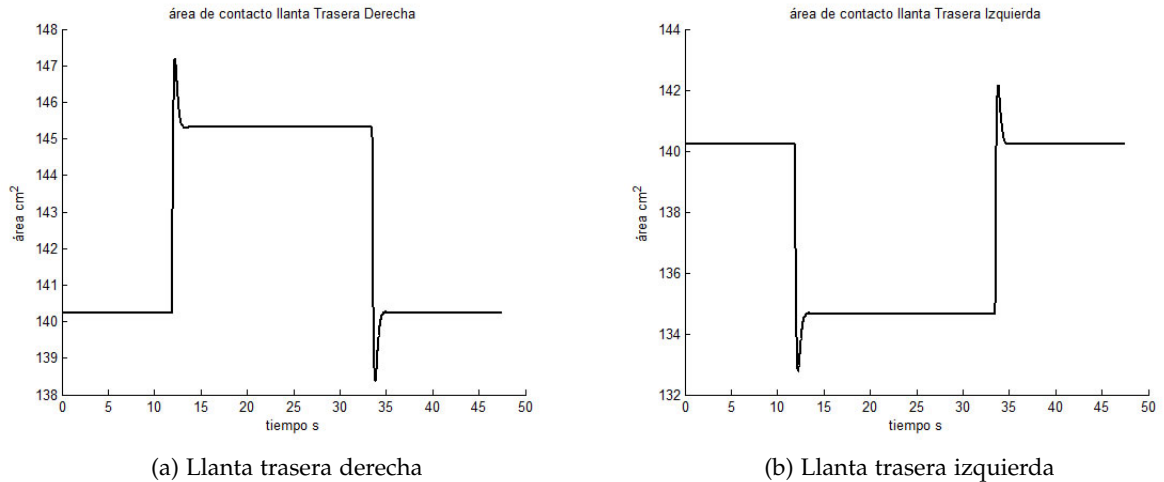


Figura 7.29: Área de contacto de las llantas traseras

En este experimento se verificó el funcionamiento de la dirección al tomar una curva, así como los efectos que se producen en el resto del vehículo. Cabe mencionar que los efectos que se producen en el vehículo serán mayores, a mayor velocidad.

7.4 EXPERIMENTO TOPES CRUZADOS

Con el objetivo de analizar el comportamiento de la suspensión se diseñó una pista con topes intercalados. Con el propósito de poder analizar únicamente cómo influyen los cambios de terreno en la suspensión, estas pruebas se realizaron a velocidad constante. La figura 7.30 muestra la pista en tres dimensiones.

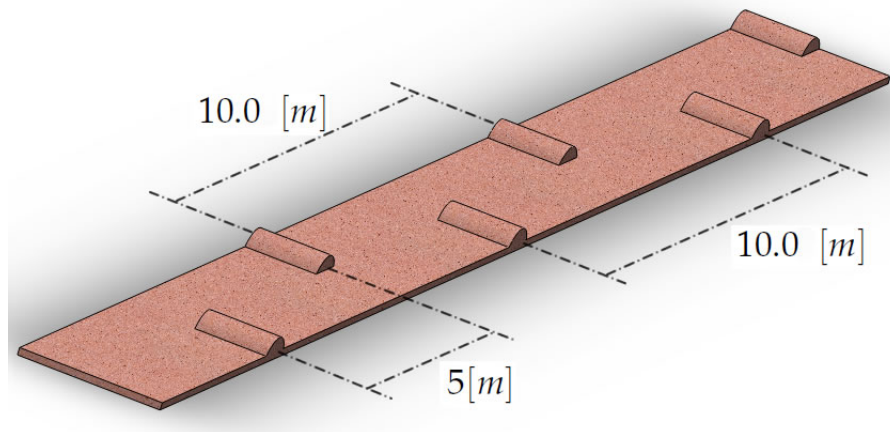


Figura 7.30: Pista de topes cruzados en 3D

La figura 7.31 muestra los primeros 100 metros de la pista derecha con el detalle de los topes. La pista es de una distancia total de 200 metros, que continúan con el patrón previamente explicado en la figura 7.30. La pista de las llantas se compone de la misma manera que la de la llanta derecha, con un desfase de 5 metros. Por esta razón, se presenta un tope exactamente a la mitad de los topes del lado derecho.

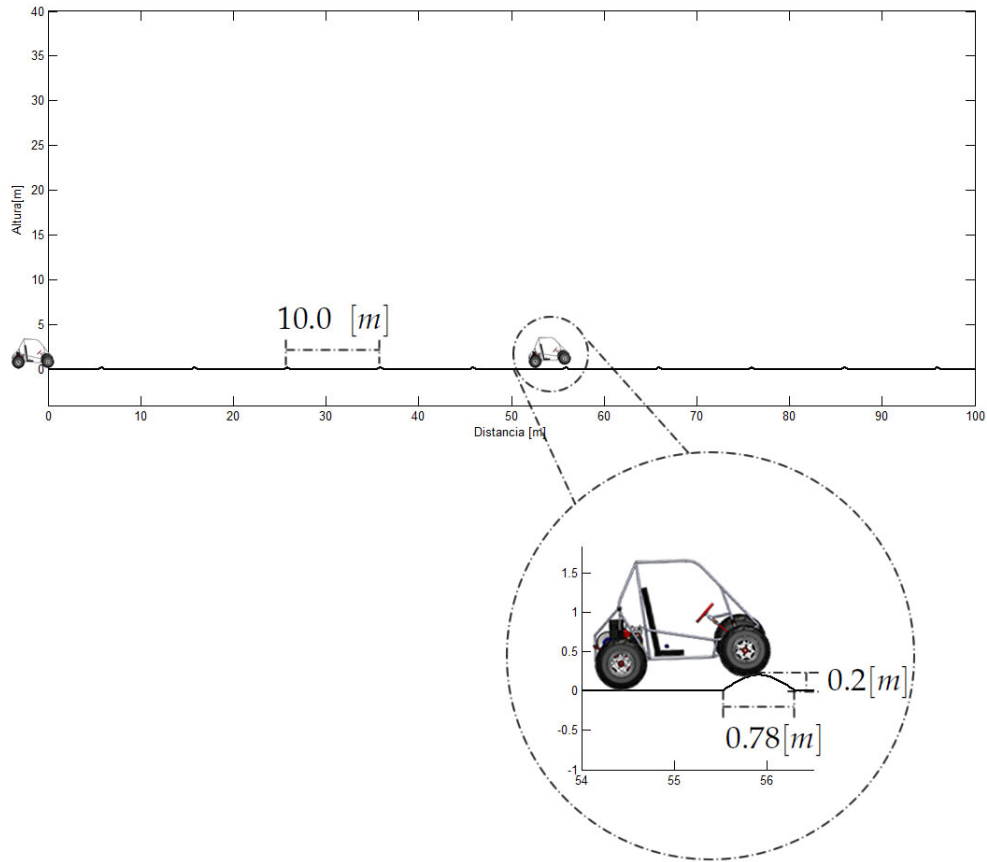
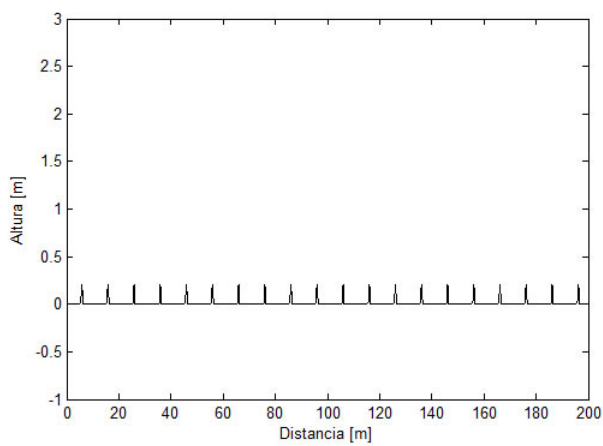
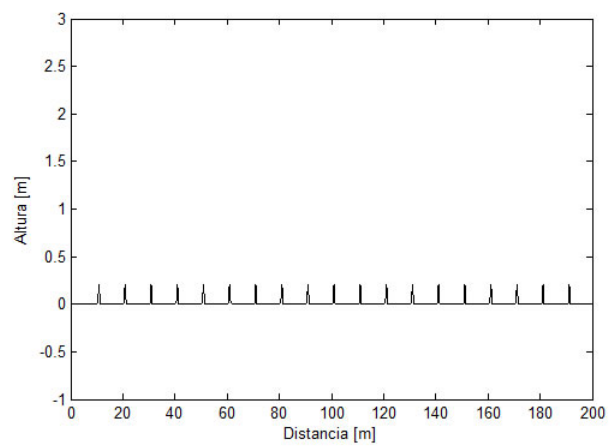


Figura 7.31: Pista derecha con detalle de topes cruzados

Las pistas que se usaron se muestran en la figura 7.32.



(a) Pista derecha



(b) Pista Izquierda

Figura 7.32: Pista de topes cruzados

Con el objetivo de ilustrar los resultados obtenidos, se usan los primeros 25 metros de la pista, y la simulación se realizó con el mismo grupo de amortiguadores del experimento 7.1 a una velocidad constante de 5 km/h . Los primeros 25 metros de la pista se ilustran en la figura 7.33. El vehículo parte del reposo con las condiciones iniciales ilustradas en la tabla 7.1 y las llantas se tienen a una presión 7 psi .

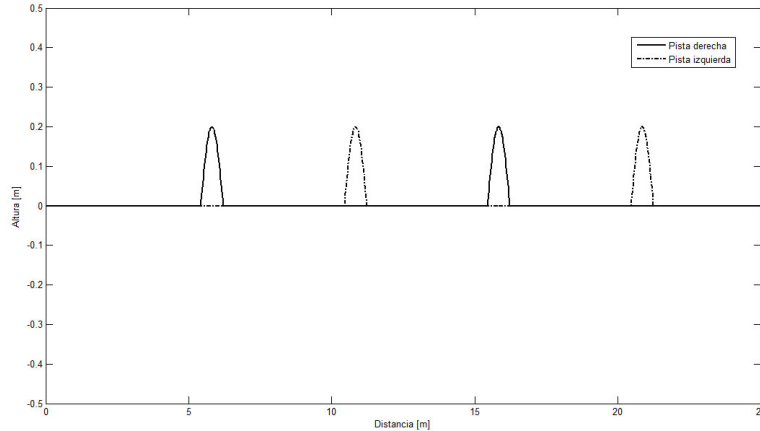


Figura 7.33: Pista de topes cruzados $25[m]$

En la figura 7.34 se muestra la velocidad del vehículo, que para este experimento se buscó que fuera constante durante todo el trayecto.

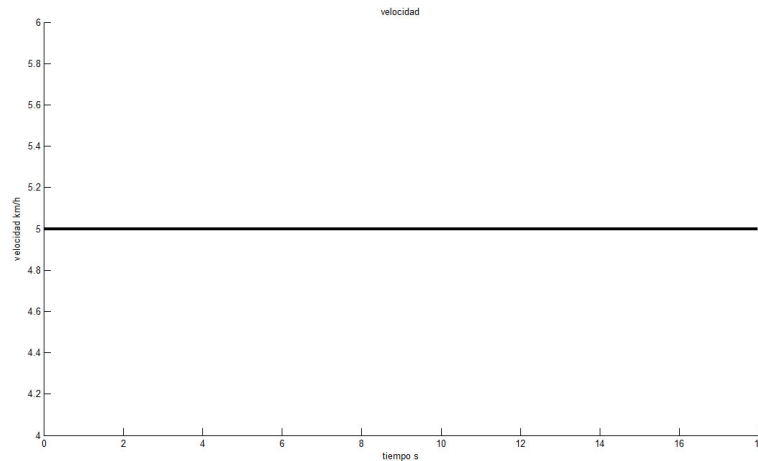


Figura 7.34: Comportamiento de la velocidad en el caso de topes cruzados

La figura 7.35 muestra cómo aumenta la distancia recorrida por el vehículo con respecto del tiempo. En esta gráfica se agregaron las marcas de cuando aparecen los topes del lado derecho y los topes del lado izquierdo.

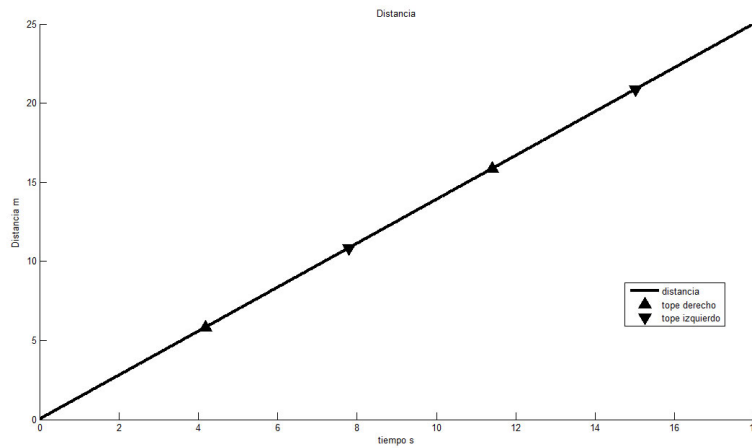


Figura 7.35: Comportamiento de la distancia en el caso de topes cruzados

La figura 7.36 muestra cómo se comporta la altura del chasis, en esta se puede observar cómo varía la altura del centro de masa cuando el vehículo pasa sobre un tope. Se obtienen dos picos por cada tope sin importar de qué lado se presente, el primer pico es debido al eje delantero (eje_f) y el segundo se debe al eje trasero (eje_r). En la figura 7.36 se muestra que el cambio de altura es generado por el eje delantero y es marcado por el eje trasero. Podemos observar, que el cambio de altura generado por el eje delantero es de diferente magnitud que el generado por el eje trasero, esto se debe a las diferencia en la geometría de las suspensiones. El comportamiento de un tope se repite sin importar de qué lado sea el tope, por lo tanto aparece cuatro veces en la figura 7.36.

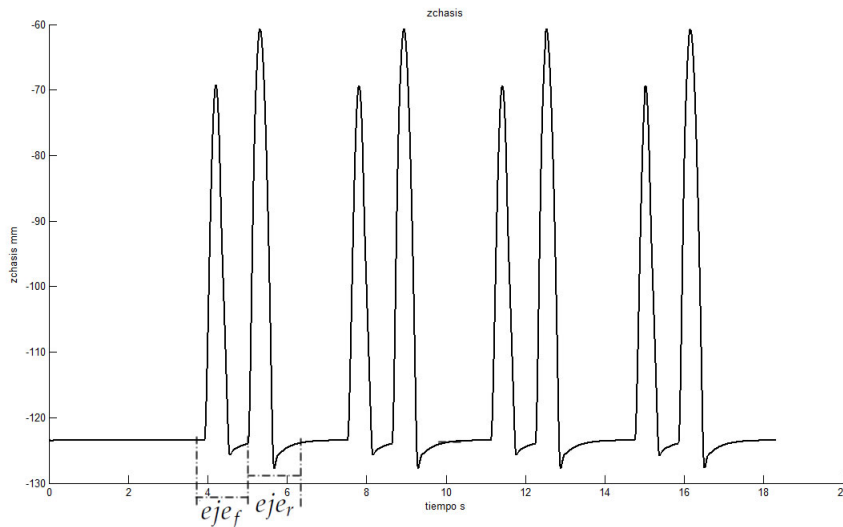


Figura 7.36: Comportamiento de la altura del chasis en el caso de topes cruzados

En la figura 7.37 se muestra el comportamiento del Pitch, se puede apreciar cómo cambia el ángulo cada vez que pasa un tope, primero el ángulo decrece cuando pasa la llanta delantera por el tope y posteriormente crece cuando pasa la llanta trasera. Igualmente se repite el comportamiento en cada tope sin importar el lado en el que se encuentre.

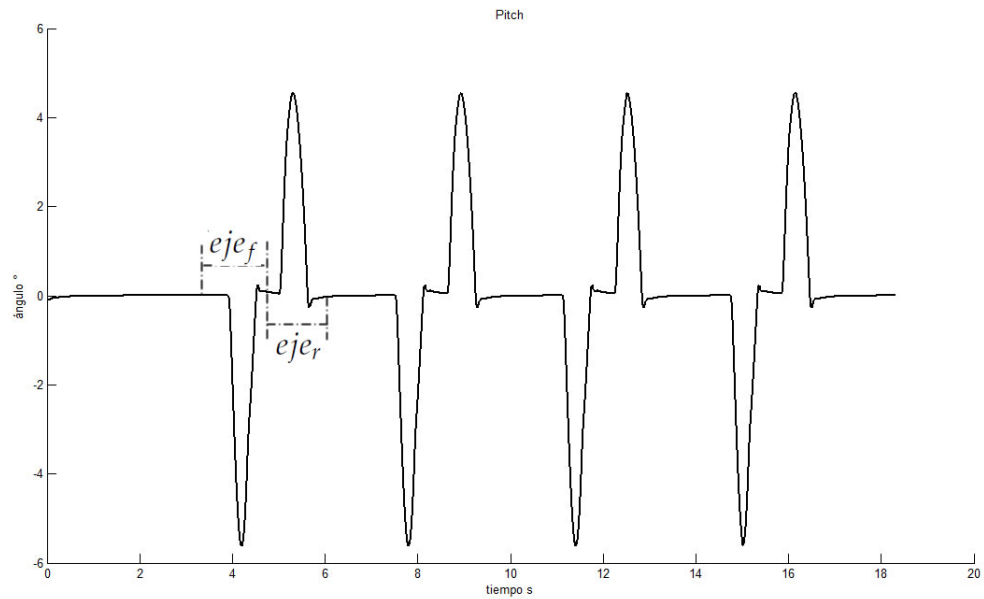


Figura 7.37: Comportamiento del Pitch en el caso de topes cruzados

La figura 7.38 muestra el comportamiento de la aceleración del Pitch, como se puede observar es muy similar el comportamiento en cada uno de los topes. De la misma manera que el ángulo del Pitch, la aceleración angular del pitch presenta dos cambios, uno producido por el eje delantero y el segundo producido por el eje trasero, estos cambios se ilustran en la figura 7.38.

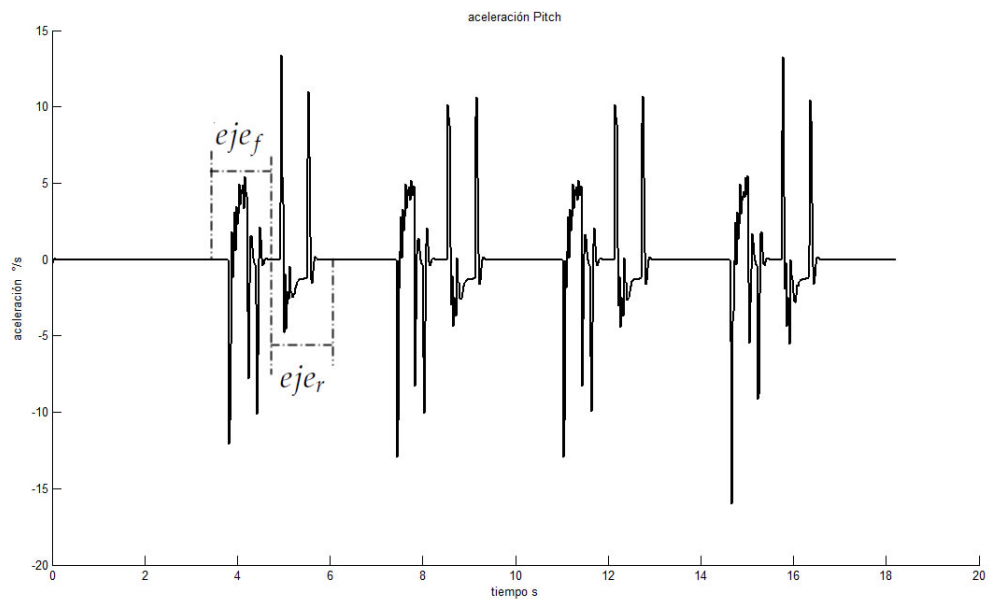


Figura 7.38: Comportamiento de la aceleración del Pitch en el caso de topes cruzados

En la figura 7.39 se puede apreciar el comportamiento del ángulo Roll, en esta se puede observar cómo se inclina el vehículo al pasar un tope. El vehículo se inclina en un ángulo negativo cuando

el tope se encuentra del lado derecho ($Lado_D$), y positivo cuando este se encuentra del lado izquierdo ($Lado_I$). Cada lado presenta dos picos separados, el primero se genera cuando la llanta delantera pasa sobre el tope y el segundo corresponde a la llanta trasera. Estos se ilustran en la figura 7.39.

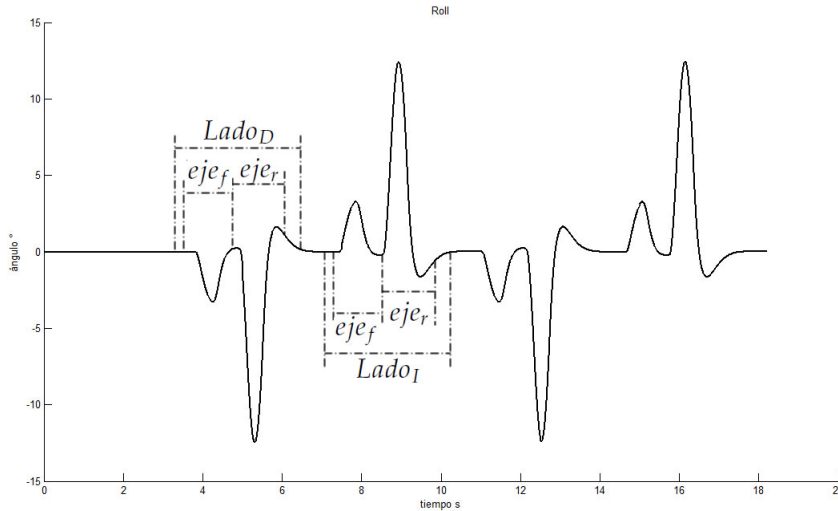


Figura 7.39: Comportamiento del Roll en el caso de topes cruzados

La figura 7.40 muestra el comportamiento de la aceleración angular del Roll. La aceleración del Roll se comporta de la misma manera en los topes del mismo lado, y se comporta de la misma manera pero en sentido opuesto en los topes del lado contrario. Como en el caso del ángulo del Roll, la aceleración angular tiene dos secciones, la primera producida por el eje delantero y la segunda producida por el eje trasero esto se ilustra en la figura 7.40.

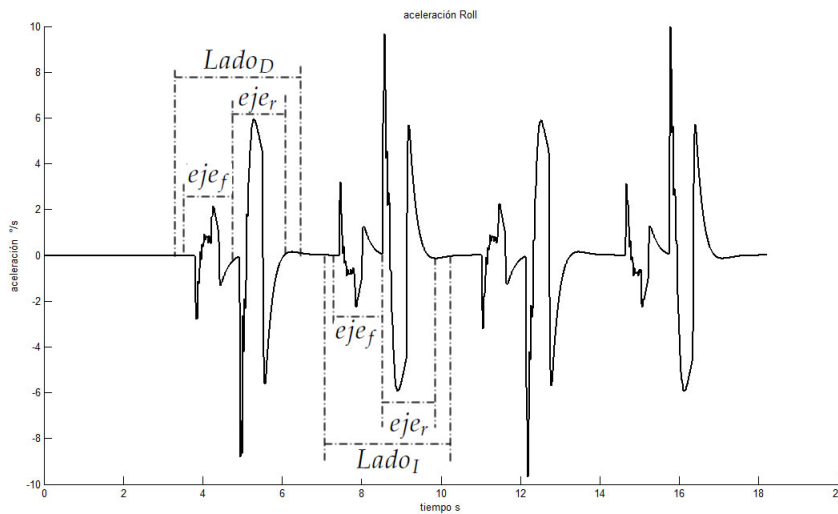


Figura 7.40: Comportamiento de la aceleración del Roll en el caso de topes cruzados

En la figura 7.41 se muestran los cambios que presenta la altura de los puntos de sujeción de los amortiguadores. En esta se observa que la altura de cada punto de sujeción presentan dos cambios diferentes: cuando el tope se encuentra en el mismo lado de las llanta ($Lado_M$) y cuando el tope se encuentra en el lado contrario ($Lado_C$). A su vez, cada uno de estos presenta dos picos, uno causado por el eje delantero y el segundo causado por el eje trasero, esto se ilustra en la figura .

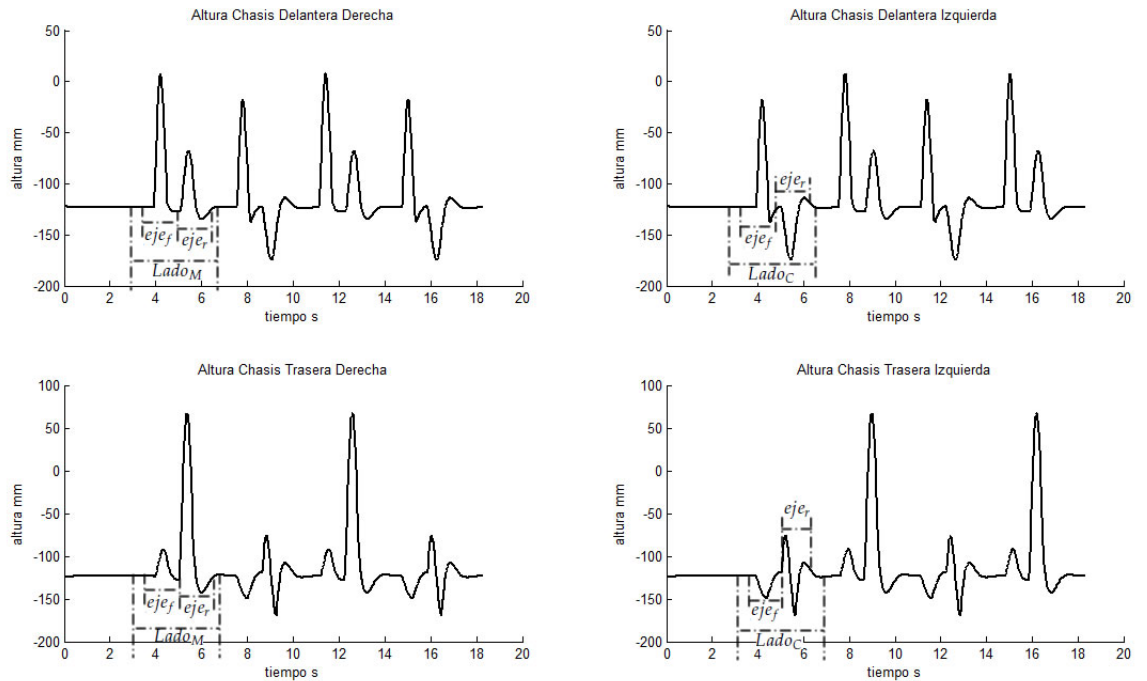


Figura 7.41: Comportamiento de las alturas en la sujeción de los amortiguadores en el caso de topes cruzados

La figura 7.42 muestra el comportamiento de la altura de las llantas. Se observa cómo cambia la altura de la llanta al recorrer un tope y cómo cambia la altura cuando el vehículo se encuentra con un tope del lado opuesto. De igual manera que en el caso anterior, en cada lado se presentan dos picos el primero generado cuando el eje delantero pasa sobre el tope y el segundo cuando el eje trasero pasa sobre el tope.

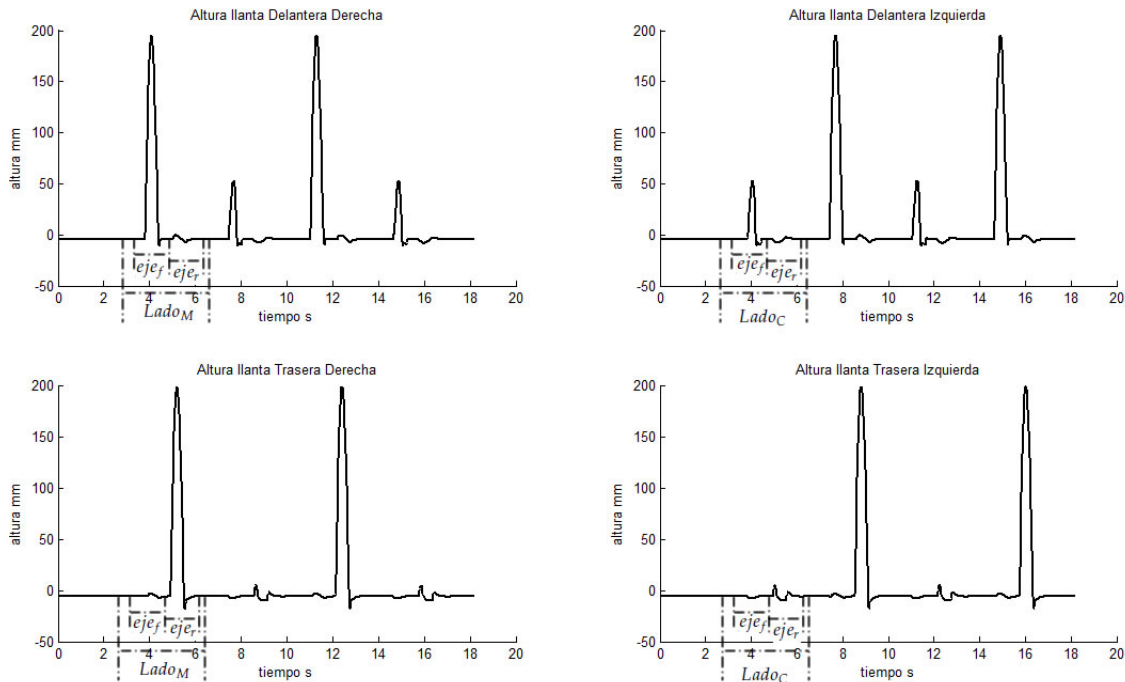


Figura 7.42: Comportamiento de la altura de las llantas en el caso de topes cruzados

La figura 7.43 muestra los cambios en el área de contacto de las llantas delanteras. Se puede observar cómo cambia el área de contacto conforme se lleva a cabo el trayecto, principalmente los puntos en donde se comprime la llanta debido a los topes, así como el punto donde se pierde contacto con el suelo. De la misma manera que en la altura de las llantas, se deben analizar dos casos: Cuando la llanta pasa sobre el tope y cuando el tope se encuentra en el lado contrario a la llanta.

En el caso cuando la llanta se encuentre del mismo lado del tope (cuando el eje delantero se encuentra sobre el tope), se comprime por lo tanto el área de contacto aumenta, al llegar al punto más alto, la llanta cae y por un instante pierde el contacto con el suelo. Por otro lado, cuando el eje trasero se encuentra en contacto con el tope la llanta delantera, se levanta y reduce su área de contacto hasta que la llanta trasera desciende del tope.

Para el caso de que el tope se encuentre del lado contrario a la llanta, (cuando el eje delantero se encuentra sobre el tope), esta se levanta perdiendo contacto con el suelo. En el caso de que el eje trasero se encuentre sobre el tope, genera que la llanta reciba mas peso del vehículo y por lo tanto su área de contacto aumente.

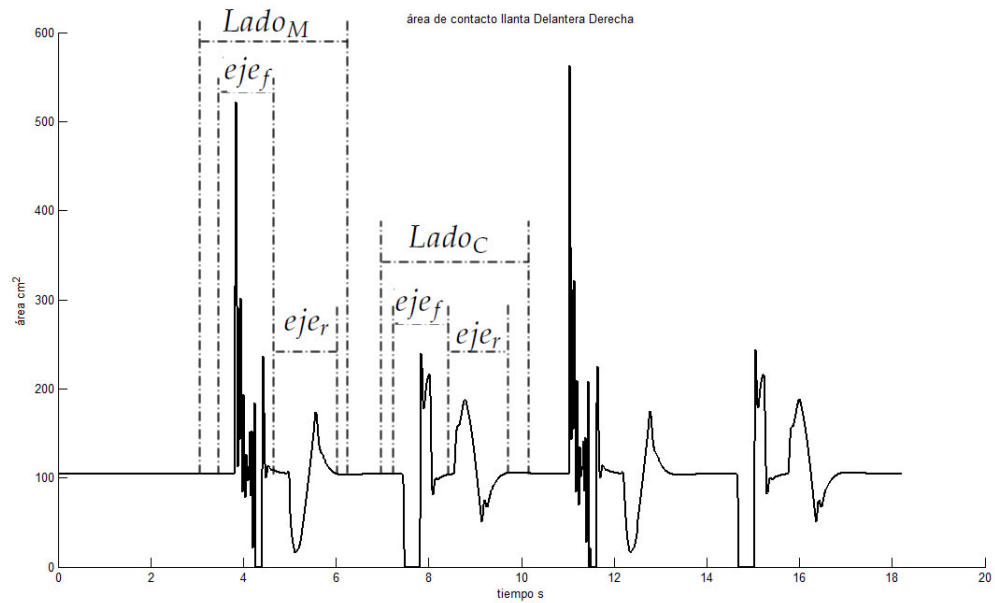


Figura 7.43: Comportamiento del área de contacto en el caso de topes cruzados

Como en el caso del área de contacto de la llanta delantera, la llanta trasera se debe analizar en dos casos: cuando el tope se encuentra en el mismo lado que la llanta y cuando el tope se encuentra del lado contrario. Estas se comportan de manera similar al área de contacto de las llantas delanteras la grafica de esta se muestra en la figura 7.44.

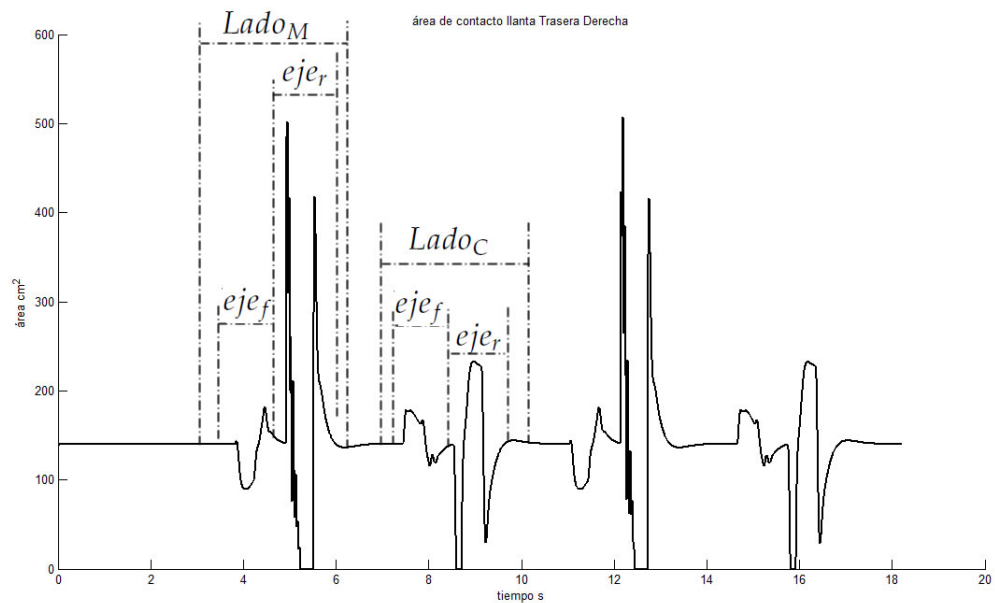


Figura 7.44: Comportamiento del área de contacto en el caso de topes cruzados

En este experimento se puede corroborar cómo se comporta la suspensión y cómo el trabajo de esta afecta al chasis y sus diferentes ángulos.

7.5 ANÁLISIS DE LA RELACIÓN EXISTENTE ENTRE CONFORT Y MANIOBRABILIDAD

En la literatura se ha discutido ampliamente que existe un compromiso entre el confort del pasajero y la maniobrabilidad del vehículo. El conflicto presente entre estas dos funciones principales de la suspensión, no se ha podido analizar correctamente en los modelos convencionales que, si bien ofrecen una alternativa para medir el confort del pasajero, no ofrecen un método de corroborar la maniobrabilidad del vehículo. Por esa razón el modelo propuesto en este trabajo buscó una manera medible de analizar tanto el confort como la maniobrabilidad del vehículo.

Para realizar un análisis del compromiso existente entre el confort y la maniobrabilidad de un vehículo que cuenta con una suspensión pasiva. Se realizaron simulaciones con amortiguadores con diferente rigidez y se varió la constante de amortiguamiento. La rigidez del amortiguador se considero diferente para la suspensión delantera y la suspensión trasera, de tal manera que se garantiza que el vehículo se encuentra nivelado (verificando que el ángulo del Pitch sea cero).

7.5.1 *Análisis del confort*

Para el análisis del confort se consideró la variación de la altura del chasis y la aceleración presente en el mismo. Las figuras que se muestran a continuación fueron realizadas con amortiguadores delanteros con una rigidez $K = 5315$ y la suspensión trasera con una rigidez $K = 5000$. Estas simulaciones se realizaron con los dos primeros topes de la pista de topes cruzados del experimento 7.4, esta pista se ilustra en la figura 7.30 y se consideró el vehículo a velocidad constante de 5 km/h .

A continuación se muestra cómo se comporta la altura del chasis cuando se mantiene la misma rigidez pero varía la constante del amortiguador. El resultado de este experimento se dividió, las figuras 7.45 y 7.46 la tabla de datos de la gráfica muestra los diferentes valores de la constante (B) de amortiguación.

La figura 7.45 muestra cómo para valores bajos de amortiguación B , el vehículo presenta múltiples oscilaciones y de gran amplitud. Conforme el valor de la constante de amortiguamiento aumenta, la amplitud y número de oscilaciones se reduce hasta un mínimo que se obtiene con una $B = 2000$. En contraste en la figura 7.46 se muestra cómo conforme continúan creciendo los valores de la constante de amortiguamiento B , a valores superiores a 2000, se vuelven a incrementar las oscilaciones y la amplitud de estas. La diferencia principal que tiene el incremento de las oscilaciones debido a valores grandes de amortiguamiento en comparación a la producida por valores pequeños, es que las oscilaciones que se producen con valores bajos de amortiguamiento son un movimiento continuo de la suspensión, y las producidas por los valores altos son generadas por rebotes del vehículo.

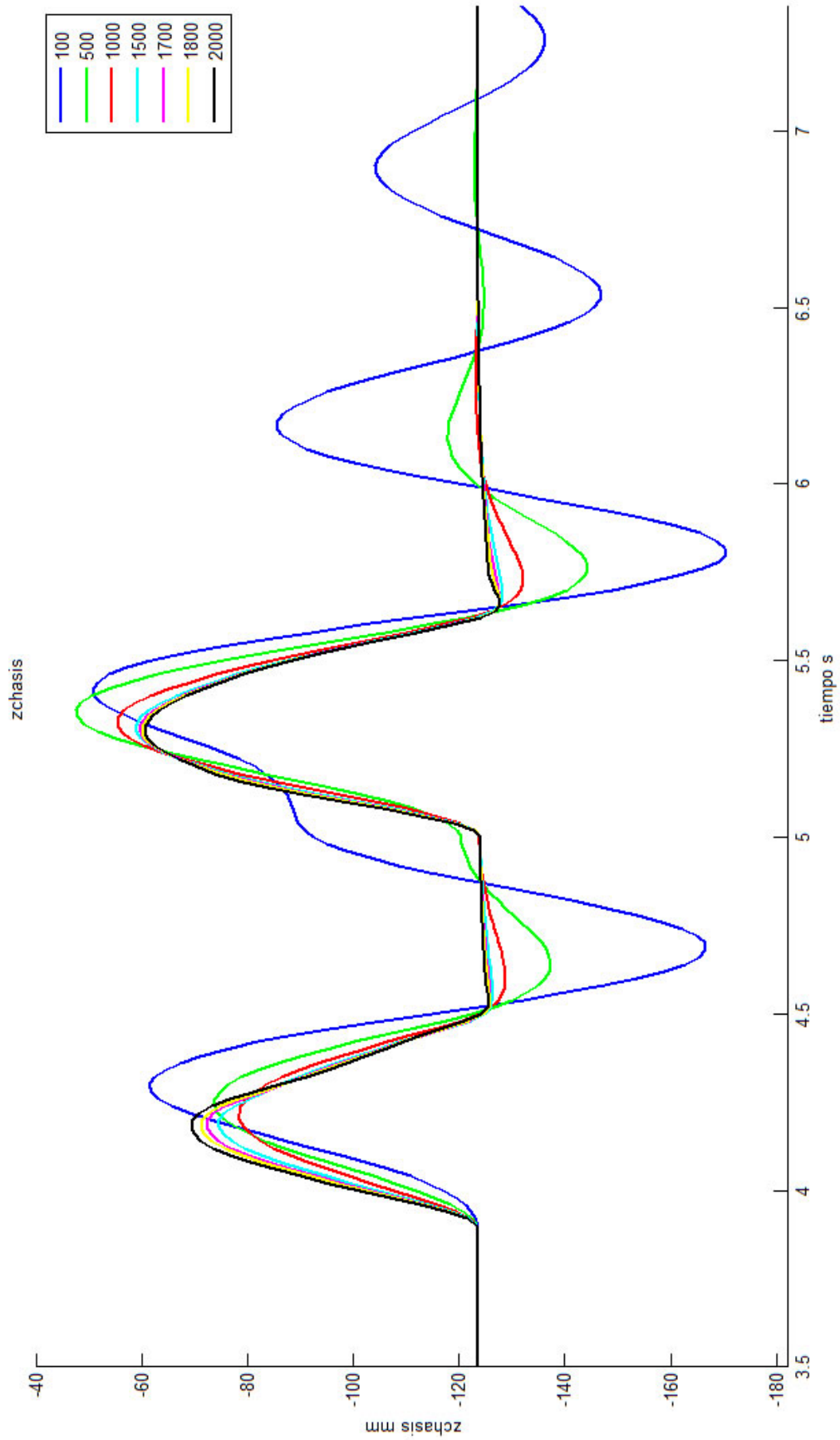


Figura 7.45: Altura del vehículo para valores bajos de constantes de amortiguación

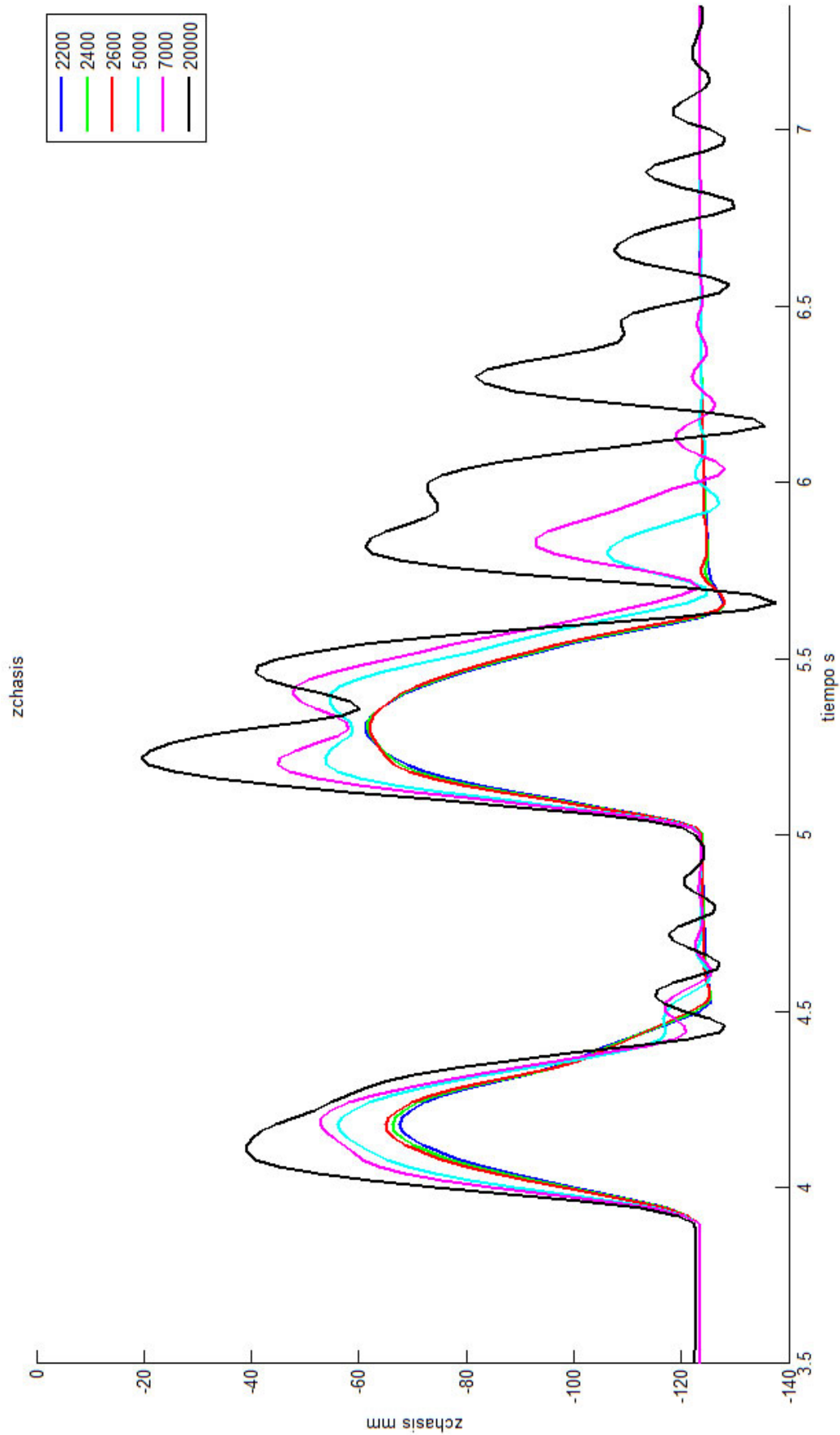


Figura 7.46: Altura del vehículo para valores altos de constantes de amortiguación

Se pueden apreciar dos picos, el primero se presenta cuando la suspensión delantera pasa por el tope y el segundo se genera cuando la suspensión trasera pasa por el mismo tope. Como se pudo observar en el espectro de valores de amortiguamiento, el que obtiene el mejor resultado es el valor de $B = 2000$, los valores inferiores y superiores presentan oscilaciones de mayor magnitud, por esto podemos decir que el valor óptimo de amortiguamiento para el confort es el valor de $B = 2000$. Se realizaron mediciones de la amplitud del primer pico inferior y del primer pico superior, generados después de que la llanta trasera pasara por el tope, así como del número de oscilaciones presentes en cada caso. Estas mediciones se ilustran en la tabla 7.2.

Amortiguamiento B	Pico inferior [mm]	Pico superior [mm]	Oscilaciones
100	47	37.77	3
500	20.9	5.6	2
1000	8.6	0	1
1500	4.8	0	0
1700	4.3	0	0
1800	4.2	0	0
2000	4.2	0	0
2200	5.3	2.6	0
2400	5.5	2.2	1
2600	5.7	1.3	1
5000	2.4	16.3	3
7000	0.7	29.61	5
20000	15.2	61.38	6

Tabla 7.2: Medidas de altura del chasis para múltiples valores de amortiguamiento

7.5.2 Análisis de maniobrabilidad

Por otro lado, es necesario analizar el efecto que presenta la maniobrabilidad del vehículo con los cambios en la constante de amortiguamiento, para esto se cuenta con el modelado de la llanta, que indica su área de contacto. El área de contacto tiene una relación directa con la maniobrabilidad, ya que el correcto contacto de las llantas del vehículo permite el buen funcionamiento de la dirección y del sistema de frenos. Las figuras 7.47 y 7.48 muestran el comportamiento del área de contacto de la llanta delantera, cuando el tope se encuentra del mismo lado que la llanta. Con el objetivo de comprender esto último, es necesario recordar que la pista usada en este experimento está compuesta por topes que alternan lado, primero se encuentra un tope del lado derecho y posteriormente uno del lado izquierdo, estas figuras muestran el comportamiento de las llantas delanteras cuando el tope se encuentra en el mismo lado de la llanta.

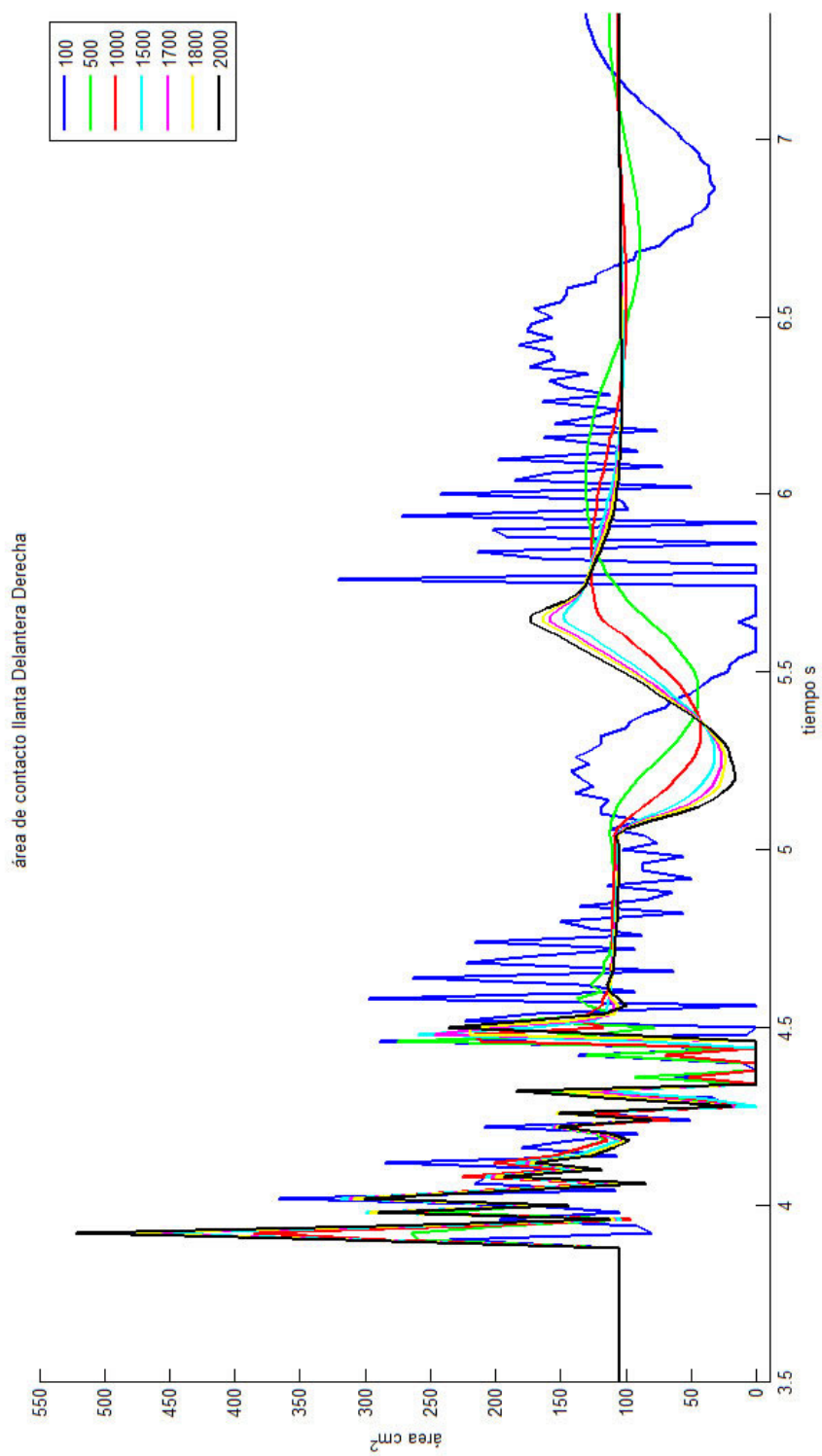


Figura 7.47: Área de contacto de la llanta delantera con el tope del mismo lado para valores bajos de B

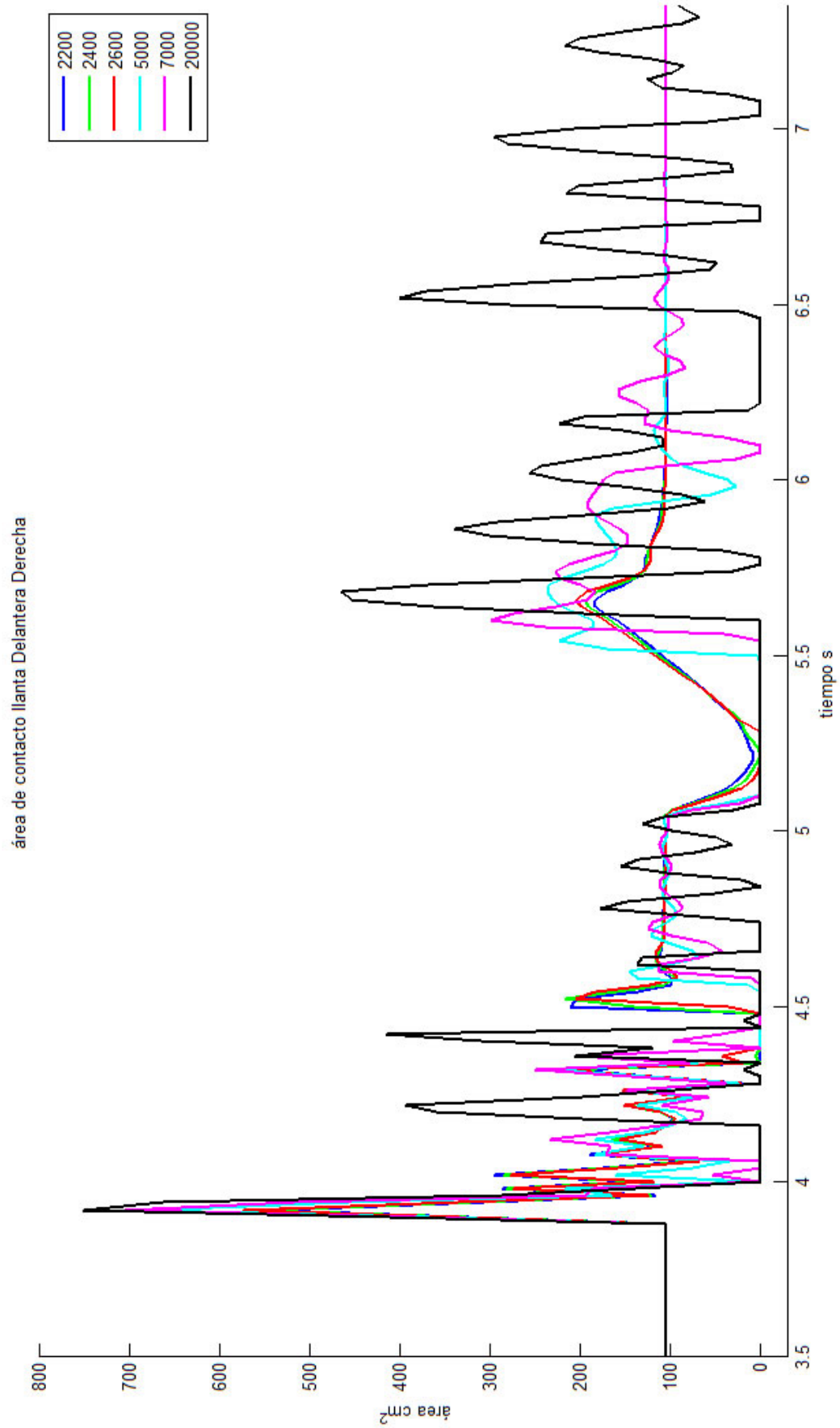


Figura 7.48: Área de contacto de la llanta delantera con el tope del mismo lado para valores altos de B

El comportamiento que se presenta en el intervalo que inicia a los 3.88s y termina a los 4.84s, se presenta cuando la llanta delantera se encuentra en contacto con el tope, de los 4.84s en adelante es resultado de que la llanta trasera del mismo lado se encuentre en contacto con el tope.

La figura 7.47 muestra cómo se comporta el área de contacto para valores bajos de la constante de amortiguación B . Por otro lado, la figura 7.48 muestra cómo se comporta el área de contacto para valores de amortiguación superiores a los 2000.

Con el objetivo de generar una medida de maniobrabilidad se consideró que el área de contacto inferior a 10cm^2 es insuficiente para el correcto funcionamiento del sistema de frenado, por esa razón se realizó la medición de los intervalos de tiempo que se encuentran debajo de los 10cm^2 , estas se muestran en la tabla 7.3 donde se reporta el valor total del intervalo de tiempo que la llanta se encuentra debajo del área crítica y el número de intervalos en los que estuvo debajo del área .

Amortiguamiento B	Tiempo del área crítica [s]	Número de intervalos
100	0.048	4
500	0.051	4
1000	0.041	4
1500	0.11	2
1700	0.122	1
1800	0.122	1
2000	0.124	1
2200	0.142	1
2400	0.234	2
2600	0.267	2
5000	0.582	2
7000	0.665	6
20000	1.806	12

Tabla 7.3: Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta delantera del mismo lado del tope para distintas B

De la misma manera que se obtuvo el comportamiento de la llanta delantera cuando esta pasa sobre el tope, se graficó el comportamiento de la llanta trasera, este se muestra en las figuras 7.49 y 7.50. De los 3.88s a 4.84s es el comportamiento cuando la llanta delantera del mismo lado pasa sobre el tope y de los 4.84s en adelante es cuando la llanta trasera pasa sobre el mismo tope.

La figura 7.49 muestra cómo se comporta el área de contacto para valores bajos de la constante de amortiguación B . Por otro lado, la figura 7.50 muestra cómo se comporta el área de contacto para valores de amortiguación superiores a los 2000.

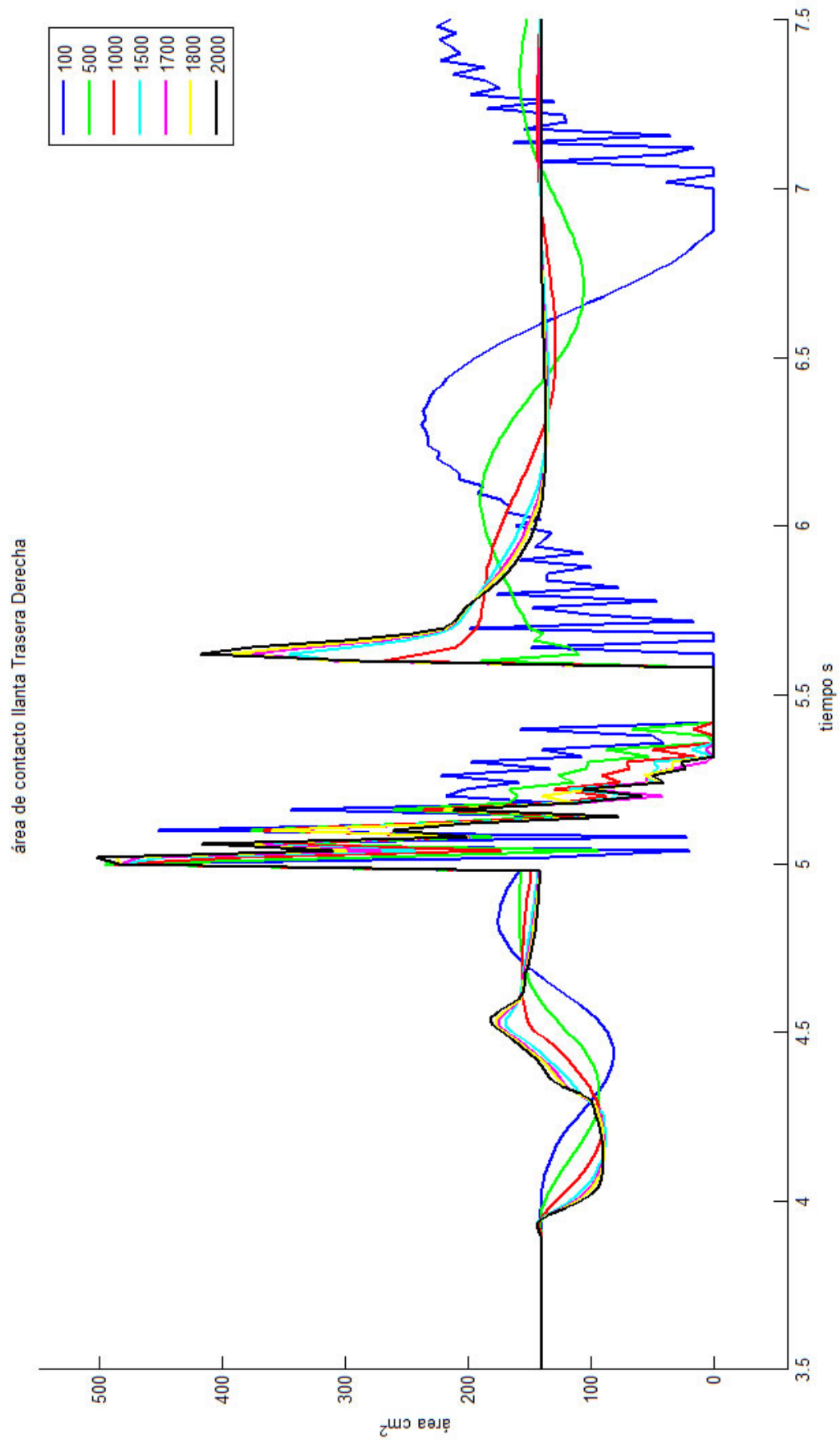


Figura 7.49: Área de contacto de la llanta trasera con el tope del mismo lado para valores bajos de B

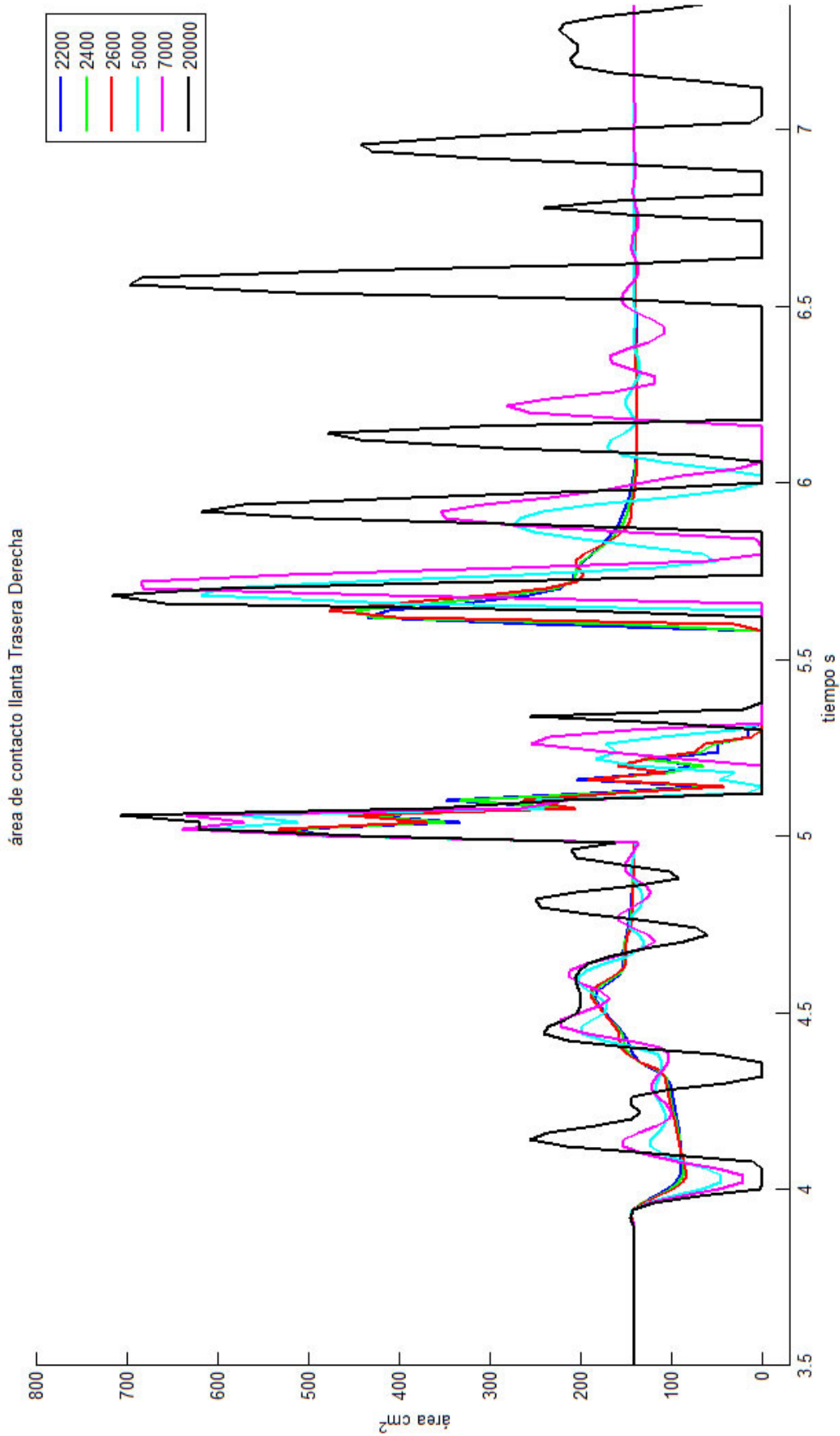


Figura 7.50: Área de contacto de la llanta trasera con el tope del mismo lado para valores altos de B

De la misma manera que en la llanta delantera, se consideró que un área inferior a los 10cm^2 es insuficiente y se realizaron las mediciones de los tiempos en los que la llanta tiene un área inferior, estas se muestran en la tabla 7.4.

Amortiguamiento B	Tiempo del área crítica [s]	Número de intervalos
100	0.38	3
500	0.168	2
1000	0.208	2
1500	0.246	2
1700	0.283	1
1800	0.266	1
2000	0.268	1
2200	0.274	1
2400	0.334	1
2600	0.303	1
5000	0.375	3
7000	0.679	4
20000	1.33	10

Tabla 7.4: Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta trasera del mismo lado del tope para distintas B

Como se puede observar en las tablas 7.3 y 7.4, conforme la constante de amortiguamiento, aumenta el tiempo en que la llanta se encuentra debajo del área crítica. Por lo tanto, el vehículo se vuelve menos maniobrable conforme la constante de amortiguamiento aumenta.

Es necesario analizar qué sucede cuando el tope se encuentra en la llanta del lado contrario. Es decir, analizar el comportamiento de la llanta derecha cuando el tope se encuentra del lado izquierdo. Las figuras 7.51 y 7.52 muestran el comportamiento de la llanta delantera derecha cuando el tope pasa por las llantas izquierdas, después de 7.35s a 8.58s es cuando el tope se encuentra en la llanta delantera izquierda, posteriormente del instante 8.58s en adelante es cuando la llanta se encuentra en la llanta trasera izquierda.

Igualmente que en los casos anteriores, los valores de la constante de amortiguamiento se dividieron en dos graficas. Los valores de amortiguamiento inferiores a 2000 se ilustran en la figura 7.52 y los superiores se ilustran en la figura 7.52.

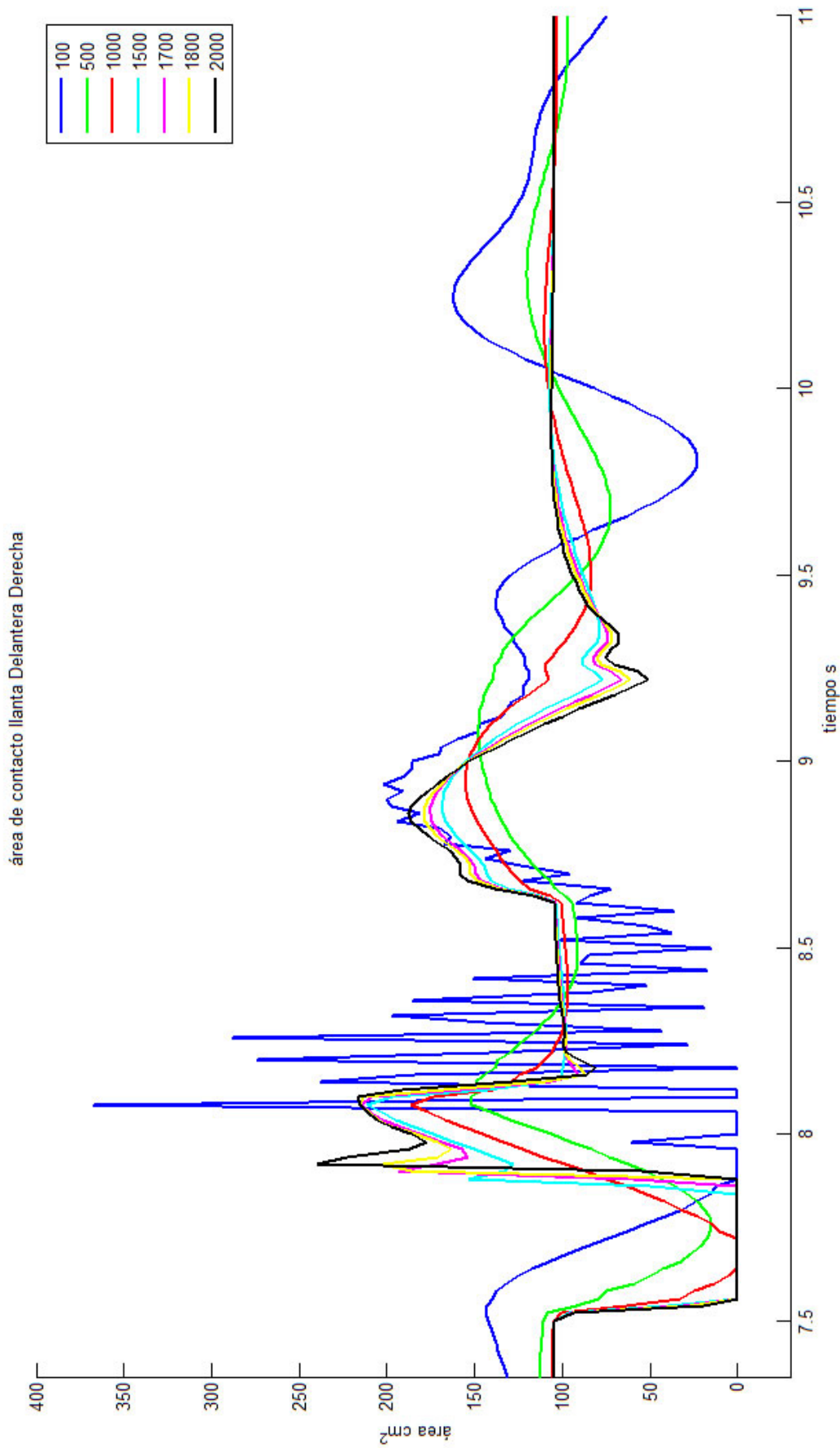


Figura 7.51: Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B

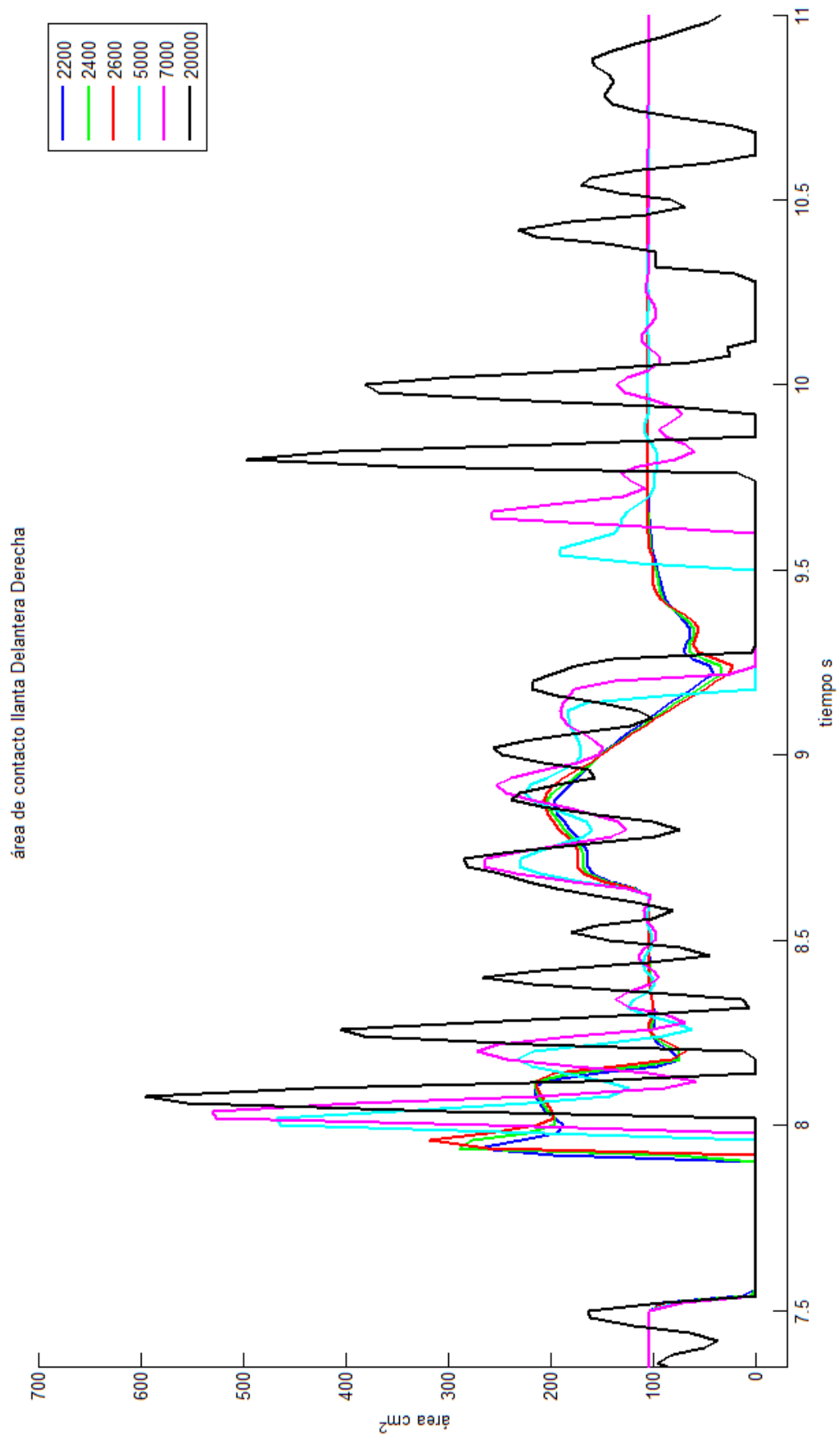


Figura 7.52: Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B

De la misma manera que en los casos anteriores, se realizaron las mediciones del tiempo en el que el área de contacto se encuentra debajo de los 10cm^2 , estos se ilustran en la tabla 7.5.

B	Tiempo del área crítica [s]	Intervalos
100	0.189	4
500	0	1
1000	0.132	1
1500	0.29	1
11700	0.31	1
1800	0.329	1
2000	0.335	1
2200	0.357	1
2400	0.364	1
2600	0.383	1
5000	0.748	2
7000	0.814	2
20000	1.326	6

Tabla 7.5: Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta delatada del lado contrario del tope para distintas B

Para completar el análisis del comportamiento del área de contacto cuando el tope se encuentra del lado contrario, es necesario considerar las llantas traseras, este se ilustra en las figuras 7.51 y 7.52. En estas figuras se observa que, de 7.35s a 8.58s es cuando el tope se encuentra en la llanta delantera izquierda y después de 8.58s instante en adelante es cuando se encuentra el tope en la llanta trasera izquierda.

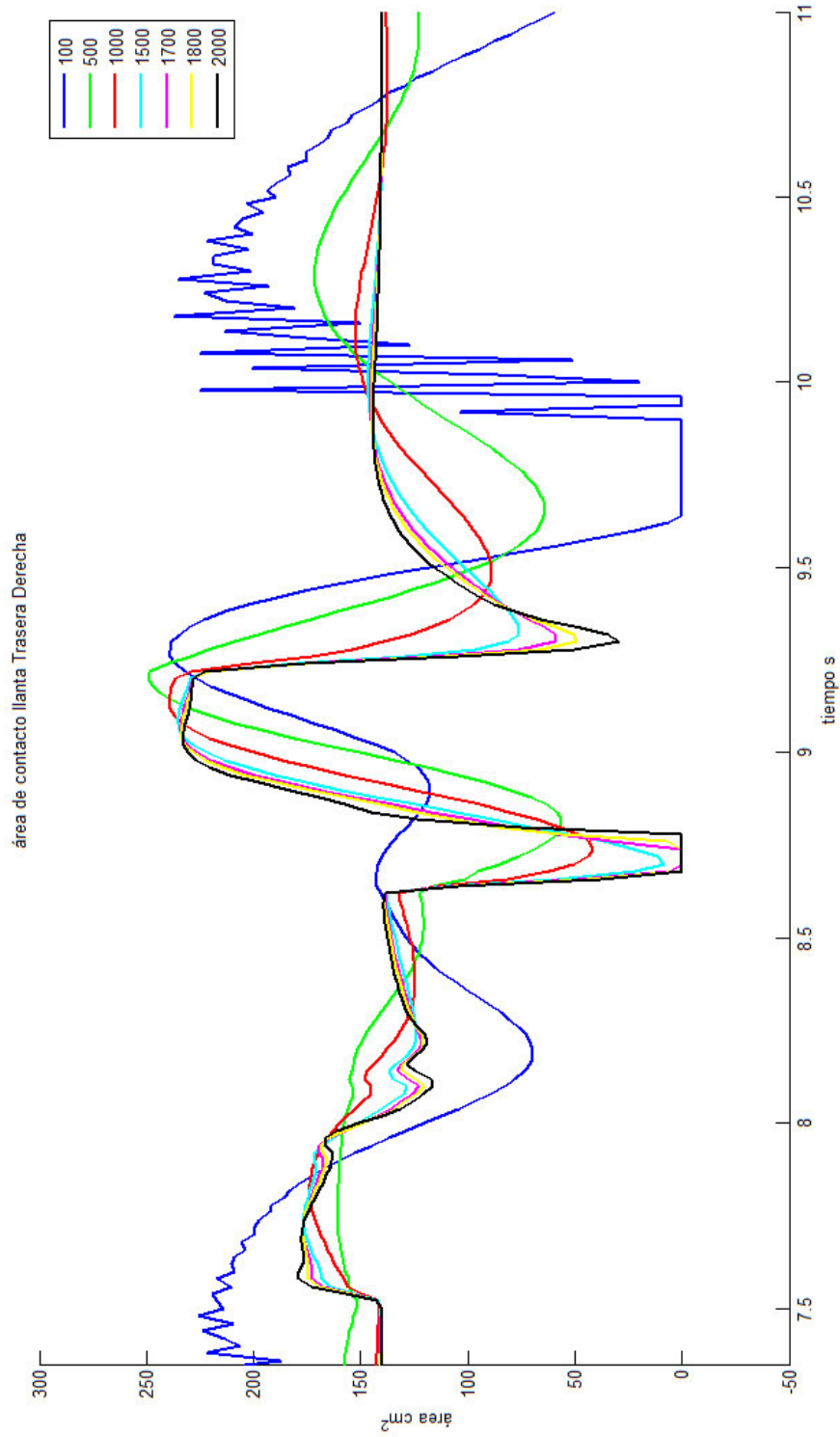


Figura 7.53: Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B

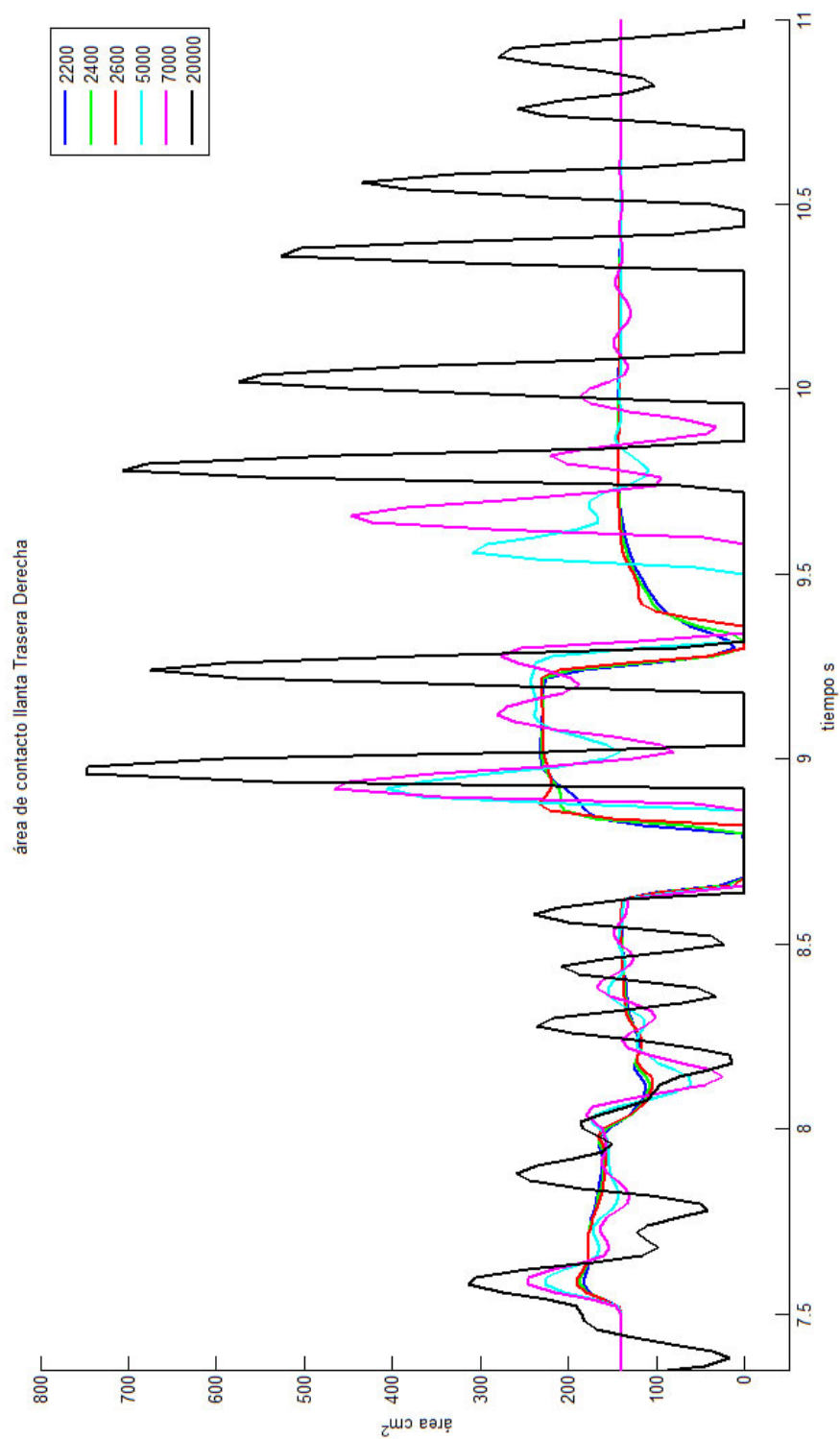


Figura 7.54: Área de contacto de la llanta delantera con el tope del lado contrario para valores bajos de B

De la misma manera que en los casos anteriores, se realizaron las mediciones del tiempo en el que el área de contacto se encuentra debajo de los 10cm^2 , estos se ilustran en la tabla 7.6.

Amortiguamiento B	Tiempo del área crítica [s]	Número de intervalos
100	0.31	2
500	0	1
1000	0	1
1500	0.013	1
11700	0.068	1
1800	0.086	1
2000	0.108	1
2200	0.128	1
2400	0.169	2
2600	0.224	2
5000	0.39	2
7000	0.453	2
20000	1.426	10

Tabla 7.6: Tabla de tiempos debajo del área crítica en la llanta delatada del lado contrario del tope para distintas B

Los resultados obtenidos al analizar el comportamiento de las llantas en cada uno de los posibles casos muestran cómo conforme el valor de amortiguamiento aumenta, la maniobrabilidad disminuye, lo cual se refleja en reducción del área de contacto.

7.5.3 Compromiso entre confort y maniobrabilidad

En este experimento se realizó el análisis de dos funciones de la suspensión, el confort y la maniobrabilidad. Para ello se fijó el valor de rigidez del resorte (K) y se varió el valor de la constante de amortiguamiento (B). Se puede observar en las medidas de la tabla 7.2, que conforme aumenta el valor de la constante de amortiguamiento (B), se reducen las oscilaciones del chasis, lo cual es una clara mejora del confort, esto continúa hasta alcanzar el valor de $B=2000$, después de esto, conforme aumenta el valor de amortiguamiento aumentan las oscilaciones.

En contraste, para el caso de la maniobrabilidad podemos observar en las tablas, que conforme la constante de amortiguamiento aumenta, el tiempo en que el vehículo no tiene el correcto contacto con el terreno también aumenta, lo que a su vez representa una disminución en la maniobrabilidad y seguridad del vehículo.

Tomando esto en cuenta se pueden determinar dos restricciones en una suspensión pasiva: La primera es que hay un valor de constante de amortiguamiento máximo, ya que después de este, el confort y la maniobrabilidad se ven reducidos; la segunda es que se puede observar cómo conforme el confort aumenta, la maniobrabilidad se reduce, lo cual es la problemática principal

de las suspensiones pasivas.

Este experimento demuestra cómo el modelo es capaz de proporcionar un medio para medir, tanto confort como maniobrabilidad y representa correctamente el compromiso existente entre estas dos funciones de la suspensión.

7.6 ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ Y LA CONSTANTE DE AMORTIGUAMIENTO

En el experimento 7.5 se demostró que existe un compromiso entre el confort y la maniobrabilidad del vehículo, para esto se realizó un análisis con una rigidez fija (K) y se varió la constante de amortiguamiento (B), por ello es necesario determinar si existe alguna relación entre la rigidez y la constante de amortiguamiento.

Con el objetivo de determinar si existe una relación entre la rigidez y la constante de amortiguamiento, se realizó el siguiente experimento, que consiste en recorrer la pista de topes cruzados que se ilustra en la Figura 7.30 a una velocidad constante de 5km/h . Se realizaron múltiples recorridos cambiando la rigidez del amortiguador con cuatro valores diferentes de amortiguamiento. Para poder comparar los resultados se realizaron mediciones de las dos condiciones que se analizaron en el experimento 7.5, la altura de la masa suspendida y el área de contacto de las llantas. Las Tablas 7.7 y 7.8 muestran las mediciones de las alturas del vehículo para diferentes constantes de rigidez para los amortiguadores.

Amortiguamiento B	Pico inferior [mm]	Pico superior [mm]	Número de oscilaciones
1700	4.3	0	1
2000	4.2	0	1
2200	4.2	0	0
2500	4.6	1.4	2

(a) Rigidez delantera 5315 y trasera 5000

Amortiguamiento B	Pico inferior [mm]	Pico superior [mm]	Número de oscilaciones
1700	5.9	0	1
2000	5.58	0	1
2200	5.19	1.42	2
2500	5.56	0.9	2

(b) Rigidez delantera 7600 y trasera 7000

Tabla 7.7: Mediciones de altura del vehículo con amortiguador de diferente rigidez I

Amortiguamiento B	Pico inferior [mm]	Pico superior [mm]	Número de oscilaciones
1700	8.47	0.07	2
2000	8.02	1.34	2
2200	7.72	0.53	2
2500	7.39	1.18	3

(a) Rigidez delantera 12410 y trasera 11000

Amortiguamiento B	Pico inferior [mm]	Pico superior [mm]	Número de oscilaciones
1700	10.94	8.3	2
2000	9.97	6.81	2
2200	9.87	6.67	2
2500	9.32	6.82	3

(b) Rigidez delantera 17300 y trasera 15000

Tabla 7.8: Mediciones de altura del vehículo con amortiguador de diferente rigidez II

Se puede observar en las mediciones expresadas en las tablas 7.7 y 7.8, cómo se presenta el mismo comportamiento que en el experimento 7.5. Para valores inferiores y superiores a 2000 de la constante de amortiguamiento B , se presentan oscilaciones de mayor amplitud y en mayor número.

Con esto podemos determinar que no existe una relación entre la rigidez y la constante de amortiguamiento en cuestiones de confort. Esto se debe a que sin importar qué rigidez presente el amortiguador, los mejores resultados se presentan en los valores cercanos a $B = 200$.

Parte V

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

CONCLUSIONES

Se realizó una investigación exhaustiva de los modelos de sistemas automotrices encontrados en la literatura. Estos se explicaron a más detalle en el capítulo 2. Esta investigación se realizó con el objetivo de determinar cuáles son los modelos matemáticos más completos que se han desarrollado hasta el momento y cuáles son sus características para posteriormente ser comparados con el modelo desarrollado en este trabajo. Los modelos más completos encontrados en esta investigación se enlistan en la tabla 8.1.

Sistema	Modelo	Sección	Referencia
Suspensión	Modelo de suspensión de carro completo	2.1.1.3	[14]
Frenos	Modelo de medio carro del sistema de frenos	2.2.1	[42]
Carro completo	El modelo de carro completo	2.5	[29]

Tabla 8.1: Modelos encontrados en la literatura

En el capítulo 4 se explicó a detalle el modelo matemático desarrollado en este trabajo. Las características que este modelo tiene se enlistan a continuación.

1. Modelo de la suspensión de carro completo que considera: La geometría del sistema, la altura del chasis, la altura de cada uno de los puntos de sujeción de los amortiguadores, el ángulo Pitch, el ángulo Roll, y sus respectivas aceleraciones.
2. Modelo de las llantas que considera: La geometría de las llantas, la presión de inflado, la compresión de las llantas y el área de contacto de las llantas con el suelo.
3. Modelo del sistema de frenos que considera: el pedal, el sistema hidráulico, el sistema de disco de frenos, La posibilidad que las llantas se bloquen y las interacciones de este sistema con el resto del vehículo.
4. Modelo del sistema de propulsión que considera: Modelo del motor, modelo del acelerador, modelo del sistema de transmisión, tracción de la llanta contra el suelo y las interacciones de este sistema con el resto del vehículo.
5. Modelado del sistema de dirección que considera: El modelo del volante, sistema de cremallera piñón, geometría de la dirección y las interacciones de este sistema con el resto del vehículo.
6. Modelado del chasis: en este modelo se consideran las interacciones de todos los sistemas, este representa el cuerpo del vehículo.

El modelo desarrollado en este trabajo tiene múltiples mejoras con respecto a los encontrados en la literatura. En la tabla 8.2 se muestra una comparación entre el modelo desarrollado en este trabajo y el modelo de carro completo desarrollado por Németh [29].

Sistema	Modelo de Németh	Modelo desarrollado en este trabajo
Propulsión	Modelo termodinámico y químico de motor	Modelado del motor por medio de curvas de comportamiento
	Modelado dinámico de la transmisión	Modelado dinámico de la transmisión Modelado del acelerador
Frenos	Modelo del sistema de frenos de cuarto de carro lineal	Modelo del sistema de frenos de carro completo Frenos independientes para cada llanta Modelo del sistema mecánico de los frenos
Suspensión	Modelo de carro completo no lineal	Modelo de carro completo no lineal Modelo de la geometría de las suspensiones
	Modelado de los ángulos de las llantas con respecto a los ángulos del volante	Modelado de la geometría de la dirección (Torreta, cremallera-piñón, ángulos de las llantas) Modelado de las fuerzas que se transmiten al chasis
Chasis	Únicamente como parte de la suspensión	Modelo completo considerando las fuerzas de los sistemas: Suspensión, dirección, frenos y propulsión
Llantas	Modelo considerado como resorte usado en la suspensión	Modelo de la geometría de la llanta Se considera la presión de inflado

Tabla 8.2: Comparación entre modelos

Con el trabajo realizado se obtuvo un modelo matemático completo de un vehículo todo terreno, con muchas mejoras con respecto a los ya existentes en la literatura. La principal mejora que este modelo presenta es que considera las interacciones existentes entre los diferentes sistemas del vehículo.

Con el objetivo de generar las señales necesarias para probar el comportamiento del modelo matemático se diseñó un simulador capaz de representar diferentes pistas o terrenos. Este se explicó anteriormente a más detalle en las secciones 4.8 y 5.9. Este simulador permite representar prácticamente cualquier pista, únicamente se requiere generar una señal discreta de la pista. El simulador de terreno se encuentra vinculado a la velocidad del vehículo, de tal manera que el terreno se va presentado en las llantas de acuerdo a la velocidad que presenta el vehículo. También contempla la distancia a la que se encuentran desfasados el eje frontal y el eje trasero. Este simulador permite representar el suelo como una señal en las llantas, pero esta señal se presenta de acuerdo a la velocidad del vehículo.

El modelo matemático se programó en el software científico Matlab ® con el objetivo de analizar su funcionamiento. La metodología seguida para crear el simulador se explicó a detalle en el capítulo 5. Se realizaron múltiples simulaciones para poner a prueba el modelo matemático, estas se explican a detalle en el capítulo 7. En estas simulaciones se pueden observar cómo afectan los sistemas de dirección, propulsión y frenado al comportamiento del vehículo. También, la importancia de considerar la geometría de la suspensión y cómo esta es muy importante para determinar el comportamiento del vehículo.

TRABAJO FUTURO

Se puede realizar un sistema de representación grafica para permitir al usuario controlar la dirección, freno y propulsión del vehículo porque, aunque en este momento se pueden controlar estos parámetros del vehículo no se puede hacer en tiempo real ya que el usuario no ve los cambios presentes en la pista

El modelo presentado en este trabajo fue diseñado con el objetivo de probar diferentes sistemas de control automotriz, como es el caso de las suspensiones activas, los frenos ABS, dirección asistida, transmisión automática, entre otros.

Otro sistema de control automotriz que se podría poner a prueba en este modelo, es el sistema de inyección electrónica de combustible. Sin embargo para realizar esto, es necesario realizar el modelo termodinámico y químico del motor de combustión en cuestión.

También se puede realizar diseño de un sistema de frenos ABS ya que este se puede poner a prueba fácilmente en el modelo, en este tipo de sistemas se controla la presión de los calipers por medio de pulsos, esto se puede simular en el modelo realizando pulsos a diferentes frecuencias de la presión ejercida por los frenos.

En resumen, como continuación de este proyecto se pueden realizar los siguientes trabajos:

- Modelo termodinámico del motor.
- Diseño de un ambiente grafico para el simulador.
- Diseño de una suspensión activa.
- Diseño de un sistema de dirección asistida.
- Diseño de un sistema de transmisión automática.

Parte VI

APÉNDICES

APÉNDICE A

Tabla de mediciones de los ángulos de la dirección medidos en SolidWorks.

Las mediciones de los ángulos de la suspensión se realizaron en el software de diseño SolidWorks. Este software permite agregar cotas para medir las distancias existentes entre los diferentes componentes de un sistema. Para el caso de la dirección se midieron los ángulos a los que giran las llantas. El ángulo medido se ilustra en la figura 9.1, en esta el ángulo medido es de 90.01° .

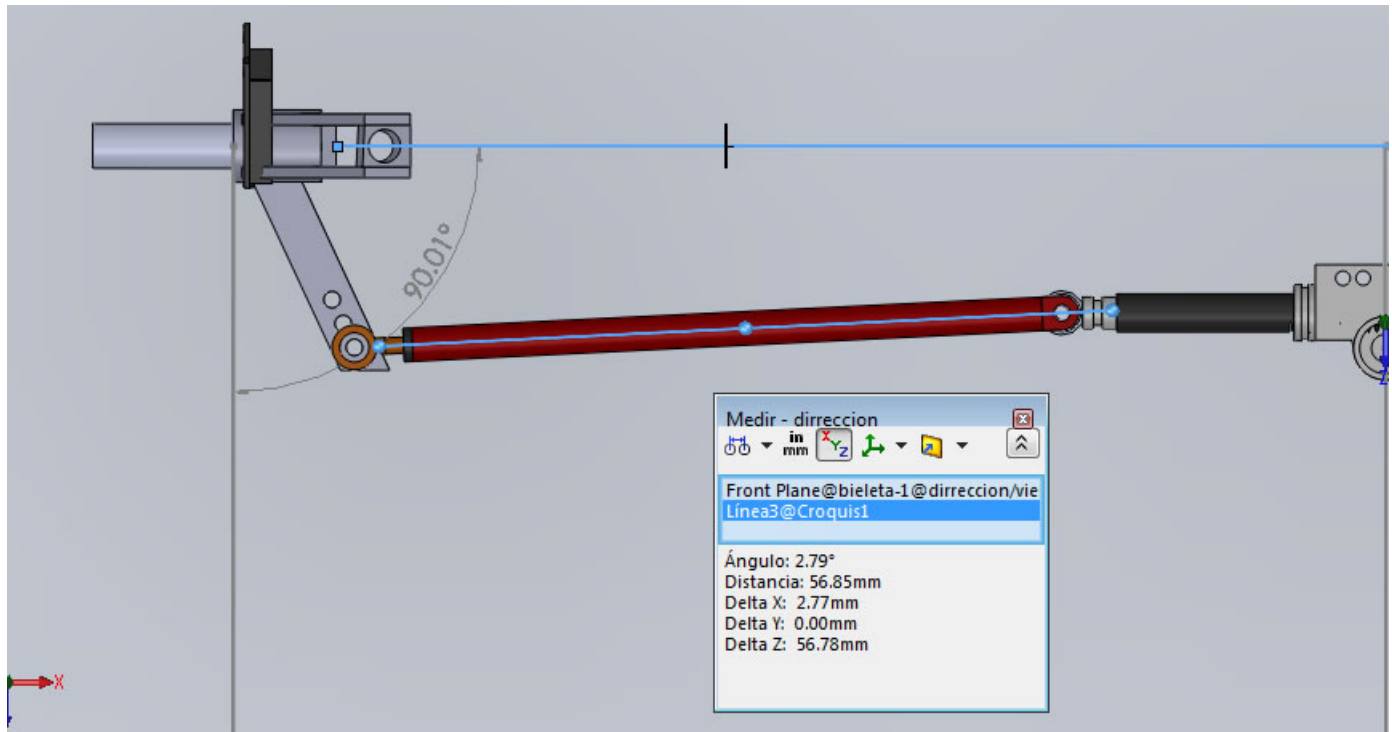


Figura 9.1: Ángulo de la dirección medido en SolidWorks

Para obtener un polinomio que represente el comportamiento de la dirección, se midieron los ángulos de las llantas durante el recorrido de la cremallera. Cuando la cremallera está centrada ambos ángulos son de 90° , conforme se desplaza la cremallera las llantas se inclinan en la figura 9.2, podemos observar la inclinación de ambas llantas.

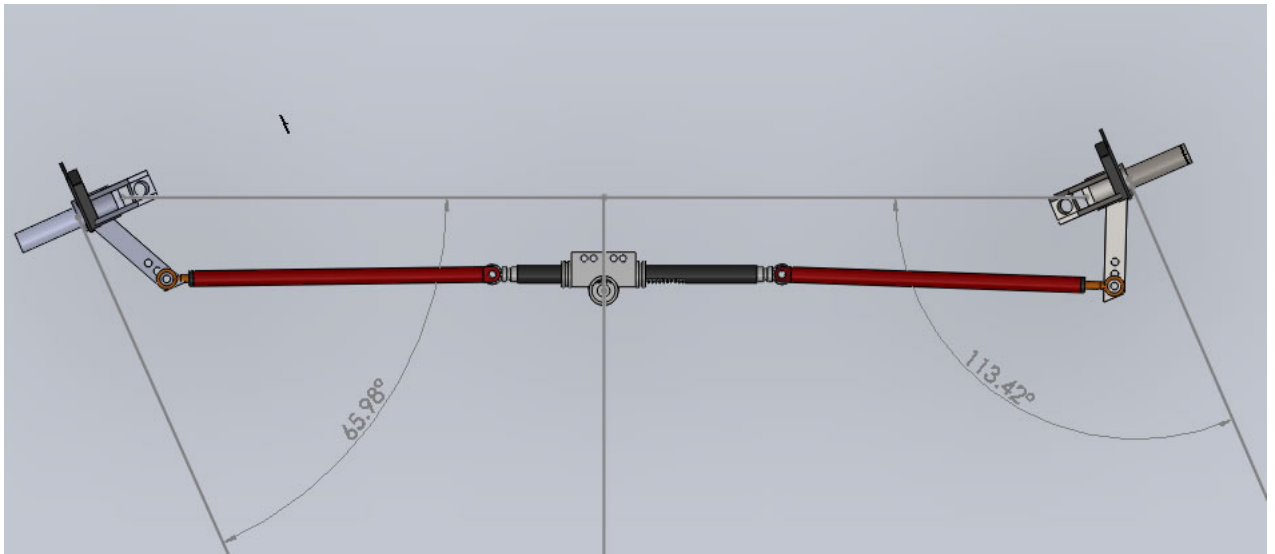


Figura 9.2: Ángulo de la dirección medido en SolidWorks

Además del ángulo, se midió el desplazamiento correspondiente en la cremallera la distancia que se midió se muestra en la figura 9.3.

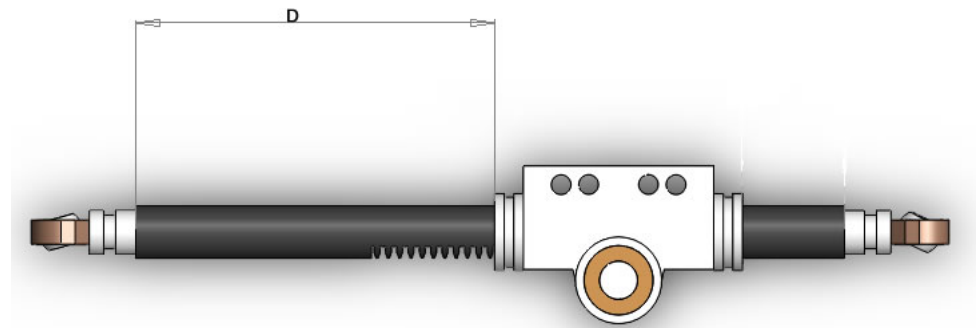


Figura 9.3: Distancia medida en la cremallera

En las tablas 9.1 y 9.2 se muestran las mediciones obtenidas.

Distancia de la cremallera <i>mm</i>	Ángulo de la llanta en °
64.48	135.404
67.06	139.953
67.9	141.456
68.75	142.965
69.56	144.468
70.38	145.977
71.19	147.48
72	148.99
72.8	150.478
73.61	151.995
75.4	153.505
75.19	155.008
75.99	156.525
76.77	158.036
77.56	159.553
78.34	161.063
79.11	162.574
79.87	164.063
80.65	165.58
81.42	167.091
82.19	168.616
82.96	170.133
84.49	173.183
85.25	174.694
86.01	176.198
86.76	177.709
87.51	179.205
88.27	180.723
89.02	182.234
89.78	183.745
90.52	185.234

Tabla 9.1: Medidas del ángulo de la dirección menores a 90°

Distancia de la cremallera <i>mm</i>	Ángulo de la llanta en °
91.28	186.752
91.27	186.731
92.01	188.235
93.53	191.264
94.28	192.79
95.03	194.294
95.79	195.812
96.54	197.309
97.29	198.82
98.04	200.317
98.8	201.828
99.56	203.347
100.32	204.858
101.08	206.369
101.84	207.881
102.61	209.399
103.37	210.904
104.14	212.425
104.92	213.941
105.68	215.431
106.45	216.942
107.23	218.454
108.01	219.973
108.8	221.491
109.59	223.01
110.37	224.515
111.16	226.019
111.95	227.531
113.56	230.569
115.18	233.592
117.63	238.12

Tabla 9.2: Medidas del ángulo de la dirección mayores a 90°

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Yaman Barlas. Formal aspects of model validity and validation in system dynamics. *System Dynamics Review*, 12(3):183–210, 1996.
- [2] A.J. Barr and JI Ray. Control of an active suspension using fuzzy logic. In *Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volume 1, pages 42–48. IEEE, 1996. ISBN 0780336453.
- [3] David Brown, Jiangtao Cao, Ping Li, and Honghai Liu. Adaptive fuzzy logic controller for vehicle active suspensions with interval type-2 fuzzy membership functions. In *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pages 83–89. Ieee, June 2008. ISBN 978-1-4244-1818-3. doi: 10.1109/FUZZY.2008.4630348.
- [4] D.J. Brown. State of the Art in Vehicle Active Suspension Adaptive Control Systems Based on Intelligent Methodologies. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 9(3):392–405, September 2008. ISSN 1524-9050. doi: 10.1109/TITS.2008.928244.
- [5] J. Campos, L. Davis, FL Lewis, S. Ikenaga, S. Scully, and M. Evans. Active suspension control of ground vehicle heave and pitch motions. In *Proceedings of the 7th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 222–233. Citeseer, 1999.
- [6] Rosheila Darus and Yahaya Md. Sam. Modeling and control active suspension system for a full car model. *5th International Colloquium on Signal Processing & Its Applications*, 4(7):13–18, March 2009. doi: 10.1109/CSPA.2009.5069178.
- [7] E Eckermann. *World History Of The Automobile*. Society of Automotive Engineers, first edit edition, 2001.
- [8] Pérez Carvajal Edgar, Orozco Santos Coy Julio, and Lemus Flores Rodolfo. *Transmisión electrónica dual*. PhD thesis, UPIITA, 2005.
- [9] G Engelman and G Rizzoni. Including the force generation process im active Suspension Control Formulation. *Proceedings of the American Control Conference*, pages 701–705, 1983.
- [10] JL Fenci, J. LP, and F. Yui. GA-based PID and Fuzzy Logic control for active vehicle suspension system. *International Journal of automomotive technology*, 4(4):181–191, 2003.
- [11] Jonas Fredriksson and Bo Egardt. Nonlinear Control applied to Gearshifting in Automated Manual Transmissions. In *Proceedings of the 39th IEEE conference on decision control*, pages 444–449.
- [12] Johari Halim and Shah Bin. Modeling and control of the active suspension system using proportional integral sliding mode approach. *Asian Journal of Control*, 7(2):91–98, 2005.
- [13] Saeed Hashemnia and M.H. Bahari. Genetic Algorithm Aided Groundhook Control Strategy for Semi-Active Magneto Rheological Damper Suspension System. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 3(2):1136–1144, 2009.

- [14] S. Ikenaga, F.L. Lewis, J. Campos, and L. Davis. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model. In *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*, volume 6, pages 4019–4024. IEEE, 2000. ISBN 0-7803-5519-9. doi: 10.1109/ACC.2000.876977.
- [15] M Jensen, M Tolbert, and J Wagner. A Customizable Automotive Steering System with Haptic Feedback Control Strategy for Obstacle Avoidance Notification. *IEEE Transactions on vehicular technology*, 60(9):4208–4216, 2011.
- [16] Tor Johansen, Idar Petersen, and Jens Kalkkuhl. Gain-Scheduled Wheel Slip Control in Automotive Brake Systems. *IEEE Transactions on Control Systems*, 11(6):799–811, 2003.
- [17] D.S. Joo, N. Al-Holou, J.M. Weaver, T. Lahdhiri, and F. Al-Abbas. Nonlinear modeling of vehicle suspension system. In *American Control Conference*, volume 1, pages 115–119. IEEE, 2000. ISBN 0780355199.
- [18] Feng Jun-ping, Bei Shao-yi, Yuan Chuan-yi, and Zhang Lan-chun. Research on Wheelbase Preview Control for Vehicle Semi-active Suspension Based on Neural Networks. In *Third International Symposium on Intelligent Information Technology Application*, pages 290–293. Ieee, 2009. ISBN 978-0-7695-3859-4. doi: 10.1109/IITA.2009.351.
- [19] Guido Koch, Oliver Fritsch, and Boris Lohmann. Potential of low bandwidth active suspension control with continuously variable damper. *Control Engineering Practice*, 18(11):1251–1262, November 2010. ISSN 09670661. doi: 10.1016/j.conengprac.2010.03.007.
- [20] Farong Kou and Zongde Fang. An Experimental Investigation into the Design of Vehicle Fuzzy Active Suspension. *IEEE International Conference on Automation and Logistics*, pages 959–963, August 2007. doi: 10.1109/ICAL.2007.4338705.
- [21] Ales Kruczek and Antonin Stribrsky. A full-car model for active suspension - some practical aspects. *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics*, pages 41–45, 2004. doi: 10.1109/ICMECH.2004.1364409.
- [22] Adam Lagerberg and Bo S Egardt. Backlash gap position estimation in automotive power-trains. In *European Control Conference ECC*, pages 2–7, 2003.
- [23] C Lauwerys, J Swevers, and P Sas. Robust linear control of an active suspension on a quarter car test-rig. *Control Engineering Practice*, 13(5):577–586, May 2005. ISSN 09670661. doi: 10.1016/j.conengprac.2004.04.018.
- [24] MathWorks. Simulink User’s Guide. Technical report, 2010.
- [25] Katsumi Moriwaki. Nonlinear H-infinity Control for Autonomous Passenger Vehicles. In *IEEE International Conference on Control and Automation*, pages 1609–1614, 2009. ISBN 9781424447077.
- [26] Katsumi Moriwaki. Integrated Control for Autonomous Passenger Vehicles. *Systems Engineering*, pages 1603–1608, 2009.
- [27] Katsumi Moriwaki and Katsuyuki Tanaka. Modelling and Navigation Control of Autonomous Vehicles. In *SICE Annual Conference*, pages 427–434, 2007.
- [28] M. Nagai. Recent researches on active suspensions for ground vehicles. *JSME international journal. Ser. C, Dynamics, control, robotics, design and manufacturing*, 36(2):161–170, 1993.

- [29] Balázs Németh and Péter Gáspár. Vehicle modeling for integrated control design. *Transportation Engineering*, 1:45–51, 2010. doi: 10.3311/pp.tr.2010-1.08.
- [30] I. Petersen, T.A. Johansen, J. Kalkkuhl, and J. Lüdemann. Wheel slip control in ABS brakes using gain scheduled constrained LQR. In *Proc. European Contr. Conf., Porto*, pages 606–611, 2001.
- [31] H. Schuette and P. Waeltermann. Hardware-In-The-Loop Testing of Vehicle Dynamics Controllers- A Technical Survey. *SAE Technical Paper Series*, 2005-01-16:1 – 19, 2005.
- [32] S.S. Sedeh, RS Sedeh, and K. Navi. Using car semi-active suspension systems to decrease undesirable effects of road excitations on human health. *Computer Science Research, Education and Applications*, CSREA PRES(1):1–6, 2006.
- [33] Yaojung Shiao, Chun-chi Lai, and Quang-anh Nguyen. The Analysis of a Semi-Active Suspension System. In *SICE Annual Conference*, pages 2077–2082, 2010.
- [34] R. Strathearn and A.G. Ulsoy. A novel active suspension design technique-simulation and experimental results. *Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No.97CH36041)*, 00(c):709–713, 1997. doi: 10.1109/ACC.1997.611893.
- [35] Dassault Systemes. SolidWorks 2009, 2009.
- [36] Cuidong Xu, KWE Cheng, L. Sha, William Ting, and Kai Ding. Simulation of the integrated controller of the anti-lock braking system. In *Power Electronics Systems and Applications, 2009. PESA 2009. 3rd International Conference on*, pages 1–3. IEEE, 2009.
- [37] Edge Yeh and Yon Tsao. Fuzzy control for active suspension design. In *Symposium of Intelligent Vehicles*, pages 92–97, 1992.
- [38] Shi Ying, Tian Xiangtao, and Wang Liang. A Model of the 1/4 of a Simple Suspension Model Simulation and Analysis. *Internacional Conference on educational and information technology*, pages 92–94, 2010.
- [39] T. Yoshimura, K. Nakaminami, M. Kurimoto, and J. Hino. Active suspension of passenger cars using linear and fuzzy-logic controls. *Control Engineering Practice*, 7(1):41–47, January 1999. ISSN 09670661. doi: 10.1016/S0967-0661(98)00145-2.
- [40] Toshio Yoshimura and Itaru Teramura. Active suspension control of a one-wheel car model using single input rule modules fuzzy reasoning and a disturbance observer. *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, 6A(4):251–256, April 2005. ISSN 1009-3095. doi: 10.1631/jzus.2005.A0251.
- [41] Cheng Yue, Shi Wen-ku, and Liu Wei. Control of Suspension and Steering Systems for Automotive Ride Comfort and Handling Stability Optimization. *Simulation*, pages 3–6, 2011.
- [42] Jian Zhao, Litong Guo, Bing Zhu, and Wenjie Duan. Modeling and control of automotive antilock brake systems through PI and neural network arithmetic. In *Electronic and Mechanical Engineering and Information Technology (EMEIT), 2011 International Conference on*, volume 4, pages 2155–2158. IEEE, August 2011. ISBN 978-1-61284-087-1. doi: 10.1109/EMEIT.2011.6023010.