

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN COMPUTACIÓN



**ANÁLISIS DE LA DEFORMACIÓN CRANEAL
POR APLICACIÓN DE ESFUERZOS**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

PRESENTA:

CLAUDIA GARCÍA BLANQUEL

DIRECTOR DE TESIS:

DR. RENÉ LUNA GARCÍA

México D.F., Enero 2013





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 11.30 horas del día 23 del mes de noviembre de 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del:

Centro de Investigación en Computación

para examinar la tesis titulada:

"Análisis de la deformación craneal por aplicación de esfuerzos"

Presentada por el alumno:

GARCÍA

Apellido paterno

BLANQUEL

Apellido materno

Claudia

Nombre(s)

Con registro:

B	1	0	1	6	4	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de Tesis

Dr. René Luna García

Dr. Edgardo Manuel Felipe Riverón

Dra. Nareli Cruz Cortés

Dr. Ricardo Barrón Fernández

Dr. Marco Antonio Ramírez Salinas



PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
 SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN
 EN COMPUTACIÓN
 DIRECCIÓN

Dr. Luis Alfonso Villa Vargas



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de **México D.F** el día **30** del mes **noviembre** del año **2012**, la que suscribe **Claudia García Blanquel** alumna del Programa de **Maestría en Ciencias de la Computación** con número de registro **B101645**, adscrita al **Centro de Investigación en Computación**, manifiesta que es autora intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. René Luna García** y cede los derechos del trabajo intitulado **"Análisis de la deformación craneal por aplicación de esfuerzos"**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección klausen.pop@gmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Claudia García Blanquel

Nombre y firma

Resumen

Los modelos continuos al ser discretizados mediante algún método numérico, generan sistemas de ecuaciones de gran tamaño que contienen un gran número de grados de libertad, lo que implica la necesidad de mayores recursos computacionales; el cómputo de alto rendimiento y la generalización de técnicas de cálculo numérico han logrado simular estos modelos continuos.

Por otro lado, estudios desarrollados en los modelos estáticos generalmente son más detallados en la representación de los materiales y la geometría. Tal es el caso de modelos que pronostican las tensiones internas y las respuestas biomecánicas bajo condiciones de cargas.

Estos modelos buscan conocer el comportamiento de organismos mediante el desarrollo de las oportunas formulaciones matemáticas de las leyes que rigen a los organismos, para obtener resultados cuantitativos a procesos de gran complejidad.

En este proyecto se va a estudiar la formación de elementos finitos de superficie para el cráneo y la modelación utilizando interpolación lineal en un dominio 3D y llevando a cabo el modelo computacional en el lenguaje de programación C++ en su forma paralela usando la interfaz de paso de mensajes (MPI) y *Pthreads*.

Palabras clave

Cómputo de alto rendimiento, programación paralela, método del elemento finito, deformación craneal.

Abstract

Continuous models to be discretized using a numerical method, generate a large systems of equations, containing a large number of freedom degree, this implies the need for greater computing resources, high performance computing and computational techniques generalize numerical simulate these models have achieved continuous.

Furthermore studies developed static models are generally more detailed representation of the materials and geometry. Such is the case of models that predict the internal stresses and biomechanical responses under load conditions.

These models seek to understand the behavior of organisms by developing appropriate mathematical formulations of the laws governing agencies to obtain quantitative results highly complex processes.

This project will study the formation of finite element surface to the skull and modeling using linear interpolation in a 3D domain and performing the computational model in the programming language C++ in parallel using passing interface messages (MPI) and Pthreads

Keywords

High performance computing, parallel programming, finite element method, skull deformation.

Siglas y Acrónimos

2D	Dos dimensiones o bidimensional
3D	Tres dimensiones o tridimensional
CT	Tomografía computarizada (del inglés <i>Computed Tomography</i>)
DICOM	Digital Imaging and Communication in Medicine
FE	Elemento Finito (del inglés <i>Finite Element</i>)
FEA	Análisis del Elemento Finito (del inglés <i>Finite Element Analysis</i>)
FEM	Método del Elemento Finito (del inglés <i>Finite Element Method</i>)
HPC	Computo de Alto Rendimiento (del <i>inglés High Performance Computing</i>)
HU	Unidades Hounsfield (del inglés <i>Hounsfield Units</i>)
MRI	Imagen por Resonancia Magnética (del inglés <i>Magnetic Resonance Imaging</i>)
RF	Rafio Frecuencia (del inglés <i>Radio Frequency</i>)
TCE	Traumatismo craneoencefálico
XFEM	Método del Elemento Finito Generalizado (del inglés <i>Extended Finite Element Method</i>)

Glosario

Biomecánica: Conjunto de conocimientos derivados de la física que tienen como objetivo estudiar los efectos de las fuerzas mecánicas sobre los sistemas orgánicos de los seres vivos y sus estructuras, para predecir cambios por alteraciones y proponer métodos de intervención artificial que lo mejoren.

Caras: Cualquiera de las superficies individuales de un objeto sólido.

Cirugía mínimamente invasiva: Técnica quirúrgica que utiliza pequeñas incisiones a través de las cuales se inserta el instrumental necesario para realizar la operación dentro de una cavidad anatómica.

Cómputo paralelo: Técnica de programación en la que muchas instrucciones se ejecutan simultáneamente.

Cráneo: Es una caja ósea que protege y contiene al encéfalo principalmente.

Desplazamiento: Es la distancia y la dirección de la posición final, respecto a la posición inicial del objeto.

Ecuación lineal: Es un planteamiento de igualdad, involucrando una o más variables a la primera potencia, que no contienen productos entre las variables.

Estereotaxia o estereotáctica: Técnica neuroquirúrgica sofisticada que posibilita el acceso a zonas profundas del cerebro mediante una aguja de biopsia.

Fuerza: Es todo agente capaz de modificar la cantidad de movimiento o la forma de los cuerpos materiales.

Interpolación: Obtención de nuevos puntos, partiendo del conocimiento de un conjunto discreto de puntos.

Malla: Una malla espacial es un sistema estructural compuesto por elementos lineales unidos de modo que las fuerzas son transferidas de forma tridimensional.

Matriz: Arreglo bidimensional de números, que se usan para describir sistemas de ecuaciones lineales.

Método del Elemento Finito: Es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de la ingeniería y la física.

Modelo 3D: Este tipo de gráficos se origina mediante un proceso de cálculos matemáticos sobre entidades geométricas tridimensionales producidas en un ordenador y cuyo propósito es conseguir una proyección visual.

Rigidez: Es la capacidad de un objeto sólido o elemento estructural de soportar esfuerzos sin adquirir grandes deformaciones o desplazamientos.

Sistema de ecuaciones: Conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas que conforman un problema matemático consistente en encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen dichas ecuaciones.

Tomografía computarizada: Técnica de imágenes médicas usada para la reconstrucción de estructuras internas, basada en la absorción de rayos X.

Traumatismo craneoencefálico: Lesión encefálica de origen traumático.

Voxel: Es la unidad cúbica que compone un objeto tridimensional.

Contenido

RESUMEN	4
ABSTRACT	5
SIGLAS Y ACRÓNIMOS	6
GLOSARIO	7
I. INTRODUCCIÓN	17
I.1 PROBLEMA A RESOLVER.....	18
I.2 MOTIVACIÓN	18
I.3 OBJETIVOS	19
I.3.1 <i>Objetivo general</i>	19
I.3.2 <i>Objetivos específicos</i>	19
I.4 DELIMITACIÓN DEL TEMA DE INVESTIGACIÓN.....	19
I.5 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO	19
CAPÍTULO II. ESTADO DEL ARTE	21
II.1 ANTECEDENTES GENERALES.....	21
II.2 ESTADO DEL ARTE.....	23
CAPÍTULO III. MARCO TEÓRICO	26
III.1 COMPUTACIÓN	26
III.1.1 <i>Computación en paralelo</i>	26
III.1.2 <i>Imágenes médicas</i>	30
III.2 MATEMATICAS.....	39
III.2.1 <i>Métodos Numéricos</i>	39
III.2.2 <i>Método del Elemento Finito</i>	40
III.2.3 <i>Método de Delaunay</i>	44
III.2.4 <i>Método de frente de avance</i>	45
III.2.5 <i>Descomposición de elementos cuadriláteros en triangulares</i>	47
III.3 BIOMECÁNICA	48
III.3.2 <i>Impacto</i>	54
I.1.1 <i>Fuerzas a que puede ser sometido un hueso</i>	57
III.3.3 <i>Anatomía del cráneo humano</i>	59
CAPÍTULO IV. METODOLOGÍA	64
IV.1 PASO 1: RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DEL CRÁNEO	65
IV.1.1 <i>Nube de puntos</i>	67
IV.2 PASO 2: GEOMETRÍA DEL CRÁNEO A TRES PUNTOS	67
IV.2.2 <i>Paso 3: Funciones de interpolación</i>	70
IV.3 PASO 4: SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	71

IV.4	IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL.....	78
CAPÍTULO V.	RESULTADOS	81
	RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DEL CRÁNEO	81
	<i>Caso I: Este caso está formado por 34 cortes axiales CT almacenados en los correspondientes archivos DICOM. Se corresponden con la imagen CT tomada a una persona anónima (ver Figura 30).</i>	<i>81</i>
	<i>Caso II: Este caso está formado por 134 cortes axiales CT almacenados en los correspondientes archivos DICOM. Se corresponden con la imagen CT tomada a una persona anónima (ver Figura 31).</i>	<i>82</i>
	GEOMETRÍA DEL CRÁNEO	83
CAPÍTULO VI.	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	87
VI.1	CONCLUSIONES.....	87
	<i>Reconstrucción tridimensional del proceso de imágenes en 3D.....</i>	<i>87</i>
	<i>Geometría del cráneo</i>	<i>88</i>
	<i>Método del Elemento Finito</i>	<i>88</i>
VI.2	TRABAJOS FUTUROS.....	88

Lista de Figuras

Figura 1: Principales etapas para obtener la deformación craneal: a) Imágenes 2D, b) Nube de puntos, c) Geometría del cráneo.....	23
Figura 2: Serie de imágenes CT correspondientes al cráneo de un paciente anónimo ...	32
Figura 3: Diagrama que muestra la representación de los píxeles y los voxels de un corte en la tomografía computarizada	32
Figura 4: Umbralización manual mediante el histograma de frecuencia de intensidades a) Original, b) umbrada.....	35
Figura 5: Esquema que representa la escala de Hounsfield utilizada para establecer la medida de contraste de los píxeles de una imagen CT.	36
Figura 6: Ejemplo de archivos DICOM	37
Figura 7: Imagen TC en formato DICOM	39
Figura 8: Descomposición de dominios sin solapamiento	41
Figura 9: Matriz de rigidez global	43
Figura 10: Vector de fuerzas global	44
Figura 11: Triangulación de Delaunay: a) inserción de nodo, b) detección y eliminación de elementos, c) triangulación local.....	45
Figura 12: Ejemplo de tratamiento del frente en mallas	46
Figura 13: División de un cuadrilátero en dos triángulos: a) por diagonal corta, b) por la diagonal larga.....	47
Figura 14: División de un cuadrilátero en dos triángulo: a) diagonal corta, b) diagonal larga	48
Figura 15: Fragmento de la diáfisis del peroné. Clara diferencia entre hueso cortical (A) y hueso esponjoso (B)	50
Figura 16 Curva de carga-deformación.....	52
Figura 17: Comportamiento elástico y plástico de los materiales	53
Figura 18: Niveles de cargas a impacto producidas por la liberación de masa.....	56
Figura 19: Fuerzas a que puede ser sometido el hueso	57
Figura 20: Curva de fatiga.....	59
Figura 21: Desarrollo de la arquitectura del cráneo.....	61
Figura 22: Magnitud vs Frecuencia	62
Figura 23: Pasos a seguir en la metodología	64
Figura 24: Secuencia de la metodología utilizada para la reconstrucción del cráneo	65
Figura 25: (a) Histograma de la imagen normalizada (b) Expansión del histograma al nivel inferior y superior de representación de los niveles de intensidad de la imagen	66
Figura 26: Proceso de segmentación de las imágenes DICOM	66

Figura 27: Nube de puntos.	67
Figura 28: Matriz de conectividad.....	76
Figura 29: Implementación computacional	79
Figura 30: Caso I	82
Figura 31: Caso II	83
Figura 32: Modelo geométrico del cráneo en un dominio 3D	84
Figura 33: Descripción del problema para el caso I.....	85
Figura 34: Matriz de conectividad.....	85

Lista de Tablas

Tabla 1: Determinación de Cargas: Estática y Dinámica	57
Tabla 2: Configuración del modelo global: presentación de la estructura, número y tipo de elementos usados en la estructura.....	68
Tabla 3: El material del modelo a utilizar en la evaluación. (Con ρ como la densidad de la masa, E el modulo de Young, K el modulo de Bnulk, G el modulo de ruptura, τ la constante de visco-elasticidad y ν la relación de poisson	68
Tabla 4: Parámetros de interfaz para el modelo	69
Tabla 5: Matriz de conectividad: local y global	77
Tabla 6: Esfuerzos y desplazamientos en el cráneo usando P= 1,000N.....	86
Tabla 7: Esfuerzos de Von Mises y desplazamientos por (J. Jesús Nieto Miranda, 2005)86	
Tabla 8: Esfuerzos y desplazamientos en el cráneo usando P= 5,000N.....	86

Si una persona es perseverante, aunque sea dura de entendimiento, se hará inteligente;
y aunque sea débil se transformara en fuerte.
Leonardo Da Vinci

I. Introducción

En el campo de procesamiento de imágenes médicas 3D, la mayoría de los algoritmos requieren mucho tiempo computacional debido a la cantidad de datos a procesar. El tiempo computacional del programa en la mayoría de los casos es fundamental para tareas de diagnóstico y simulación de operaciones quirúrgicas, especialmente en situaciones que se requiere una interacción entre el médico y el programa informático.

En los últimos años hemos sido testigos de la evolución de los procesadores para incluir capacidades de cálculo en paralelo, esta evolución nos permite realizar algoritmos de alto coste computacional, tales como algoritmos de procesamiento de imágenes médicas los cuales han tenido una creciente importancia en Medicina, debido a que hace 25 años la información médica en forma de imágenes se reducía prácticamente a las placas de rayos X y ahora los médicos se encuentran a menudo desbordados por la cantidad de información puesta a su disposición.

Actualmente las aplicaciones que requieren de tratamiento y análisis de imágenes aparecen frecuentemente integradas con aplicaciones de navegación tridimensional. Además de detectar y localizar zonas de interés, los usuarios de las aplicaciones informáticas de imágenes médicas (radiólogos, cirujanos, etc.) desean en general mostrar dichas zonas visualizándolas tridimensionalmente, aprovechando de este modo la naturaleza tridimensional de la mayoría de las imágenes utilizadas. Así, los médicos demandan de forma creciente aplicaciones que integren técnicas de tratamiento y análisis con funcionalidades de visualización tridimensional.

La gestión de los datos es un aspecto significativo en una aplicación de imágenes médicas debido al gran tamaño de ellos. En este sentido, cabe mencionar que se deben utilizar formatos estándares, en especial el descrito por el estándar DICOM (del inglés *Digital Imaging Communications in Medicine*).

Un área de creciente importancia es la planificación de cirugías, que impactará en cómo se realizarán las intervenciones. Una aplicación de este tipo permite al

cirujano planificar la trayectoria de acceso a las zonas a intervenir como en el caso de la estereotaxia, que es una intervención quirúrgica mínimamente invasiva que utiliza un sistema de coordenadas tridimensional, para localizar pequeñas estructuras de interés en el hueso y la cual tiene la dificultad de obtener un buen sistema de los puntos de referencia del mismo.

I.1 Problema a resolver

El presente trabajo está enfocado hacia la realización de la reconstrucción del cráneo humano 3D, basado en las imágenes obtenidas de un estudio con tomografías computarizadas en 2D, el cual sirva para la simulación biomecánica del cráneo, considerando las propiedades físicas y mecánicas del hueso.

I.2 Motivación

La motivación que nos llevó a la realización de esta tesis es la construcción rápida de prototipos 3D del cráneo por medio del procesamiento de datos 2D, ya que en el área médica es de gran importancia la visualización e inspección de estructuras anatómicas y patológicas debido a que son utilizadas para la determinación de diagnósticos y la planeación quirúrgica. Esto nos permite la realización de ensayos y análisis de los datos de forma rápida y a bajo costo, pero principalmente salvaguardando la vida de los pacientes.

El éxito de tener un prototipo con mayor o menor similitud a lo real, depende básicamente de la generación del mismo, por lo que para la realización de este trabajo se propuso el uso del Método de Elemento Finito (FEM - del inglés *Finite Element Method*), por ser una herramienta poderosa para el análisis de estructuras continuas sometidas a acciones diversas, con lo que es posible abordar el estudio de la estructura del cráneo humano en forma discreta; de esta manera se obtiene la información del comportamiento de la estructura del cráneo al momento de aplicarle determinadas fuerzas. Para que esta se analice de forma más precisa el método de discretización que se empleará es un mallado de tres puntos que reduce el grado de error en el análisis; el reducir el grado de error implica incrementar la cantidad de datos a procesar y por tanto utilizar una gran cantidad de recursos computacionales, de tal forma que es necesario cambiar el paradigma de programación y enfocarnos en una estrategia de cómputo en paralelo que nos ayude a minimizar el tiempo de procesamiento.

I.3 Objetivos

Los objetivos se han dividido en el objetivo general y los objetivos específicos del trabajo.

I.3.1 Objetivo general

Determinar cuál es la deformación craneal bajo la aplicación de fuerzas externas constantes de compresión, mediante el empleo del método de elementos finitos y el uso de algoritmos en paralelo.

I.3.2 Objetivos específicos

- Extracción de datos de imágenes en 2D.
- Análisis de los datos y reconstrucción del cráneo en 3D.
- Generación del mallado del cráneo mediante el uso de un modelo matemático.
- Análisis de esfuerzos ejercidos en el cráneo por medio del FEM.

I.4 Delimitación del tema de investigación

- Se trabaja solamente con imágenes de tomografía computarizada.
- Los estudios tomográficos considerados corresponden a la población de personas adultas
- En el modelo geométrico se excluye el análisis de los huesos faciales, además de la primera cervical, dado que se planteó como prototipo para el estudio de neurocirugías estereotáxicas.
- Se va a cubrir únicamente la parte de la mecánica computacional del continuo, usando una estructura sólida en el estudio del comportamiento estático lineal.
- No se utiliza ningún tipo de software comercial.
- El trabajo se desarrolla en una arquitectura de memoria compartida.

I.5 Organización del documento

Este documento se encuentra dividido en seis capítulos distribuidos como se describe a continuación.

El capítulo I refiere al contexto general del trabajo, el cual engloba la justificación del trabajo, los objetivos, la motivación y el planteamiento del problema.

El capítulo II está dedicado al estado del arte de los estudios realizados sobre el cráneo humano en dos y tres dimensiones, el uso de los métodos numéricos, el tipo de malla y la solución computacional.

El capítulo III es el marco teórico de la investigación, dando al lector información de los conceptos básicos que se han utilizado para la realización de la tesis.

En el capítulo IV se expone la secuencia de pasos que se llevaron a cabo para el desarrollo del trabajo, la descripción de los algoritmos paralelos que se desarrollaron para resolver el problema de la deformación con respecto a la estructura (cráneo) con los valores del material obtenidos de la literatura.

El capítulo V muestra los resultados obtenidos por los algoritmos paralelos.

El capítulo VI describe las conclusiones generales y el trabajo futuro que se desprende de los resultados en esta línea de investigación.

Sólo hay dos cosas infinitas, el Universo y la Estupidez Humana, pero no estoy muy seguro de la primera, de la segunda puedes observar cómo nos destruimos sólo por demostrar quién puede más.
Albert Einstein

Capítulo II. Estado del arte

II.1 Antecedentes generales

El cráneo alberga uno de los órganos más importantes del cuerpo humano, el cerebro, el cual no sólo controla funciones vitales del organismo. También da la característica al ser humano racional. Un impacto en la cabeza dependiendo de la frecuencia llega a causar algún tipo de lesión, y puede producir hinchazón o inflamación del mismo, debido a que no hay espacio extra dentro de la cavidad craneana. Esto crea una presión que lesiona partes vitales del órgano y en ocasiones destruye regiones que controlan funciones básicas del cuerpo como respirar y la circulación sanguínea, entre otras. Si el cráneo llega a colapsarse debido a un impacto, en dependencia de la localización y el daño causado al órgano, puede lesionar las funciones motoras y hasta las racionales.

El traumatismo craneoencefálico (TCE) constituye una de las principales causas de mortalidad e incapacidad en la población menor de 40 años en los países industrializados, representando uno de los problemas sanitarios, sociales y económicos más importantes de estos países¹.

La Organización Mundial de la Salud establece que las tendencias actuales y proyectadas en los países de bajos ingresos y medios predicen un incremento en la mortalidad de traumatismos causados en accidentes entre el 2000 y 2020, siendo probable que estos pasen a ocupar el tercer lugar en la lista de las causas de años de vida saludables perdidos por discapacidad².

En México, en lo que concierne a morbilidad y gravedad de las lesiones, existen escasos estudios. Se sabe que la morbilidad por lesiones tiene un profundo efecto en los sistemas de salud, pues aumenta la demanda de atención en

¹ Boto G.R. y cols. Modelos pronósticos en el traumatismo craneoencefálico grave. Neurocirugía 2006; 17:215-255.

² http://www.paho.org/Spanish/DD/PUB/capitulo1_PC599.pdf. Informe mundial sobre prevención de los traumatismos causados por el tránsito. Capítulo 1. (revisión julio 2008)

servicios de salud, sobre todo en las salas de urgencias. Además, la carga de los servicios no sólo se ejerce en la atención de las lesiones, sino que involucra a otras áreas como la rehabilitación, la atención psicológica, la recuperación de las capacidades productivas y la adaptación a las limitaciones orgánicas³.

La incidencia del traumatismo craneoencefálico oscila entre los 200 y 400 pacientes/100,000 habitantes/año y se estima que alrededor del 10% de ellos son graves⁴.

Al día de hoy se cuenta con normativas que exigen la utilización de protecciones de la cabeza en el desempeño de distintas actividades (industriales, deportivas). El desarrollo de éstas ha sido de gran importancia para salvaguardar la integridad del ser humano.

A nivel mundial, diversas estrategias han demostrado abatir los índices de mortalidad e intentan disminuir la morbilidad asociada a traumatismos por accidentes. En algunos estudios sobre TCE grave desarrollados en los últimos años, se ha constatado una disminución de la morbimortalidad gracias a un tratamiento precoz más agresivo y a una terapia rehabilitadora de mayor duración; sin embargo, otros trabajos muestran cifras de mortalidad aún altas. Además, las cifras de pacientes con pronósticos desfavorables (incapacidad grave/estado vegetativo/exitus) superan el 55% de los casos.

En lo que concierne a la atención prehospitalaria, se ha reportado que una tercera parte de las muertes tardías secundarias a lesiones se deben a una inadecuada atención prehospitalaria; de ahí la importancia de realizar acciones específicas y sistematizadas para el diagnóstico, manejo y referencia oportuna de pacientes con traumatismo craneoencefálico.

Con base en la información obtenida, se ha observado que en México no se cuenta con un estudio especializado en la reacción generada por traumatismo. Esto da lugar a que las normas solamente se basen en la experiencia o costumbre de utilizar protección para la cabeza, sin tener el conocimiento del grado de protección necesaria para los distintos tipos de trabajos que se realizan, pues el grado de protección difiere dependiendo de los espacios y los riesgos de la actividad.

³ Hidalgo-Solórzano E. y cols. Factores asociados con la gravedad de las lesiones ocurridas en la vía pública en Cuernavaca, Morelos, México. *Salud Pública Méx* 2005; 47(1):30-38.

⁴ Masson y cols. Epidemiology of traumatic comas: a prospective population-based study. *Brain Inj* 2003; 17:279-293.

II.2 Estado del arte

La modelación del impacto se ha discutido ampliamente en artículos de biomecánica, medicina y otras áreas de la ciencia. Dentro de este ámbito se ha hecho una recopilación de antecedentes sobre el tema a estudiar.

Diversos autores proponen utilizar software para la modelación de esfuerzos y deformaciones sobre el tejido cerebral, considerando como parámetros el valor conocido como módulo de elasticidad (E), el módulo de resistencia del material (μ), entre otros. Todas estas magnitudes son explicadas en los artículos, así como su validación.

La modelación siempre considera tres fases para obtener la deformación; cada una de ellas es realizada por un software, el cual al ser alimentado por los resultados del otro comienza a perder precisión, además de requerir tomar en cuenta que para usar tales programas informáticos es necesario entender el funcionamiento del software y tener conocimiento del método numérico que está implementado para la solución del problema, un ejemplo de lo anterior se muestra en la Figura 1.

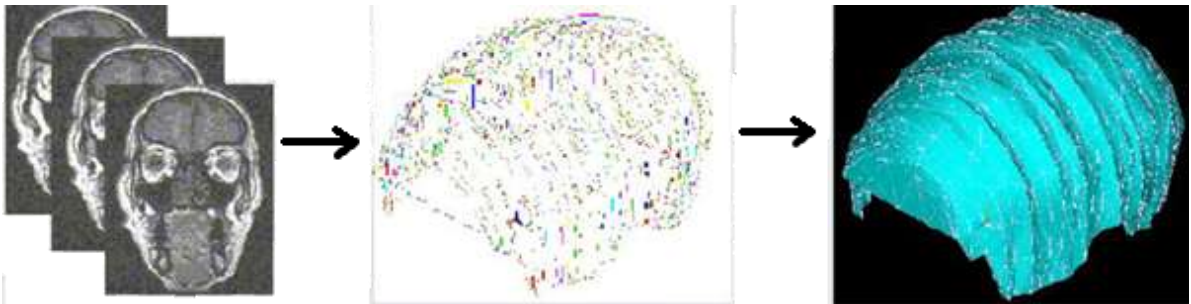


Figura 1: Principales etapas para obtener la deformación craneal: a) Imágenes 2D, b) Nube de puntos, c) Geometría del cráneo

El trabajo de (Mikkelsen, 2012), presenta el modelo del cráneo humano 3D utilizando XFEM, la geometría es determinada a través de imágenes de tomografía computarizada (CT - del inglés *Computed Tomography*). El objetivo es encontrar las fracturas en el cráneo después de exponerlo a un impacto corto de un objeto contundente. El resultado difiere de alguna manera de la configuración de la fractura, debido a que su modelo tiene una estructura de bóveda craneal poco realista.

Puntos importantes de este artículo,

- EL uso de CT para representar el modelo geométrico del cráneo.

- El uso de software, Abaqus / Explicit para la solución matemática.
- Las pruebas son sobre cadáveres, ya sea que tengan algún impacto o que éste se genere para probar las propiedades elástico lineal.
- Las propiedades son lineales elásticas para el cráneo.

El trabajo de (Geral Krabel 2011) presenta un modelo de la cabeza humana 3D usando el modelo de elementos finitos (FE - del inglés *Finite Element*) basado en los datos digitales establecidos a partir de la sección de la cabeza. Obtiene el modelo del cráneo usando imágenes CT y el modelo del cerebro usando Imágenes de Resonancia Magnética (MRI - del inglés *Magnetic Resonance Imaging*). El enfoque es validar el modelo e investigar límites de diferentes condiciones por medio de datos experimentales.

Algunos puntos relevantes de este artículo relacionados principalmente con el modelo geométrico son:

- El uso de CT para representar el modelo geométrico del cráneo.
- El uso de software (PAM-CRASH) para la solución matemática, el cual requiere de una malla de hexaedros para poder realizar la formulación y la solución por FE.
- El modelo del cráneo consiste en 13, 962 elementos, con 20,876 nodos.
- Las propiedades son lineales elásticas para el cráneo.

El trabajo de (Appel, 2009) presenta un modelo de la cabeza humana 2D usando el modelo del Método del Elemento Finito (FEM - del inglés *Finite Element Method*) basado en los datos digitales establecidos a partir de la sección de la cabeza. Obtiene el modelo del cráneo usando imágenes CT. El enfoque es validar el modelo utilizando cadáveres para resultados experimentales.

Algunos puntos relevantes de este artículo relacionados principalmente con el modelo geométrico son:

- El uso de CT para representar el modelo geométrico del cráneo.
- El uso de software para la generación de malla de hexaedros.

El trabajo de (J. Jesús Nieto Miranda, 2005) desarrolla el modelado de un cráneo humano utilizando el método del elemento finito. La geometría es determinada a través de imágenes MRI. El objetivo es establecer la distribución de esfuerzos intracraneales, con respecto a la posición de un marco estereotáctico fijado en la cabeza con respecto a dos posiciones.

Algunos puntos relevantes de este artículo relacionados principalmente con el modelo geométrico son:

- El uso de MRI para representar el modelo geométrico del cráneo.
- El uso de software Ansys (Ansys Inc) versión 7.0 para la solución matemática.
- El modelo consta de 39,538 elementos y 74,781 nodos.
- Las propiedades consideradas fueron obtenidas de la literatura especializada en el tema; las condiciones de carga y frontera son aplicadas de acuerdo a la posición final de un marco estereotáctico fijado en la cabeza humana.
- Obtienen los patrones de esfuerzos de Von Mises, con respecto a la posición del marco estereotáctico.
- Las propiedades son lineales elásticas para el cráneo.

Como un ganso desplumado y escuálido, me preguntaba a mí mismo con voz indecisa si de todo lo que estaba leyendo haría el menor uso alguna vez en la vida.
James Clerk Maxwell, sobre su educación en Cambridge

Capítulo III. Marco teórico

En este capítulo se describe el marco teórico del trabajo de investigación de la tesis, el cual se concentra en proporcionar las definiciones apropiadas que se utilizan como herramientas para el desarrollo de la misma. Se ha dividido en tres secciones: una sección dedicada a la Computación donde se abordan los temas de computación en paralelo, los paradigmas de programación, las imágenes médicas y la segmentación; otra dedicada a las Matemáticas donde se describe el método numérico a utilizar y la última sección dedicada a la Biomecánica, la cual aborda al cráneo como tejido y define sus propiedades mecánicas.

III.1 Computación

En esta sección se va a tratar de forma exclusiva las herramientas y elementos computacionales que son utilizados para desarrollar los algoritmos paralelos dentro del proyecto, tal como la computación en paralelo, los paradigmas de programación, las imágenes médicas y la segmentación.

III.1.1 Computación en paralelo

Es una alternativa tecnológica la cual consiste en emplear plataformas de múltiples procesadores o procesadores con más de un núcleo (multinúcleo o *multicore*) que cooperen para resolver un problema en una fracción del tiempo que requiere un procesador secuencial. Un problema cualquiera se divide en un número arbitrario de subproblemas los que pueden resolverse simultáneamente sobre diferentes procesadores. Por último, los procesadores se comunican entre sí para intercambiar y combinar los resultados parciales obtenidos.

III.1.1.1 Programación paralela

Para paralelizar una aplicación es necesario contar con el lenguaje o biblioteca que brinde las herramientas necesarias. Dependiendo de la herramienta con que se cuente, se particionará el código para que se ejecute en paralelo en varios procesadores. Se van a desarrollar las aplicaciones en paralelo mediante el uso de los siguientes paradigmas: *MPI* y *Ptrheads*.

Los paradigmas de programación de procesamiento paralelo nos van a facilitar la portabilidad de los programas paralelos a diferentes arquitecturas, según el manejo de la memoria.

III.1.1.2 MPI

Interfaz de Paso de Mensajes (*MPI* - del inglés *Message Passing Interface*) es una interfaz para la realización de aplicaciones paralelas basadas en el paso de mensajes. El modelo de programación que subyace tras *MPI* es "Múltiples Instrucciones, Múltiples Datos" (*MIMD* - del inglés *Multiple Instruction, Multiple Data*), aunque se dan especiales facilidades para la utilización del modelo "Simple Programa, Múltiples Datos" (*SPMD* - del inglés *Single Program Multiple Data*), un caso particular de *MIMD* es aquel en que todos los procesos ejecutan el mismo programa, aunque no necesariamente la misma instrucción al mismo tiempo. *MPI* es, como su nombre lo indica, una interfaz, lo que quiere decir que no exige una implementación determinada.

Es importante mencionar que se puede tener acceso a una colección de funciones de manera que la aplicación no tenga necesariamente que conocer el hardware concreto sobre el que se va a ejecutar, ni la forma en que se han implementado las funciones que emplea.

La estructura general en pseudocódigo de un programa en *MPI* se muestra a continuación:

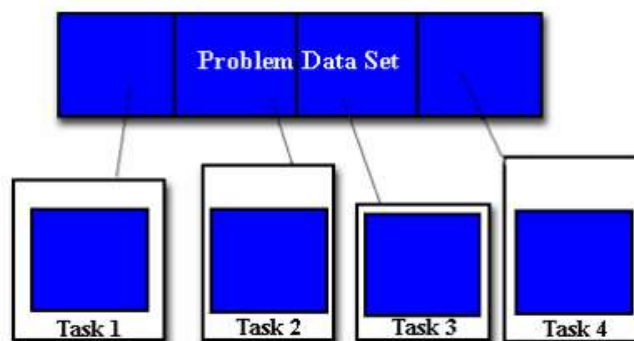
```

#include "mpi.h"
Declaración de variables, constantes, etc.
Comienzo del programa
...
Código serial
...
Inicializar ambiente MPI -- comienza el código paralelo
...
Realizar el paso de mensajes
...
Terminar el ambiente MPI -- termina el código paralelo
....
Código serial
....
Termina el programa

```

El uso de este modelo requiere:

- ✓ Interfaz MPI
- ✓ Lenguaje C, C++ o Fortran
- ✓ Una biblioteca portable y estándar de paso de mensajes



III.1.1.3 Pthreads

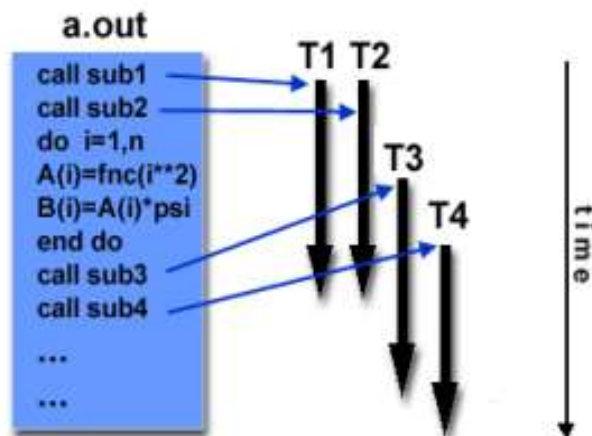
Con este método es necesario que el sistema operativo de la máquina paralela soporte hilos (*threads*) POSIX. Cuando el sistema operativo crea un proceso, el proceso en sí es un hilo de ejecución. Sin embargo se puede escribir un programa para crear muchos hilos que se ejecutan en el mismo espacio de memoria en forma paralela.

La estructura general de un programa en Pthreads, se muestra a continuación:

```
#include <pthread.h>
Declaración de bibliotecas
Declaración de variables, constantes, etc.
{
void *subrutina(void *threadid) #Subrutinas de threads
{
...
pthread_exit(NULL);
}
int main(int argc, char **argv[])
{
pthread_t threads[NUM_THREADS];
...
rc = pthread_create(&threads[t], NULL, subrutina, (void *)t);
#llamado de la subrutina de threads
...
pthread_exit(NULL);
}
```

El uso de este modelo requiere:

- ✓ Interfaz *Pthreads*
- ✓ Lenguaje C
- ✓ Una biblioteca *Pthread*



III.1.1.4 LAPACK y ScaLAPACK

Paquete de Algebra Lineal (LAPACK - del inglés *Linear Algebra PACKage*) (LAPACK, 2012) son bibliotecas que se ejecutan de manera eficiente en modelos de memoria compartida y memoria distribuida, en los paradigmas de programación en paralelo. Estas biblioteca nos va a proporcionar las rutinas para resolver los sistemas de ecuaciones lineales y las operaciones matriciales que se van a necesitar dentro de los algoritmos a diseñar.

Paquete Escalable de Algebra Lineal (ScaLAPACK - del inglés *Scalable LAPACK*) es una biblioteca de alto rendimiento de rutinas de álgebra lineal que se ejecuta de manera eficiente en modelos de memoria distribuida. ScaLAPACK incluye el uso de bloques cíclicos de distribución de datos, bloques de algoritmos de particionado y componentes de bajo nivel, además de ayudar a cumplir los mismos objetivos que LAPACK: eficiencia, escalabilidad, fiabilidad, portabilidad, flexibilidad y facilidad de uso.

III.1.2 Imágenes médicas

Una imagen médica es aquella que procede del conjunto de técnicas y procesos usados para crear imágenes del cuerpo humano, o partes de él, con propósitos clínicos, esto es, procedimientos médicos que buscan revelar, diagnosticar o examinar enfermedades, o bien con propósitos científicos médicos, tales como el estudio de la anatomía física y metabólica.

Aunque la imagen utilizada por este proyecto es una imagen de tomografía computarizada, existe una amplia clasificación de los distintos tipos de imágenes

médicas de los que se sirven los facultativos para el diagnóstico, la planificación de los tratamientos y de las operaciones quirúrgicas o la prevención de las distintas enfermedades.

III.1.2.1 Tomografía computarizada

La denominación CT normalmente se refiere, por razones históricas, solamente a la Tomografía por transmisión de rayos-X; es también conocida como TAC (Tomografía Axial Computarizada).

La imagen CT permite la adquisición de imágenes bidimensionales basadas en rayos X correspondientes a delgados cortes axiales a lo largo del cuerpo del paciente (ver Figura 2). A partir de múltiples cortes axiales consecutivos se puede realizar una reconstrucción fidedigna del volumen correspondiente al área radiada. Las imágenes CT son capaces de mostrar de forma contrastada distintos tejidos blandos, ya que a diferencia de lo que ocurría con las radiografías proyectivas, la radiación reflejada en la imagen correspondiente a la radiación incidente en un órgano determinado, no se solapa con la correspondiente detectada de otro órgano distinto.

El principio que subyace en la adquisición de las imágenes CT es que la estructura bidimensional interna de un objeto puede ser reconstruida a partir de una serie de proyecciones unidimensionales del objeto capturadas desde distintos ángulos. Para poder obtener una imagen de una delgada capa de tejido, el haz de rayos X debe ser confinado, para obtener también un flujo lo más direccional posible. Los detectores, situados de frente al emisor, recogen el número total de rayos que han atravesado al paciente, produciendo una proyección unidimensional. Las intensidades de señal recogidas responden a la distribución de los coeficientes de atenuación a lo largo del corte axial correspondiente a la distribución bidimensional de los tejidos. Entonces, el emisor y el receptor repetirán esta operación tras girar un cierto ángulo. Esta operación será repetida hasta que se haya conseguido un número suficiente de muestras que permita obtener una imagen de alta resolución espacial. La reconstrucción de la imagen requiere de un proceso denominado retroproyección que explicaremos posteriormente. Tras la reconstrucción, la imagen CT es un mapa de valores CT, de modo que cada píxel de la misma está dotado con el valor CT correspondiente al tejido radiado en esa localización espacial.

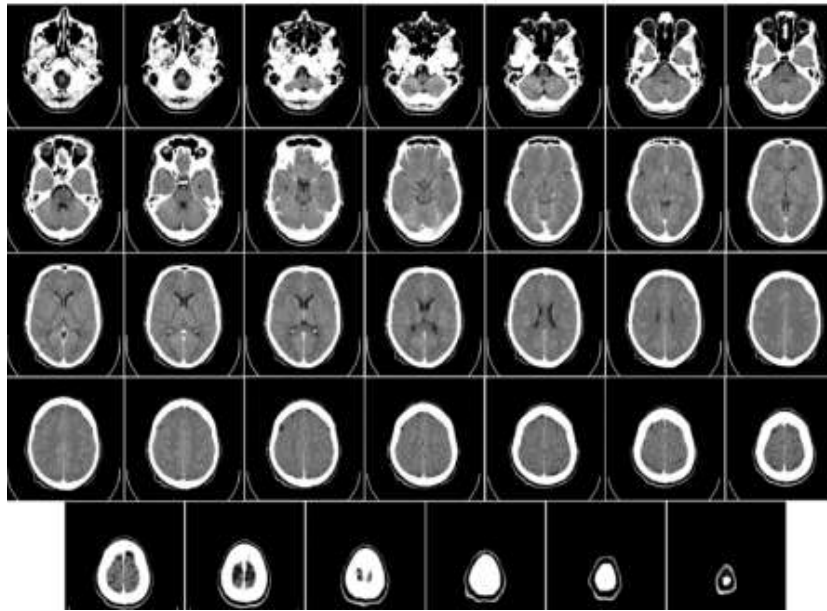


Figura 2: Serie de imágenes CT correspondientes al cráneo de un paciente anónimo

III.1.2.2 Imagen

Una imagen es una colección de medidas o valores en el espacio bidimensional (2D) o tridimensional (3D). Si se hace una medida simple para cada posición de la imagen, entonces la imagen es una imagen escalar. Las imágenes pueden ser adquiridas en el dominio continuo como las películas de Rayos X, o en el discreto como en MRI. En imágenes discretas 2D, la posición de cada medida se conoce como píxel y en imágenes 3D, se le llama vóxel. Por simplicidad, se usará el termino píxel con frecuencia para referirnos a ambos casos (ver Figura 3).

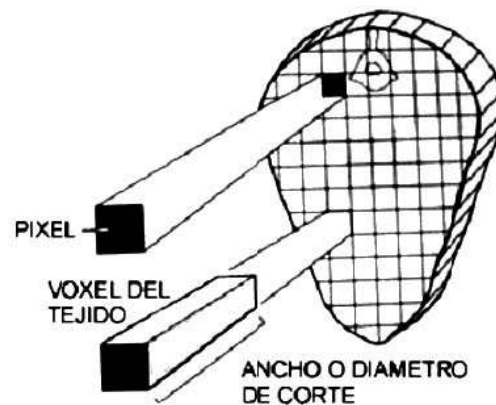


Figura 3: Diagrama que muestra la representación de los píxeles y los voxels de un corte en la tomografía computarizada

III.1.2.3 Dimensionalidad

La dimensionalidad se refiere a si el método de segmentación opera en un dominio de imagen 2D o 3D. Los métodos que solamente se apoyan en las intensidades de la imagen son independientes del dominio de la imagen. Generalmente, los métodos 2D se aplican a las imágenes 2D y los métodos 3D se aplican a imágenes 3D. En algunos casos, los métodos 2D se aplican secuencialmente a los cortes de una imagen 3D (Cohen, 1991). Esto se tomó en cuenta debido a razones prácticas, tales como la facilidad de implementación, la menor complejidad computacional y la reducción de los requerimientos de memoria. Adicionalmente, ciertas estructuras son más sencillas de definir a lo largo de cortes 2D.

III.1.2.4 Segmentación

La segmentación de imágenes se define como la partición de una imagen en regiones constituyentes no solapadas, las cuales son homogéneas con respecto a alguna característica como una intensidad o una textura. Si el dominio de la imagen está dado por I , entonces el problema de segmentación consiste en determinar el conjunto $S_k \subset I$ cuya unión es la imagen I completa. Por lo tanto, el conjunto que conforma la segmentación debe satisfacer:

$$I = \bigcup_{k=1}^K S_k$$

Donde $S_k \cap S_j = \phi$ para $k \neq j$, y cada S_k está conectado. Idealmente, un método de segmentación encuentra aquellos conjuntos que corresponden a distintas estructuras o regiones anatómicas de interés en la imagen.

Al eliminar la restricción de que las regiones estén conectadas, determinar los conjuntos S_k es llamado *clasificación de píxel* y a los conjuntos se les llama *clases*. La clasificación de píxeles frecuentemente es un objetivo deseable en el tratamiento de imágenes médicas, particularmente cuando se necesita clasificar regiones desconectadas que pertenecen al mismo tejido. La determinación del número de clases K en la clasificación de píxeles puede ser un problema complejo, por lo que generalmente se asume conocida, basado en conocimientos previos de la anatomía que se está tomando en consideración.

III.1.2.4.1 Métodos de Segmentación

Algunos de estos métodos de segmentación son comunes dentro de la literatura con respecto a las imágenes médicas. Aunque son creados separadamente, frecuentemente se utilizan múltiples métodos en conjunto para resolver problemas de segmentación.

Por ello se utilizaron dos métodos para lograr segmentar las imágenes:

- Segmentación basada en características
 - Segmentación de imágenes por niveles de gris
- Umbralado

$$L(x,y) = \begin{cases} 1, & I(x,y) \leq u \\ 0, & I(x,y) > u \end{cases}$$

Segmentación de imágenes por niveles de gris

Utiliza como característica solamente la luminancia de cada píxel. Es útil cuando distintos objetos se corresponden con niveles de gris diferentes. El nivel de gris determina alguna propiedad física en una imagen específica de una aplicación (rayos X).

Umbralado

El umbralado (*thresholding*) es un método que busca segmentar imágenes escalares para crear una partición binaria de las intensidades de las imágenes. El umbralado trata de determinar un valor de intensidad, llamado umbral (*threshold*), que separa las clases deseadas. La segmentación se logra agrupando todos los píxeles con mayor intensidad al umbral en una clase, y todos los otros píxeles en otra clase.

En este trabajo, se emplea el concepto de umbralización para hacer referencia a la conversión de una imagen con varios niveles de gris en una imagen binaria (blanco y negro), que contenga información esencial relativa al número, posición, tamaño y forma de los objetos pertenecientes a la imagen. Aquí se trabaja con umbralización a partir de la información de las frecuencias de las

intensidades. La Figura 4 muestra la segmentación del tejido óseo de forma manual basado en la información del histograma de frecuencias de intensidades.

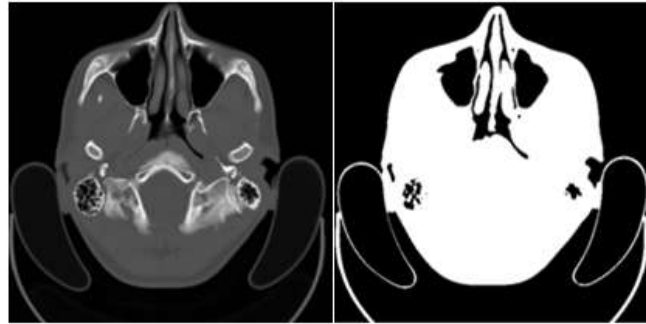


Figura 4: Umbralización manual mediante el histograma de frecuencia de intensidades a) Original, b) umbralada.

El tejido óseo, el aire y el agua de las imágenes en formato DOICOM de tipo CT tienen características específicas que las diferencian. Los tejidos óseos son los puntos brillantes que resaltan dentro de la imagen, por lo que se busca extraer un conjunto de características con el objetivo de obtener la capa externa del hueso.

III.1.2.5 Valores de píxel - Unidades de Hounsfield

En un equipo de TC (al igual que en la mayoría de los sistemas que usan tubos de Rayos-X para aplicaciones médicas), el haz polienergético con espectro variable μ según las aplicaciones, necesariamente dependerá del kVp utilizado. Por eso se adopta el siguiente valor relativo, conocido como Unidades de Hounsfield (UH):

$$\text{Valor de TC} = \frac{\mu - \mu_{\text{agua}}}{\mu_{\text{agua}}} \cdot 1000 \text{UH}$$

De esta manera se fijan dos puntos en la escala de unidades relativas, ya que el valor del píxel para el agua es cero, y del aire es con buena aproximación -1000 UH, independiente de la energía. Con valores de tejido blando cercanos a los del agua, en un rango de -50 UH hasta 100 UH, y de tejido óseo desde 200 UH hasta 2000 UH, se tiene un rango de aproximadamente 3000 niveles de gris que pueden representarse sobradamente por números enteros de $10_{12} = 4096$ bits.

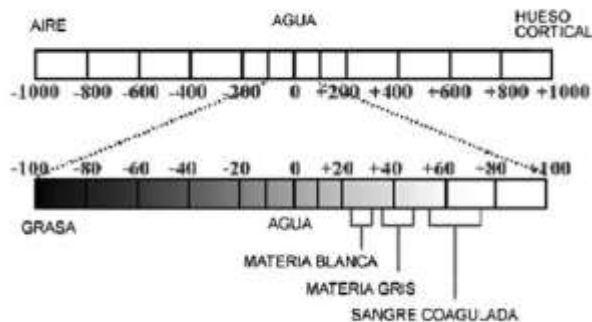


Figura 5: Esquema que representa la escala de Hounsfield utilizada para establecer la medida de contraste de los píxeles de una imagen CT.

III.1.2.6 El estándar DICOM

El estándar DICOM es el mecanismo de codificación, almacenamiento y transmisión de imágenes aceptado universalmente por la comunidad médica. El encabezado del formato de este tipo de imágenes es extremadamente rico, pues permite almacenar información sobre el paciente, las condiciones en las que se tomó la imagen y el formato interno de ésta.

DICOM no es sólo un formato de archivo para imágenes médicas. De hecho, pretende ser un estándar completo que cubra todas las necesidades de un Sistema de Almacenamiento y Transmisión de Imágenes (PACS - del inglés *Pictures Archiving and Communication System*), pero también transmisión, comunicaciones en general e impresión. De esta forma, se integran todas las máquinas que forman un PACS, desde los equipos médicos encargados de la obtención de imágenes, hasta los usados por el personal clínico para visualizar las imágenes.

Un archivo DICOM contiene, por una parte, un encabezado de archivo que almacena información sobre el nombre del paciente, el tipo de escáner, las dimensiones de la imagen, etc., y por otra parte todos los datos correspondientes a la imagen almacenada (que puede tratarse de una imagen tridimensional, como en el caso que nos ocupa). Ésta es la primera gran diferencia con el formato *Analyze*, que almacena en sendos archivos el encabezado y la imagen. Otra gran diferencia entre DICOM y *Analyze* radica en que los datos de imagen del archivo DICOM pueden ser comprimidos (encapsulados) para reducir el tamaño de la imagen. La compresión puede llevarse a cabo a través de variantes con o sin pérdidas de la compresión JPEG,

así como haciendo uso de la codificación *Run-Length* (equivalente a la compresión por bits empaquetados que se utiliza en los formatos de imagen TIFF). Algunos ejemplos de estas imágenes se muestran en la Figura 6.



Figura 6: Ejemplo de archivos DICOM

III.1.2.7 Estructura de un archivo DICOM

El formato del archivo DICOM es muy complejo, debido a la gran cantidad de campos que se especifican en la cabecera, los varios tipos de cabecera que permite y la multitud de formatos en los que puede estar grabada la imagen.

Desde el punto de vista del operador, un archivo DICOM se puede dividir en cuatro partes diferenciadas:

- Preámbulo y prefijo identificador del archivo.
- Meta-cabecera.
- Cabecera.
- Imagen (aunque desde el punto de vista del formato, la imagen es un elemento más de la cabecera).

Preámbulo y prefijo identificador del archivo

El preámbulo tiene un tamaño fijo de 128 bytes, y contiene información sobre el nombre de la aplicación usada para crear el archivo. El prefijo consiste en cuatro

bytes que contienen la cadena de caracteres DICOM. Esta cadena debe estar codificada siempre con las letras en mayúscula y usando el repertorio de caracteres ISO 8859 G0. El propósito de este prefijo es permitir a las implementaciones diferenciar si un archivo es DICOM o no.

Elementos de datos

La cabecera y la meta-cabecera de un archivo DICOM consisten en una serie de campos con toda la información necesaria sobre la imagen en cuestión, incluyendo la propia imagen. Entre estos campos se encuentran, por ejemplo, datos sobre el paciente (nombre, sexo). Al conjunto de toda la información codificada sobre un campo se le conoce con el nombre de Elemento de Datos (*Data Element*). Así, tanto la cabecera como la meta-cabecera de un archivo DICOM consisten en una sucesión de elementos de datos.

Un elemento de datos está constituido por los campos siguientes:

- Etiqueta del Elemento de Datos: sirve para identificar cada elemento de datos de forma unívoca. Esta etiqueta está constituida por un Número de Grupo y un Número de Elemento. Por ejemplo, si el número de grupo es ocho y el número de elemento es doce, la etiqueta será (0008; 000C).
- Representación del Valor (VR): indica la forma en que se codifica el valor del elemento. Por ejemplo el valor puede estar codificado como una cadena de caracteres o un entero sin signo. El campo VR no siempre está codificado en el elemento de datos, sino que depende de la sintaxis de transferencia.
- Longitud del Valor: como su nombre indica, es la longitud del campo Valor.
- Valor: es el valor del elemento de datos, codificado según el campo VR y con la longitud que indica el campo Longitud del Valor.

Una muestra de la información de los archivos DICOM que se están manejando en esta tesis se muestra en la Figura 7.

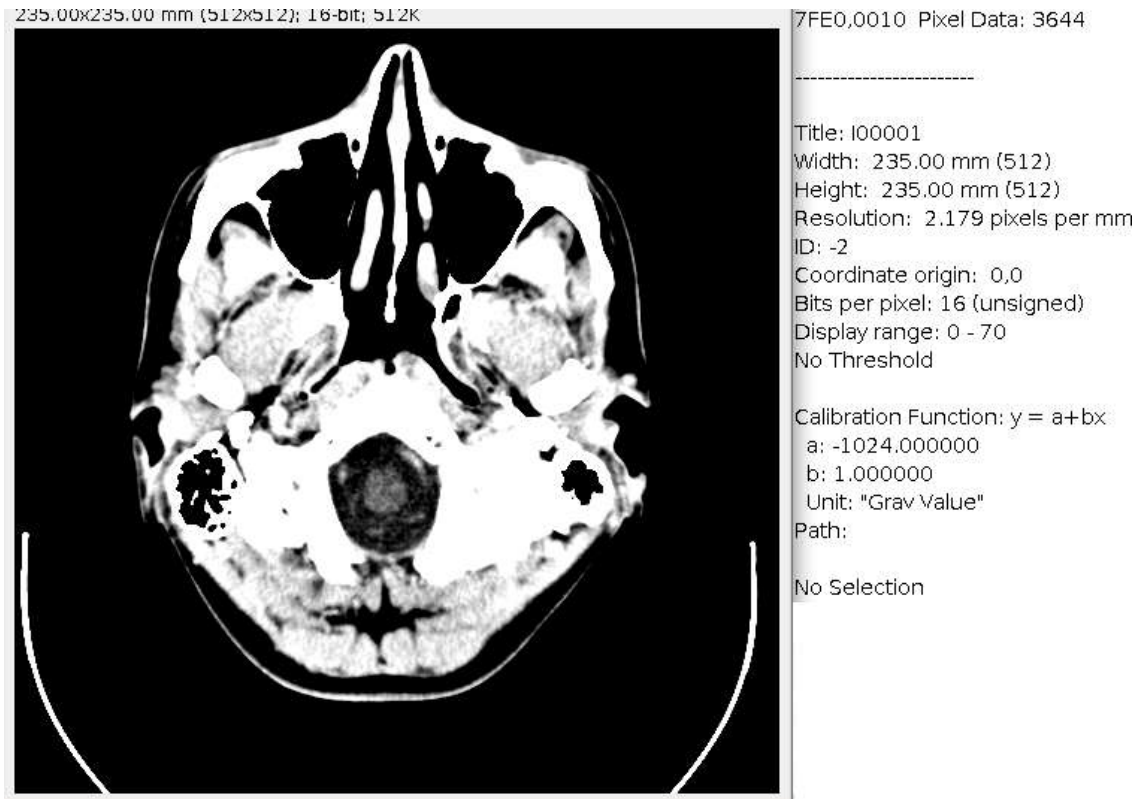


Figura 7: Imagen TC en formato DICOM

III.2 MATEMATICAS

En esta sección se van a tratar de forma exclusiva las herramientas y elementos matemáticos, los cuales facilitan el estudio de la biomecánica de estructuras óseas para el análisis de geometrías y materiales. Se describen conceptos tales como métodos numéricos, método del elemento finito (discretización, interpolación y ensamblado de matrices), método de Delaunay.

III.2.1 Métodos Numéricos

Los modelos analíticos son limitados a problemas de geometría regular, a las condiciones de contorno simple y de propiedades homogéneas de materiales. En estos casos son útiles las técnicas numéricas, que mediante una labor de cálculo más o menos intensa, conducen a soluciones aproximadas que son siempre numéricas.

El importante esfuerzo de cálculo que implica la mayoría de estos métodos hace que su uso esté íntimamente ligado al empleo de computadores. De hecho, sin el desarrollo que se ha producido en el campo de la informática resultaría difícilmente imaginable el nivel actual de utilización de las técnicas numéricas en ámbitos cada día más diversos

III.2.2 Método del Elemento Finito

El Método del Elemento Finito (FEM) es superior a otros métodos numéricos donde los dominios materiales pueden ser representados por una colección de subdominios geoméricamente simples llamados *elementos finitos*.

Las funciones de aproximación se derivan sobre cada elemento finito, ya que cualquier función continua puede ser representada por una combinación lineal de polinomios algebraicos. Las lesiones de la cabeza están relacionadas al daño del tejido caracterizado en alguna forma de estrés, tensión o deformación. El análisis por elementos finitos puede proporcionar información de distribuciones de estrés, tensión o deformación de ancho, y dentro de los diferentes tejidos de un costo biomecánico dado, como el impacto del cráneo. La identificación de las magnitudes y la localización de las cantidades con las que se supere el nivel de tolerancia de los tejidos constituye el vínculo entre las cantidades externas mecánicas y las lesiones internas. Los modelos de elementos finitos son repetibles y reproducibles, y las simulaciones pueden ser vistas como experimentos de sustitución sin la variabilidad biológica.

Para comenzar a emplear este método se van a realizar ciertas asunciones, tales como:

1. Una función continua puede aproximarse por una serie de funciones operando bajo un número finito de subdominios.
2. El dominio global del cráneo será dividido en subdominios llamados elementos.
3. Cada elemento va a estar formado por tres nodos o puntos nodales.

Cada nodo tiene la propiedad de
$$n_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

4. Se asume que el valor de la función en cualquier punto interno puede ser definido en términos de variables nodales del elemento de estudio.
5. Las variables nodales se refieren a los grados de libertad.

6. La colección completa de elementos representa una aproximación a los dominios de la geometría, y con ello una mayor aproximación del cráneo.
7. Los puntos nodales se refieren a puntos para una evaluación de la función y no representan físicamente puntos de conexión en el dominio.

III.2.2.1 Discretización

Un cuerpo al cual denominaremos Ω va a ser dividido en p partes $\Omega_1 \dots \Omega_p$ con $([\Omega_i \cap \Omega_j]_p) = 1$ (ver Figura 8), la cual es una descomposición sin solapamiento P. Wriggers y A. Boersma (Wriggers P., 1998). Los subdominios Ω_i están relacionados con los procesadores de tal forma que todo el cálculo para Ω_i será ejecutado en el procesador i . Así cada subdominio puede ser discretizado independientemente de otros subdominios con elementos finitos. La única restricción que hay que tener en cuenta es una discretización uniforme de los límites de acoplamiento, lo que significa que en una interfaz $([\Omega_i \cap \Omega_j]_k)$ ambos dominios deben tener el mismo número de nodos.

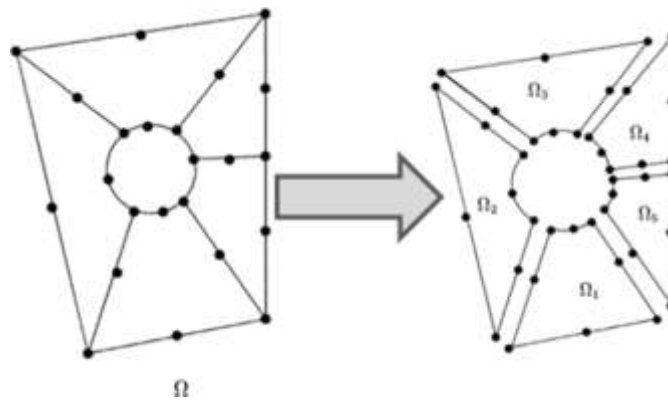


Figura 8: Descomposición de dominios sin solapamiento

III.2.2.2 Funciones de Interpolación

Cada elemento está definido mediante una función de interpolación que describe el comportamiento entre los puntos. Las funciones de interpolación (también llamadas funciones de forma) expresan los desplazamientos cartesianos $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$ de un punto cualquiera del interior del elemento en función de los desplazamientos de sus nodos $\mathbf{a}_i^{(e)}$.

El vector de desplazamientos en todos sus nodos está compuesto por tres componentes en cada uno de los nodos generalmente el nodo i del elemento e

$$\mathbf{a}_i^e = [u_i, v_i, w_i]^T$$

Se van a crear matrices de la forma

$$N = [N_1 \dots N_i \dots N_n]$$

$$N_i = \begin{bmatrix} N_i(x,y,z) & 0 & 0 \\ 0 & N_i(x,y,z) & 0 \\ 0 & 0 & N_i(x,y,z) \end{bmatrix}$$

Donde:

N y $\mathbf{a}^{(e)}$ van a estar compuestos de tantas submatrices y subvectores como nodos tenga el elemento.

$$\sum N_i(x,y,z) = 1 \begin{cases} N_i(x_j, y_j, z_j) = 1 \text{ si } i = j \\ N_i(x_j, y_j, z_j) = 0 \text{ si } i \neq j \end{cases}$$

III.2.2.3 Indicar las propiedades de los elementos

Una vez que el modelo de elemento finito ha sido establecido, se puede expresar como una matriz que se le denomina matriz de rigidez, la cual indica las propiedades locales de cada elemento.

$$[K]^e = \int_A [B]^T [k] [B] t dx dy$$

Donde:

- $[B]$ es la resultante de $[N] [D]$, la matriz de forma de cada elemento.
- $[N]$ es la matriz de interpolación de cada elemento.
- $[D]$ es la matriz de las condiciones de frontera.
- $[k]$ es la matriz de las propiedades del cráneo. Es importante señalar que las propiedades del material del cráneo son iguales en todas las direcciones (comportamiento de un material isótropo).

III.2.2.4 *Ensamble de matrices*

La matriz de rigidez de la estructura se forma a partir de las contribuciones de las matrices de los diferentes elementos individuales. Esta operación se denomina ensamblaje.

Sea la matriz genérica de un elemento cualquiera en la malla.

$$K^e = \begin{bmatrix} k_{ii} & \dots & k_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{ni} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

En el proceso de ensamblaje debemos colocar el coeficiente k_j de la matriz elemental en la posición ij de la matriz de rigidez K global de la estructura.

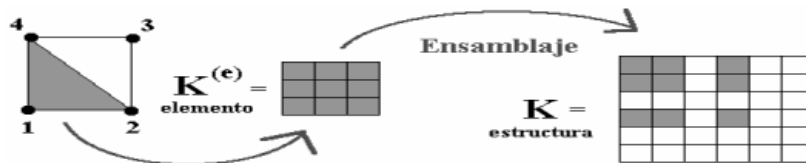


Figura 9: Matriz de rigidez global

La matriz de rigidez del elemento es una matriz cuadrada de dimensiones $n \times n$ siendo n el producto de los grados de libertad (g) del elemento por el número de nodos (n). Para calcular la matriz se divide el cálculo en $n \times n$ (numero de nodos) submatrices (ver Figura 9).

III.2.2.5 *Ensamblaje de la matriz de esfuerzos*

En la formación del vector de fuerzas de la estructura (ver Figura 10) se debe considerar la contribución que aporta cada elemento a la malla.

$$f^{(e)} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix}$$

En el proceso de ensamblaje debemos colocar el coeficiente f_i en la posición i del vector de fuerzas f global de la estructura

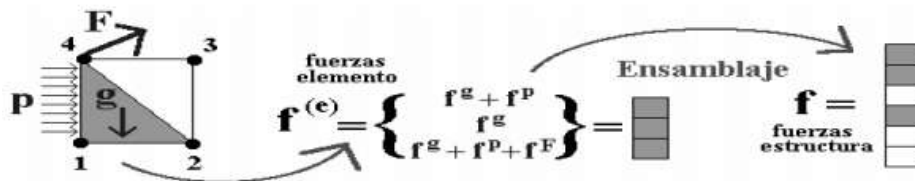


Figura 10: Vector de fuerzas global

III.2.3 Método de Delaunay

Dado un conjunto de puntos P_i , se puede definir un conjunto de regiones poligonales (2D) o poliédricas (3D) V_i asociadas a cada punto, de modo que cualquier punto de la región V_i se encuentra más cercano al punto P_i que a cualquiera del resto. Es decir:

$$V_i = \{p: \|p - P_i\| < \|p - P_j\|, \forall j \neq i\}$$

A partir de su definición resulta evidente que cada lado (o cara) de estas regiones poligonales (o poliédricas) se encuentra equidistante de los dos puntos que separa. La unión de todos estos puntos por pares genera otra discretización del dominio, conocida como triangulación de Delaunay, que posee una característica muy interesante para la generación de mallas: la regularidad de ángulos en los triángulos generados es máxima. Es decir, dado un conjunto de nodos, el método de Delaunay garantiza una triangulación óptima. Sin embargo, en el caso volumétrico, esta triangulación óptima no garantiza que los tetraedros generados sean óptimos, por lo que, en general, tras la generación de la malla son necesarias técnicas de detección y corrección de tetraedros defectuosos.

La generación de este tipo de discretización consiste en un método sistemático dividido en las siguientes etapas:

1. En caso de que el dominio del problema no sea convexo, la forma más sencilla de discretizar es mediante la especificación de 4 puntos que formen un cuadrado en el caso bidimensional u 8 puntos que formen un cubo en el caso volumétrico.
2. Introducción de un nuevo nodo del dominio.
3. Determinación de los elementos cuyas circunferencias circunscritas (o esferas circunscritas) contienen al nuevo nodo. Estos elementos deben ser eliminados, así como sus aristas (y caras) comunes.
4. Determinación de los nodos pertenecientes a esos elementos.

5. Determinación de las aristas (o caras) exteriores de los elementos eliminados, es decir, del hueco que resulta tras la eliminación de los elementos anteriores.
6. Generación de nuevos elementos mediante la unión de las aristas (o caras) detectadas en el punto 5 con el nuevo nodo.
7. Repetición de la secuencia desde el punto 2 hasta que todos los nodos hayan sido introducidos. La Figura 11 muestra un ejemplo de la aplicación de estas 5 etapas en un dominio bidimensional.
8. Eliminación de las aristas y elementos (2D) o aristas, caras y elementos (3D) que no pertenezcan al dominio.

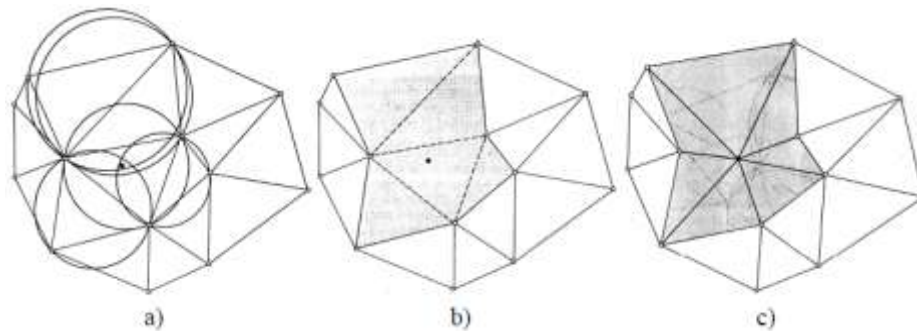


Figura 11: Triangulación de Delaunay: a) inserción de nodo, b) detección y eliminación de elementos, c) triangulación local.

III.2.4 Método de frente de avance

En este método la generación de la malla se realiza desde el contorno hacia el interior del dominio, siendo triángulos los elementos utilizados en el caso de dos dimensiones y tetraedros en problemas tridimensionales. Como datos de entrada se requieren los nodos y aristas (y caras en 3D) que forman el contorno del problema, es decir, una discretización poligonal (2D) o poliédrica (3D) de él, y un tamaño de elemento prescrito o una malla de referencia o función de densidad si se pretende generar una malla no uniforme.

El proceso de creación de la malla es iterativo: se analiza un frente que es inicializado con los datos del contorno, para determinar una zona de partida desde la que se crean uno o varios elementos internos, junto con los correspondientes nodos y aristas (y caras en 3D). Seguidamente se actualiza el frente con los nuevos nodos y aristas generadas (y caras en 3D) y se repite el proceso hasta que el frente quede vacío, es decir, el dominio quede completamente mallado. Ésta es la filosofía general del método, pero su comportamiento viene determinado fundamentalmente por el análisis del frente y el criterio establecido en la creación de los nuevos elementos. Este criterio se

basa en las características geométricas de las aristas (2D) o caras (3D) que lo constituyen y en la malla de referencia que controla la generación de la malla. En (P.L., 1991) se puede encontrar un sencillo ejemplo de criterio geométrico en dos dimensiones, según el cual, si α es el ángulo formado por dos aristas consecutivas del frente, se pueden identificar tres posibles situaciones:

- $\alpha < \frac{\pi}{2}$: se crea una arista y un elemento formado por ésta y las aristas que definen el ángulo α (Figura 12a).
- $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$: a partir de las dos aristas con ángulo α se genera un nodo interno, tres aristas y dos elementos (Figura 12b).
- $\alpha > \frac{2\pi}{3}$: se crea un punto interno, las dos aristas que forma éste con los nodos extremos de la arista del frente, y un elemento formado por estas tres aristas (Figura 12c).

La posición del nodo interno generado en los dos últimos casos viene determinada por criterios de regularidad y tamaño de los elementos.

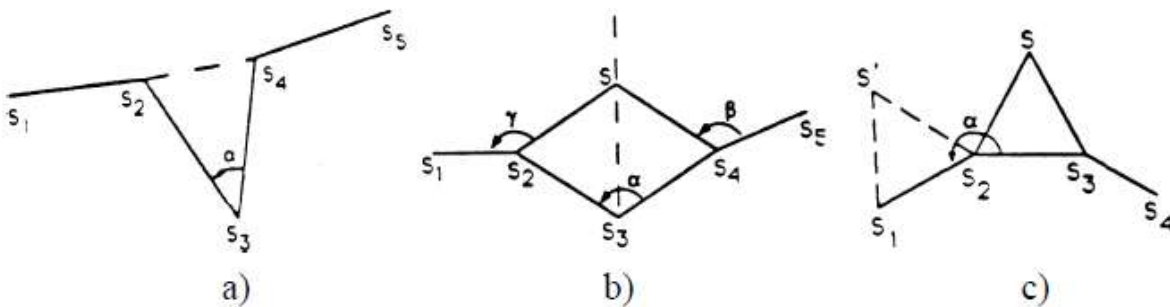


Figura 12: Ejemplo de tratamiento del frente en mallas

III.2.5 Descomposición de elementos cuadriláteros en triangulares

Dado que se busca desarrollar un método de discretización que permita la generación de mallas triangulares, se va a utilizar como apoyo el método de descomposición de un elemento cuadrilátero en elementos triangulares. Esta descomposición consiste en dividir el cuadrilátero en dos triángulos por una de sus diagonales, es decir, crear una nueva arista y dos elementos triangulares. Para elegir la diagonal por la que se divide el cuadrilátero hay que tener presente el criterio de máxima regularidad posible de los triángulos generados. Como se puede observar en la Figura 13, este criterio se cumple si se divide por la diagonal más corta. No obstante, este criterio es mejorable porque, como se puede observar en la Figura 14, en cuadriláteros con grandes diferencias entre sus ángulos, la elección de la diagonal más corta genera en ocasiones peores resultados.

Se puede observar que, en el primer caso, se crea un triángulo bastante regular y otro muy deficiente en ese aspecto. Si se opta por la diagonal larga, los dos triángulos generados no son demasiado regulares, pero sí aceptables. Parece claro, por tanto, que la diagonal elegida debe partir del mayor ángulo del cuadrilátero. Este criterio es más general que el de la diagonal corta, coincidiendo con él en la mayoría de los casos

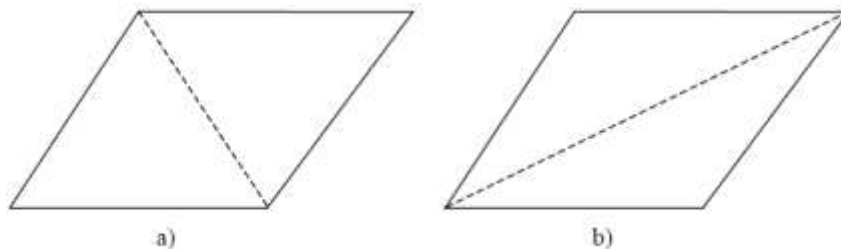


Figura 13: División de un cuadrilátero en dos triángulos: a) por diagonal corta, b) por la diagonal larga

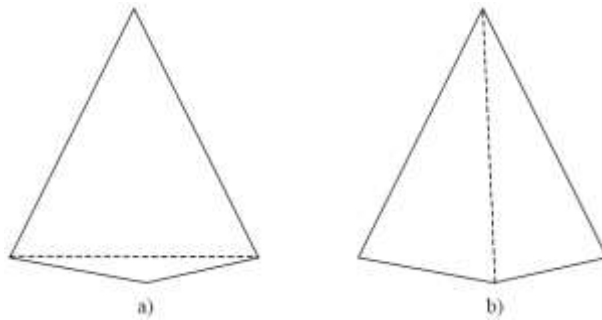


Figura 14: División de un cuadrilátero en dos triángulo: a) diagonal corta, b) diagonal larga

III.3 BIOMECÁNICA

En esta sección se contemplan conceptos anatómicos, mecánicos y de impacto con respecto a un tejido biológico, el cráneo. Los cuales nos van a ayudar a entender la importancia de la Biomecánica de Impacto y tener un mejor referencia de lo que sucede con respecto a un impacto en las principales zonas anatómicas.

III.3.1.1 El sistema óseo: Esqueleto

El esqueleto es el principal sistema de soporte del cuerpo. Forma una armazón que sostiene el resto de los órganos, protegiéndolos. Por ejemplo, algunos órganos delicados como el cerebro, el corazón o los pulmones, se encuentran encerrados en auténticas corazas óseas.

También es el lugar en el que se insertan los músculos, permitiendo de esta forma los movimientos del cuerpo. Estos movimientos se acaban traduciendo en movimientos de unos huesos respecto a otros. Además, el hueso es la principal reserva dinámica de calcio de nuestro cuerpo. Cuando hace falta calcio en la sangre, este se moviliza desde los huesos. En el interior de los huesos largos tiene lugar la hematopoyesis, es decir, la fabricación de las células sanguíneas.

En la mayor parte de los huesos del cuerpo podemos diferenciar las siguientes partes:

- ❖ *Periostio*: es una capa de tejido conjuntivo que rodea el hueso. Es el encargado de facilitar el crecimiento en grosor del mismo.

- ❖ *Hueso compacto*: es la zona dura del hueso y la que constituye su cuerpo o estructura. Está formado por una matriz dura, rica en colágeno y sales de calcio. En ella se encuentran los principales tipos celulares del tejido óseo, los osteocitos, encargados de fabricar y mantener en buen estado esta matriz. Se trata de una zona estructurada en subunidades cilíndricas denominadas osteonas o sistemas de Havers. Por el medio de éstas encontramos una estructura cilíndrica por la que van vasos sanguíneos y nervios. Cada hueso tiene en su zona dura varios millones de osteonas unidas. En las partes interiores del hueso duro se encuentran los osteoblastos, que destruyen el hueso cuando necesitamos que este aporte calcio a la sangre.
- ❖ *Hueso esponjoso*: se encuentra en el interior de los grandes huesos. Entre las trabéculas del hueso esponjoso, se encuentran las células encargadas de fabricar células sanguíneas (hematopoyesis).

Existen cuatro tipos fundamentales de huesos:

- ❖ *Huesos cortos*: pequeños y con medidas similares en las tres dimensiones del espacio.
- ❖ *Huesos planos*: forma aplanada, es decir, hay dos dimensiones que son más relevantes que la tercera.
- ❖ *Huesos largos*: una dimensión predomina sobre las otras dos. Están constituidos por tres partes:
 - Epífisis: extremo del hueso, normalmente ensanchado.
 - Diáfisis: parte central, alargada y hueca.
 - Metáfisis: zona de unión entre la epífisis y la diáfisis. Es la zona de crecimiento del hueso.
- ❖ *Huesos irregulares*: tiene formas complejas, que no pueden definirse como ninguna de las anteriores. Por ejemplo, el esfenoideas en el cráneo o las vértebras.

III.3.1.2 El hueso como estructura

Si consideramos el hueso como una estructura, observamos que está compuesto de hueso cortical, hueso esponjoso cortical, hueso esponjoso, periostio y endostio, vasos sanguíneos, nervios y médula ósea e inserciones musculares (ver Figura 15).

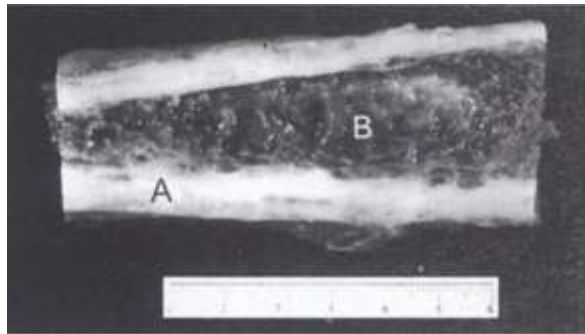


Figura 15: Fragmento de la diáfisis del peroné. Clara diferencia entre hueso cortical (A) y hueso esponjoso (B)

El hueso posee propiedades mecánicas características que se encuentran en íntima relación con su forma; éstas pueden ser estudiadas tanto desde un punto de vista macroscópico como microscópico.

- A. **Forma macroscópica.** La forma de los huesos refleja una adaptación a cargas estáticas y dinámicas, así como a su función de protección y soporte de órganos adyacentes (huesos planos). Los huesos pueden clasificarse en dos tipos: tubulares (fémur, húmero, tibia, etc.) y no tubulares, los que pueden dividirse a su vez en huesos planos (escápula, cráneo, etc.) y huesos cubiformes (vértebras, hueso del carpo, huesos del tarso).
- B. **Forma microscópica.** Depende de la organización del colágeno, de la organización de la hidroxiapatita y de la organización de los vasos sanguíneos.

A pesar de las diferencias en la forma macroscópica, el hueso presenta una configuración estructural microscópica semejante, con independencia de que sea cortical o esponjoso:

- I. Configuración laminar (*hueso maduro*)
- II. Configuración no laminar -plexiforme- o encaje (*hueso inmaduro*).

El hueso maduro tiene una estructura laminada, constituida por fibras colágenas mineralizadas y que guardan paralelismo entre ellas, bien sea en forma concéntrica o bien en forma longitudinal. El hueso inmaduro (en encaje, no laminar, etc.) se denomina así porque las fibras colágenas mineralizadas no guardan ningún paralelismo entre ellas. Esta clase de hueso es el que primero aparece en cualquier tipo de osteogénesis y que más tarde es reemplazado por el hueso laminar. En el esqueleto adulto ha desaparecido por completo el hueso inmaduro, pero puede reaparecer en casos de fracturas, tumores óseos en cualquier situación de aumento en la producción de matriz ósea.

Además de sus propiedades mecánicas, el hueso posee tres características (mecanismos adaptativos) que lo hacen peculiar y distinto a los demás tejidos, y le permiten una respuesta dinámica frente a condiciones cambiantes. Estas características son:

- 1) El hueso no es un tejido que cuando llega a su madurez permanece inerte. Al contrario, durante toda su vida está en constante cambio a diferencia de los demás tejidos. En otras palabras, existe un modelado óseo fisiológico constante, que puede alterarse por múltiples factores, entre ellos los factores mecánicos.
- 2) El hueso posee un potencial de regeneración mayor que cualquier otro tejido.
- 3) El hueso posee una habilidad especial para mineralizarse, a diferencia de otros tejidos que están constituidos por materiales bioquímicos similares.

Estas tres características influyen además de una manera específica en la estructura ósea y en sus propiedades mecánicas. &

III.3.1.3 Propiedades mecánicas del hueso

El sistema esquelético tiene como función principal conferir al cuerpo humano una estructura que por un lado es rígida, lo que permite mantener la forma, y por otro está articulada, facilitándole los movimientos. También desempeñan un papel importante los impactos, las aceleraciones y las desaceleraciones. Contra lo que pudiera parecer, los esfuerzos soportados por el hueso dependen menos del peso del cuerpo que de la acción muscular o de las variaciones en la aceleración que puede sufrir.

Para poder ejercer su función el hueso tiene tres propiedades mecánicas fundamentales que son **la resistencia**, **la rigidez** y **la elasticidad**. Para comprender mejor estas propiedades se somete una muestra del material, en este caso de hueso, a una carga, midiendo la deformación que se produce. Los resultados transportados a una gráfica dan una curva de carga-deformación como la que se muestra en la Figura 16. En la primera parte de la curva (A-B), a medida que aumenta la carga aumenta la deformación y, al cesar la carga, la muestra recupera su forma inicial. Se cumple por tanto la ley de Hooke según la cual la deformación es proporcional a la carga. Esta primera parte de la curva es la llamada "región elástica" de la curva. Si a partir del punto B, denominado también "límite elástico", continuamos aumentando la carga, observamos que la muestra continúa deformándose hasta llegar al punto C, o "punto de rotura", en el que la muestra se rompe. La zona B-C de la curva es la llamada "región

plástica” en la que, aunque cese la carga sobre la muestra, ésta no recupera su forma inicial permaneciendo deformada.

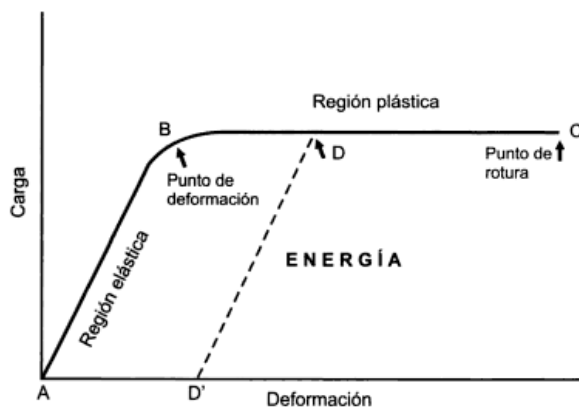


Figura 16 Curva de carga-deformación

La forma de la curva carga-deformación que se ha descrito varía en función de la velocidad de la aplicación de la carga. A medida que aumenta la velocidad de aplicación, el hueso se hace más resistente. Dicho en otras palabras, hace falta más fuerza para romper un hueso bruscamente que para romperlo lentamente.

La **resistencia** que se muestra en la Figura 16 puede valorarse en tres factores: **(a)** la carga que puede resistir antes de romperse; **(b)** la deformación que puede soportar antes de romperse, y **(c)** la energía que es capaz de almacenar antes de romperse.

La **rigidez** en la Figura 16 está determinada por la pendiente de la curva en la región elástica, y puede medirse con el módulo de Young, que se obtiene dividiendo la fuerza en un punto de la región elástica de la curva por la deformidad en dicho punto. Por tanto, cuanto más rígido es el material, más alto es el módulo de Young.

El hueso es un material anisotrópico y, por tanto, se comporta desde un punto de vista mecánico de forma diferente en función de la dirección en que se aplique una fuerza. Es más resistente a la compresión en sentido longitudinal que en sentido radial o tangencial.

Se ha podido comprobar también que el hueso seco es más resistente que el hueso hidratado. Este fenómeno depende de la velocidad de aplicación de la carga; si ésta se aplica en forma de impacto, el hueso hidratado se vuelve mucho más resistente, y presenta mayor capacidad de absorción energética. Este hecho pone en evidencia otra característica mecánica del hueso que es su **viscoelasticidad**.

III.3.1.4 Comportamiento elástico y plástico de los materiales

Para comprender el efecto en el material de las cargas dinámicas o estáticas, es necesario realizar una analogía de los materiales, es decir, el comportamiento elástico y plástico de éstos, ya que en estudios elementales de la mecánica de los materiales, las fuerzas externas producen dentro del material reacciones denominadas esfuerzos σ normales y cortante; la acumulación de estos esfuerzos producen deformaciones (ϵ), las cuales se pueden clasificar en elásticas y plásticas, pues se catalogan como elásticas al retirar la carga ya que el material regresa a su forma original. Si existe solo este tipo de deformación, el esfuerzo y la deformación del material son proporcionales; esto se observa en la Figura 17. La constante de proporcionalidad de esta relación es el módulo de elasticidad (E), también denominado módulo de Young. Para la deformación plástica no existe una recuperación después de la descarga, por lo que la deformación resulta permanente. En la Figura 17 se muestra el comportamiento general de los materiales indicando la zona elástica, la zona plástica, el esfuerzo de cedencia (σ_{yd}) y el esfuerzo último o máximo (σ_u).

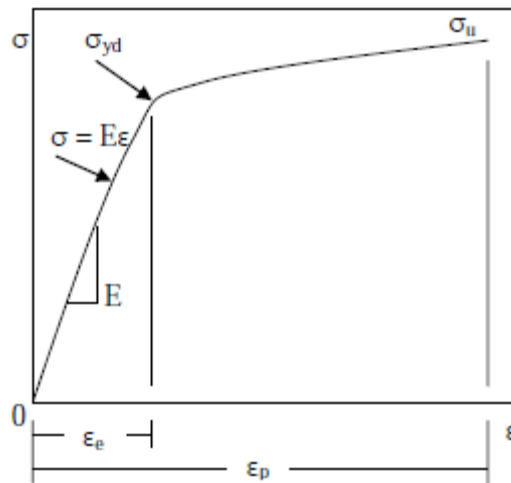


Figura 17: Comportamiento elástico y plástico de los materiales

III.3.2 Impacto

El impacto se precisa como el efecto de una fuerza aplicada bruscamente. Las cargas súbitas se tienen muy presentes en la vida diaria, ya sea cuando se desea golpear un clavo con un martillo, o bien en las calles de la ciudad cuando se presentan colisiones automovilísticas todos los días. Podemos decir que, el impacto es la aplicación violenta de un agente externo que cambia las propiedades originales del material.

En este contexto se busca cuál es la reacción del cráneo humano al aplicar una fuerza. Tomando como un ejemplo un par de masas que impactan, las superficies se acercan a una velocidad relativa en un instante inicial al cual se le denomina incidencia. Posteriormente a la incidencia se da un fenómeno de interferencia o interpenetración de las masas, que se da como una presión en una pequeña área de contacto entre ambos cuerpos. A cada instante, durante el período de unión, la presión en el área inmediata da como resultado una deformación local y su consecuente penetración, que es igual a la interferencia que debería de existir en el caso de que los cuerpos involucrados no estuvieran deformados. Para cada instante durante el impacto, esta interferencia o presión de contacto genera una fuerza resultante de reacción que actúa en dirección opuesta con respecto a los dos cuerpos que chocan, por lo que resiste a la denominada interpenetración. Esta fuerza de reacción que se genera se acrecienta con la deformación y como resultado reduce la velocidad con la cual ambas masas se aproximan. Para el instante durante el impacto, en el cual el trabajo realizado por la unión es suficiente para trasladar la velocidad de acercamiento de las dos masas a cero. Subsecuentemente, la energía almacenada durante la compresión, en el momento de la deformación, tiende a separar las masas hasta que finalmente se apartan con cierta velocidad relativa. Para una sola masa, de cuerpos sólidos, la fuerza de contacto que actúa durante el choque es el resultado de las deformaciones locales requeridas por las superficies de los dos cuerpos para conformar el área de contacto. Conociendo que ambos cuerpos aumentan su deformación durante el choque, debido a la velocidad relativa incidente en el punto de empalme inicial, e involucrando de igual manera a la dureza de ambas masas.

Como se ha definido, el impacto contiene una amplia gama de variantes para especificar su estudio: se puede utilizar una metodología simple observando las deformaciones que se generan en los cuerpos, o se puede definir como impactos a baja velocidad y a alta velocidad. Los impactos a baja velocidad dan como resultado presiones de contacto que causan solo pequeñas deformaciones; solo

se observa una deformación significativa en una pequeña región adyacente al área de contacto. Para los impactos a alta velocidad se observan grandes deformaciones cerca del área de contacto que son el resultado del flujo plástico, las cuales presentan gruesas manifestaciones como son grietas o penetraciones.

Otra manera de dividir las cargas de impacto físico, es en dependencia de su severidad:

1. Cargas de movimiento acelerado de magnitud constante: como las producidas por un vehículo que cruza un puente.
2. Cargas aplicadas bruscamente: como las producidas en una explosión, o de una combustión en un cilindro de un motor.
3. Cargas de impacto directo: como las producidas en el proceso de forja, o en el choque de un vehículo.

En un modelo ideal estos tres casos se pueden observar en la Figura 18, teniendo para los tres casos una masa (***m***), un resorte (***k***) y solo en el primer caso un amortiguador (***c***), en la cual se tiene:

- ❖ caso 1a: cargas de movimiento acelerado de magnitud constante (ver Figura 18a), que la masa mostrada se encuentra sostenida por el amortiguador, de manera que solamente toca la parte superior del resorte, y es liberada rápidamente. Debido a que el amortiguador se aumenta la fuerza de rozamiento, por lo que se previene que se aplique bruscamente la acción de la gravedad por la masa (mg).
- ❖ caso 2b: (ver Figura 18b) la masa no se encuentra sujeta al amortiguador, por lo que en este caso la masa se aplica instantánea toda la fuerza del producto de la masa por la gravedad (mg), lo que da como resultado las cargas aplicadas bruscamente.
- ❖ caso 3c: (ver Figura 18c) en este caso, son las cargas de impacto directo donde se observa que la masa no se encuentra sujeta al amortiguador y se le adiciona una cantidad de energía cinética antes de que impacte en el resorte.

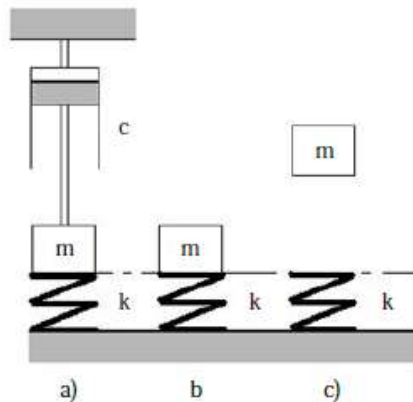


Figura 18: Niveles de cargas a impacto producidas por la liberación de masa

En el primer caso de la Figura 18a, debido a la acción del amortiguador se aplica la acción de la gravedad por la masa en forma gradual; en este caso si se llega a aplicar lo suficientemente despacio es considerado una carga estática. Esto nos determina que la manera en que se distingue una carga de impacto y una carga estática es debida al tiempo requerido para aplicar la carga con el periodo natural de vibración de la masa no amortiguada en el resorte; para entender el período natural, es necesario imaginar que la masa en la Figura 18b se encuentra sujeta al resorte, que es empujada contra él y se libera bruscamente. La masa se moverá de arriba hacia abajo, vibrará, con un intervalo fijo entre las veces consecutivas que se encuentra en su punto superior, totalmente arriba o el resorte de tensión, y en su punto inferior, totalmente abajo o comprimido completamente el resorte. Este intervalo de tiempo es denominado período natural de vibración de la masas en el resorte, determinado por la ecuación $\varphi = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Debido a esta ecuación se puede determinar que entre mayor sea la masa y menos resistente el resorte, se tendrá un período mínimo de vibración (o es menor la frecuencia natural de vibración del sistema).

Con lo ya mencionado y tomando como base el periodo natural de vibración del sistema, se puede determinar que si el tiempo (t) requerido para aplicar la carga es mayor que tres veces el periodo natural (Π), los efectos dinámicos son insignificantes y se debe asumir que son cargas estáticas. Si el tiempo de carga es menor que la mitad del periodo natural, existe definitivamente una carga de impacto. Pero dentro de estas dos determinaciones existe un área en la que se encuentra una incertidumbre, como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1: Determinación de Cargas: Estática y Dinámica

Tipo de carga	Estática	Incertidumbre	Dinámica
Tiempo requerido para aplicar la carga	$t_{\text{carga aplicada}} > 3\varphi$	$\frac{1}{2} < t_{\text{carga aplicada}} > 3\varphi$	$t_{\text{carga aplicada}} > \frac{1}{2}\varphi$

Este tipo de cargas de impacto se pueden presentar de distintas maneras, ya sea por compresión, tensión, flexión, torsión o una combinación de éstas. Otra manera de identificar las cargas dinámicas de las estáticas, es que mientras las estáticas se utilizan en diseños que absorben energía. La aplicación de la carga, produce una afectación de las propiedades de la resistencia del material. Las cargas súbitas tienden a estimular la falla frágil del material.

I.1.1 Fuerzas a que puede ser sometido un hueso

Un hueso puede ser sometido a fuerzas de compresión, de tracción, de cizallamiento, de flexión y de torsión (ver Figura 19). Aunque se lista de forma separada, debe recordarse que en el ser vivo, durante la actividad diaria el hueso está sometido constantemente a todas ellas de forma simultánea.

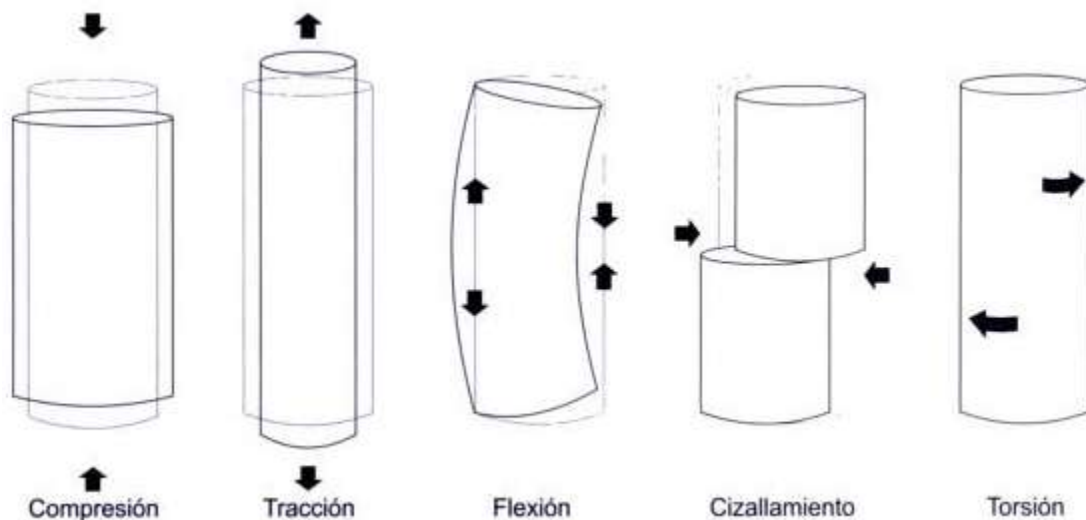


Figura 19: Fuerzas a que puede ser sometido el hueso

Fuerzas de compresión

Dos fuerzas iguales y opuestas se aplican sobre la superficie del hueso. Como consecuencia, éste tiende a acortarse y ensancharse. Las fuerzas máximas tienen lugar en un plano perpendicular al de la línea de carga.

En la práctica clínica, un ejemplo característico de fractura por este mecanismo son los aplastamientos vertebrales.

Fuerzas de tracción

En este caso, dos fuerzas iguales se aplican en sentido contrario sobre el hueso. Como resultado el hueso tiende a alargarse y a hacerse más estrecho. Al igual que en el caso anterior, las fuerzas máximas tienen lugar en un plano perpendicular a la línea de carga.

Un ejemplo de fractura por este mecanismo es el arrancamiento de la estiloides del quinto metatarsiano, por tracción del tendón del peroneo lateral corto.

Fuerzas de cizallamiento

Aquí la fuerza se aplica perpendicular a la superficie del hueso y las fuerzas máximas tienen lugar en un plano paralelo a la dirección de aplicación de la fuerza. El hueso cortical soporta mejor la compresión que la tracción, y la tracción mejor que el cizallamiento.

Fuerzas de flexión

Las fuerzas aplicadas sobre el hueso hacen que éste se doble sobre su eje mayor; aparecen en el interior del hueso fuerzas de compresión en el lado de aplicación de la fuerza y fuerzas de tracción en el lado opuesto. Estas fuerzas son mayores cuanto más alejadas están del eje neutro del hueso.

Fuerzas de torsión

En este caso, la fuerza aplicada sobre el hueso tiende a hacerlo rotar alrededor de su eje. Aparecen fuerzas de cizallamiento que se distribuyen a lo largo de toda la estructura, siendo más intensas cuanto más alejadas están del eje neutro del hueso.

Concepto de fatiga ósea

Como se ha comentado, un hueso se fractura cuando la carga aplicada sobre él excede su resistencia. Ahora bien, el hueso también puede fracturarse con una carga inferior a su resistencia si ésta es aplicada de una forma repetitiva. Este tipo de fractura se conoce como "fractura por fatiga". Como se muestra en la

Figura 20; a medida que aumentamos el número de repeticiones de carga con determinada frecuencia, disminuye ésta para producir la fractura.

En ensayos *in vitro* se ha comprobado que el hueso se fatiga rápidamente cuando la carga se acerca al punto de rotura. Esto explica por qué las fracturas por sobrecarga tienen una alta incidencia en deportistas, ya que éstos solicitan mecánicamente su aparato locomotor de forma muy superior al resto de la población. Por otra parte, hay que recordar que el hueso humano es una estructura viva que está constantemente sometida a un proceso de formación-resorción. Por tanto, para que se produzca este tipo de fractura, es importante que no solo exista un número elevado de repeticiones de carga, sino que su frecuencia de aplicación sea elevada, para no dar tiempo a que el hueso se recupere.

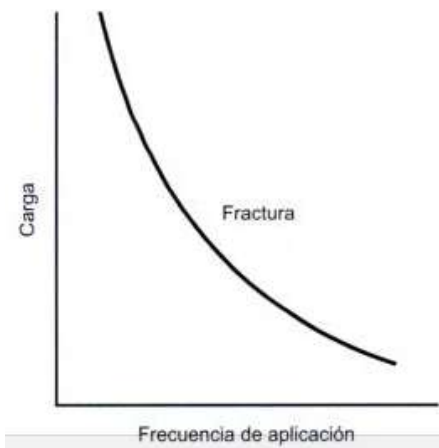


Figura 20: Curva de fatiga

III.3.3 Anatomía del cráneo humano

El cráneo es la parte ósea que protege al encéfalo y generalmente se encuentra constituido de *huesos planos*.

Algunos huesos de la cara y el cráneo pueden distinguirse como *Huesos neumáticos*, pues presentan cavidades rellenas de aire. Estas cavidades cuando tienen dimensiones reducidas se designan *celdas* (etmoidales, mastoideas), pero cuando tienen un dimensionamiento mayor se le denomina *senos* (maxilar, esfenoides, frontal).

En la superficie de los huesos existen irregularidades como salientes, entrantes y superficies ásperas. Estas irregulares se denominan *eminencias* y *salientes*, las cuales adoptan formas variables; tal es el caso de las *Eminencias articulares* y

las *Eminencias extra-articulares*. Como el cráneo no cuenta con eminencias articulares, es preciso describir las eminencias extra-articulares, que son muy variables, irregulares y rugosas y que por lo regular están destinadas a inserciones musculares o ligamentosas. Su desarrollo varía según la potencia que ejerce el músculo que se inserta en ellas. Se las denomina apófisis, protuberancias, tuberosidades, espinas, crestas, líneas. El cráneo cuenta con cavidades no articulares de ampliación que son divertículos, celdas o senos intraóseos, situados por lo general en la vecindad de las cavidades de la cara (senos maxilar, frontal, etc.) o en el hueso temporal (aparato de la audición, células mastoideas).

Esqueleto del cráneo

Anatómicamente se encuentra formado por ocho huesos, de los cuales cuatro son pares y cuatro impares, a saber los pares:

- ❖ Parietal (2): laterales y techos de la cavidad craneal.
- ❖ Temporal (2): lados inferiores y parte del techo del cráneo.

Y los impares:

- ❖ Frontal: parte anterior del cráneo y techo de las órbitas.
- ❖ Etmoides: parte anterior del cráneo, entre las órbitas y delante del esfenoides, por detrás de los nasales.
- ❖ Esfenoides: hueso de la parte media de la base del cráneo. Se articula con todos los huesos del cráneo.
- ❖ Occipital: parte posterior y base del cráneo.

Para facilitar su estudio el cráneo se divide siguiendo tres porciones:

- ❖ La calvaria,
- ❖ la base del cráneo,
- ❖ el esqueleto facial.

Arquitectura del cráneo

Los huesos del cráneo se encuentran elaborados de un material del cual se debe considerar sus cualidades mecánicas, básicamente la elasticidad y la resistencia. En el caso de la elasticidad se observa que en el recién nacido es muy elevada, disminuyendo este factor con la edad; las paredes del cráneo son capaces de sufrir deformaciones del exterior al interior y retomar de inmediato su forma

original. Esto se hace mayormente evidente en el sentido de la disposición de las suturas (sentido transversal), donde se han comprobado tolerancias de un centímetro sin llegar a la fractura, esta tolerancia considerada de un recién nacido, y como se menciona al inicio conforme a la edad, que produce una cierta osificación de las suturas, la elasticidad disminuye.

Para la resistencia se observa que depende de dos factores principales, primero de la solidez de los huesos y en segundo plano de la disposición de las suturas; eso quiere decir que básicamente al igual que en toda estructura mecánica, el cráneo humano depende de la resistencia general del material y la forma geométrica con que se encuentra constituido. Si las suturas son talladas en bisel, por ejemplo, la sutura *esfenoescamosa*, se observa que esta manera permite cierta deformación para que la resistencia aumente en las zonas frágiles de un impacto, como es el caso de la fosa del temporal que es considerada zona frágil.

A pesar de que el cráneo cuenta con una resistencia y una elasticidad considerables, y la separación de sus componentes es rara, las fracturas y traumatismos son considerados frecuentes. Existen siete zonas en el cráneo consideradas como de gran resistencia, las cuales están distribuidas en tres zonas medianas y cuatro zonas laterales (ver Figura 21).

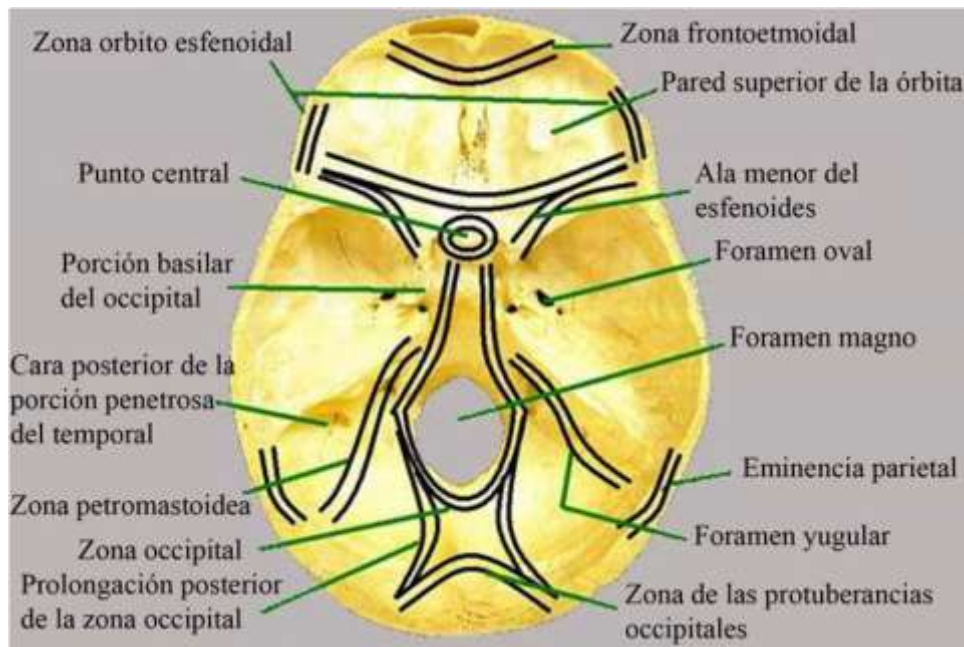


Figura 21: Desarrollo de la arquitectura del cráneo

- ❖ Zonas medianas: la primera es anterior, conocida como la *frontoetmoidal*, comprendida por los huesos frontal y etmoidal; la segunda zona es media, denominada sincipital, y corresponde a la *sutura*

interparietal, que une a todos los huesos parietales; la tercera zona es posterior y occipital, extendida desde el contorno del *foramen magno* hasta el *sincipicio*, pasando por el espeso macizo de las protuberancias occipitales.

- ❖ Zonas laterales: distribuidas dos en los laterales del cráneo. La primera se prolonga medialmente por las alas menores del hueso esfenoides; se le denomina *anterolateral* u *orbitoesfenoidal*. La segunda se encuentra constituida por la parte petrosa y las mastoides del hueso temporal, unidas al sincipicio por la eminencia del parietal; se le denomina *posterolateral* o *petromastoidea*. Los pilares medios y laterales convergen en la base, en el punto central, situado sobre la parte basilar del occipital y el cuerpo del esfenoides.

Fracturas del cráneo

Considerando tanto la arquitectura como los distintos traumas craneoencefálicos, debe tenerse en cuenta el estudio de las fracturas en el cráneo, que pueden producirse por:

- ❖ Impactos en la calvaria, en la parte del cenit del cráneo, que suelen acompañarse del hundimiento.
- ❖ Impactos en la base del cráneo, las comúnmente sucedidas en el parte petrosa del temporal.
- ❖ Impactos irradiados de la calvaria a la base del cráneo, ya sean a través de las zonas débiles o a través de un pilar.

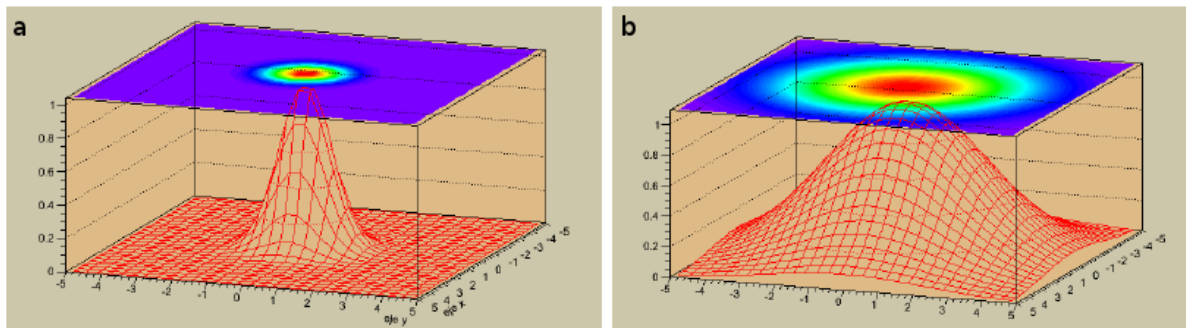


Figura 22: Magnitud vs Frecuencia

Dependiendo de la magnitud y la frecuencia del impacto en el cráneo, se generará un cambio de la forma del cráneo en el área del impacto. En caso de que el impacto sea en un área pequeña a un frecuencia casi cero, puede producir una laceración (ver Figura 22a), pero si la frecuencia es mayor, el área

afectada en consecuencia es mayor y por tanto en algún punto puede llegar a romper el cráneo, logrando los fragmentos de hueso a introducirse en el encéfalo en el sitio del impacto (ver Figura 22b).

La fractura del cráneo también puede depender de la edad del afectado; como se ha mencionado, el recién nacido tiene una elasticidad de los huesos considerable, además de que los huesos del cráneo se encuentran separados, lo que genera que las lesiones por golpes en el cráneo produzcan hundimiento sin astillamiento del hueso. Conforme aumenta la edad, la capa interna del cráneo se torna particularmente frágil y los ligamentos suturales tienden a osificarse, por lo que un traumatismo genera una indentación local acompañada con frecuencia de astillamiento del hueso.

El tercer factor a considerar en la afectación del cráneo por un trauma, es el área del cráneo que recibe el traumatismo. Por lo general, los golpes en la bóveda craneal a menudo causan una serie de fracturas lineales que se irradian a través de áreas delgadas del hueso. Las porciones petrosas de los huesos temporales y las crestas occipitales refuerzan mucho la base del cráneo y tienen a desviar las fracturas lineales.

No basta con saber, también hay que aplicar.
No basta con querer, también hay que actuar.
Johann Wolfgang Goethe

Capítulo IV. Metodología

En este capítulo se describen los aspectos de la metodología a seguir, tales como la reconstrucción 3D del cráneo, la geometría del cráneo a tres puntos, la solución del modelo matemático y la implementación computacional.

Lo primero que se lista a en la Figura 23 son los pasos a seguir en la metodología; son cuatro los pasos principales, en cada uno de los cuales se intenta involucrar tareas necesarias para generar la información necesaria para el siguiente paso.

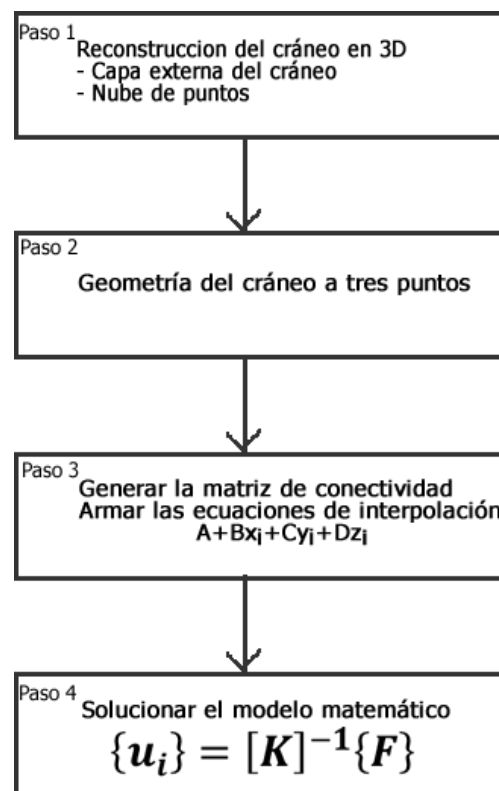


Figura 23: Pasos a seguir en la metodología

IV.1 Paso 1: Reconstrucción tridimensional del cráneo

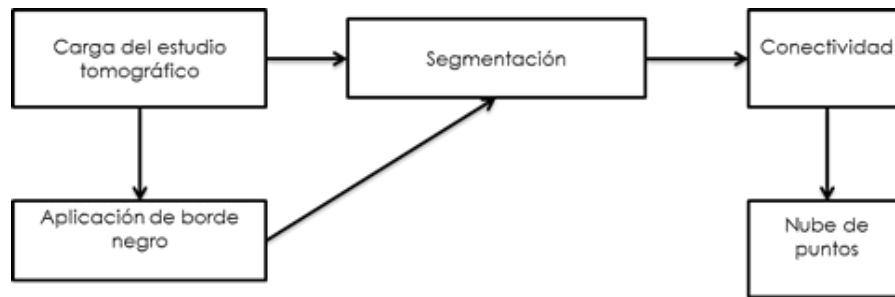


Figura 24: Secuencia de la metodología utilizada para la reconstrucción del cráneo

Las imágenes CT en formato DICOM son almacenadas dentro de matrices donde se representa el valor de gris de cada píxel de la imagen; seguido de esto se lleva a cabo la normalización. Para evitar errores en el procesamiento, los píxeles que forman el borde de cada imagen son convertidos al color negro, proceso que garantiza que no se pierda información importante, ya que las estructuras óseas se encuentran lejos del borde. Luego, cada imagen es segmentada utilizando un valor de umbral determinado el cual se encuentra entre los 200 y 2000, de manera que los píxeles cuyo valor de gris se encuentra dentro de este umbral son convertidos a 255 (valor blanco) y aquellos fuera de este rango son convertidos a 0 (valor negro).

▪ Normalización

- Otorga el valor de gris cero al menor valor de gris y, análogamente, el valor de gris uno al máximo valor de gris de la imagen, ponderando los demás de forma lineal (ver Figura 25a).

▪ Segmentación

- Cálculo del histograma de la imagen.
- Se descarta el primer máximo ubicado en cero, correspondiente a la zona externa al campo de visión.
- Localiza el siguiente máximo, correspondiente al fondo del aire
- A partir del segundo máximo, es necesario avanzar en el histograma hasta que se produzca una diferencia significativa y creciente positiva en los valores del histograma. A partir de ese nivel, comienza la zona de interés.
- La expansión del histograma resultante, ubicado en cero el mínimo nivel de la región de interés y ponderando los demás niveles de forma lineal (ver Figura 25b).

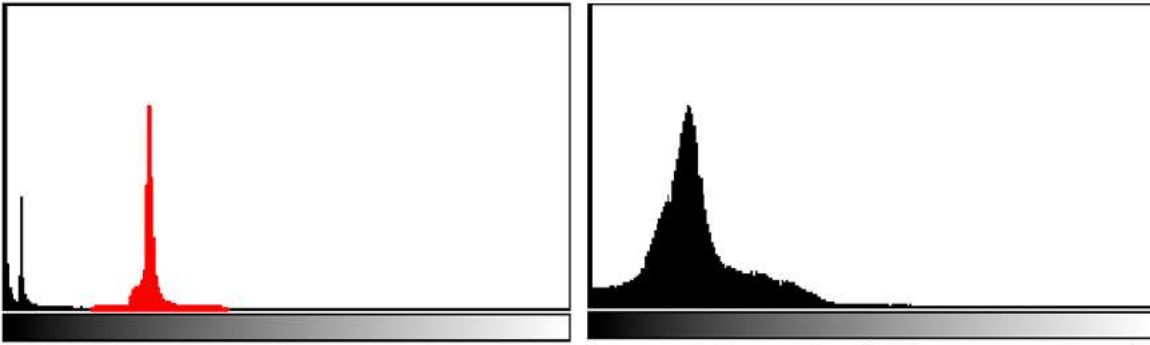


Figura 25: (a) Histograma de la imagen normalizada (b) Expansión del histograma al nivel inferior y superior de representación de los niveles de intensidad de la imagen

Una vez que se tienen las imágenes segmentadas como método para eliminar ruido proveniente del estudio tomográfico mismo, se aplica a cada imagen una función de limpieza, la cual va a asignar un valor de negro a cada pixel blanco que se encuentre rodeado de pixeles negros.

Como último paso en la segmentación de las imágenes se implementa la conectividad, la cual permite discriminar de cada estructura individual, a partir de las imágenes bidimensionales, las estructuras que no son de interés (mandíbula, vértebras, la camilla del paciente) como se aprecia en la Figura 26.



Figura 26: Proceso de segmentación de las imágenes DICOM

IV.1.1 Nube de puntos

El resultado del algoritmo son $\{u(x, y, z)\}$, los cuales tienen los datos geométricos de cada uno de los puntos que conforman la secuencia externa del cráneo. Esta información es almacenada dentro del equipo de cómputo, para análisis posteriores.

En este punto termina la reconstrucción 3D del cráneo, con la generación de la nube de puntos.

Para la visualización del cráneo 3D como se aprecia en la Figura 27, se utilizó ROOT 5.34/01 (Root, 2012).

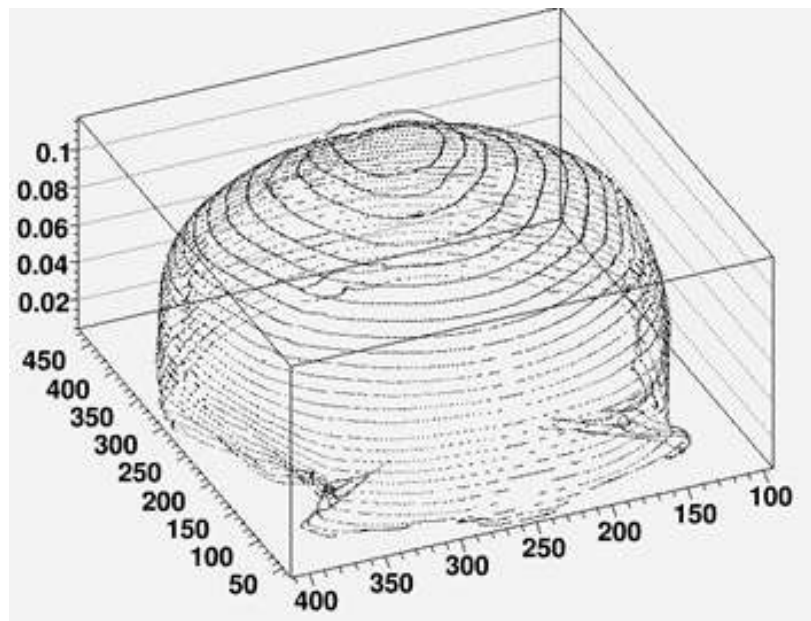


Figura 27: Nube de puntos

IV.2 Paso 2: Geometría del cráneo a tres puntos

El cráneo está modelado como una estructura, cuya configuración se detalla en la Tabla 2. La geometría facial no se tomó en cuenta para este modelo, debido a que no es objeto de interés.

La geometría únicamente ajusta una capa de elementos sólidos. Con un espesor de 47mm es importante indicar que se modela con base a un conjunto homogéneo del material lineal elástico isótropo, (ver Tabla 3).

Tabla 2: Configuración del modelo global: presentación de la estructura, número y tipo de elementos usados en la estructura.

Estructura de la cabeza humana	Incluye	# elementos	Tipo
Pericráneo	N/A		
Cráneo	A	39162	Elementos sólidos
Huesos faciales	N/A		
Neurocráneo	N/A		

IV.2.1.1 Material del modelo

El modelo de material y parámetros para las diferentes estructuras de la cabeza, con respecto al desarrollo de la tesis utilizan los datos que se presentan en la Tabla 3. En esta tabla se puede ver que el material para el cráneo y los huesos faciales, son los mismos, los valores a utilizar son los de Claessens et al. (Claessens M. H., 1997)A (Claessens M. H., 1997)B, por ser considerados dentro de la literatura como los datos más realistas.

Tabla 3: El material del modelo a utilizar en la evaluación. (Con P como la densidad de la masa, E el módulo de Young, K el módulo de Bulk, τ la constante de viscoelasticidad y ν la relación de Poisson)

Estructura de la cabeza humana	Modelo constitutivo	P (Pa)	Módulo de Young E (N/mm ²)	Módulo de Bulk K (n/mm ²)	τ	ν
Cráneo	Lineal elástico, cuerpo rígido	2.07×10^3	2.07×10^3			0.2
Huesos del rostro	Lineal elástico, cuerpo rígido	2.07×10^3	2.07×10^3			0.2

[Aclara aquí algo sobre las unidades de medida que pones en la tabla].

Condiciones de la interfaz

El modelo considera que todas las estructuras de la cabeza están sólidamente unidas entre sí. Pero también considera los esfuerzos críticos para el criterio de falla y la fuerza (6.15) y la fuerza crítica y la resistencia se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4: Parámetros de la interfaz para el modelo

Esfuerzo de tensión crítica (σ_n en la ecuación 6.15)	101.35kPa
Esfuerzo constante critico $[(\tau)]^*$ en la ecuación)	34.4 Wa
Resistencia a la tensión del estrés (tras el rompimiento)	101.35kPa

IV.2.1.2 El modelo matemático

El primer paso en el desarrollo del FEM es determinar qué estructuras anatómicas van a ser incorporadas al modelo. Estas estructuras deben ser aquellas que se espera tengan una influencia significativa en la respuesta durante la aplicación de cargas o esfuerzos. Una vez que las estructuras a ser incorporadas son seleccionadas, el siguiente paso es modelar estas estructuras del cráneo de una manera realista. Este modelo va a depender principalmente de tres aspectos:

- La geometría y la antropometría de la estructura,
- el modelo constitutivo utilizado para el comportamiento del material de la estructura,
- las condiciones de la interfaz entre la estructura y sus estructuras vecinas

IV.2.1.3 Generación de la malla o triangulación

El Mallado o triangulación T_h del dominio Ω es el primer aspecto básico, y ciertamente el más característico; el dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ es subdividido en E subdominios o elementos Ω_e llamados elementos finitos, tales que:

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{e=1}^E \bar{\Omega}_e$$

Donde:

- Cada $\Omega_e \in T_h$ es un polígono (triángulo) con interior no vacío $\Omega'_e \neq \emptyset$ y conexo.
- Cada $\Omega_e \in T_h$ tiene frontera $\partial\Omega_e$ Lipschitz continua.
- Para cada $\Omega_i, \Omega_j \in T_h$ distintos, $\Omega'_i \cap \Omega'_j = \emptyset$
- El diámetro $h_i = \text{Diam}(\Omega_e)$ de cada Ω_e satisface $\text{Diam}(\Omega_e) \leq h$ para cada $e = 1, 2, \dots, E$.
- Los vértices de cada Ω_e son llamados nodos, teniendo N de ellos por cada elemento Ω_e .

IV.2.2 Paso 3: Funciones de interpolación

El siguiente conjunto de funciones va a definir de manera única el campo de desplazamientos dentro del elemento, en función de los desplazamientos nodales. Para ello tenemos:

$$u(x, y, z) = N[x, y, z]\{U\}$$

Siendo $\{U\}$ el vector con los desplazamientos nodales. Una vez conocidos los desplazamientos en todos los nodos se determinan las deformaciones

$$\{\epsilon\} = [D]\{u\} \quad (6.3)$$

Donde $[D]$ es el operador diferencial.

Sustituyendo el valor de desplazamiento de 6.3 tenemos que

$$\{\epsilon\} = [D][N]\{U\} = [B]\{U\} \quad (6.4)$$

Con ello obtendremos las deformaciones en función de los desplazamientos nodales, y podemos definir la matriz de rigidez como:

$$[K] = \int_V [[B]]^T [C] [B] dv \quad (6.5)$$

Estas matrices se van a calcular para cada uno de los elementos. Realizando una transformación de coordenadas a las denominadas coordenadas geométricas del elemento, las matrices quedan en función de parámetros puramente

geométricos y se facilita la integración numérica. Antes de proceder al ensamblaje de todas las ecuaciones se debe realizar la transformación a coordenadas globales para tener todas las matrices formuladas respecto al mismo sistema de coordenadas.

Una vez efectuado esto podemos realizar el acoplamiento, donde se va a sumar en cada posición nodal la contribución realizada por los distintos elementos.

IV.3 Paso 4: Solución del modelo matemático

Las funciones de interpolación de los desplazamientos dentro del elemento se consideran lineales. Es decir:

$$u_i = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z ,$$

$$u_j = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 z,$$

$$u_k = \alpha_9 + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12} z$$

(6.6)

Donde las ecuaciones 6.6 las podemos reescribir en forma matricial

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix}$$

(6.7)

Particularizando las coordenadas y los desplazamientos para cada nodo obtenemos la expresión matricial:

$$\{ \mathbf{[u_1@v_1@w_1@u_2@v_2@w_2@u_3@v_3@w_3]} \}$$

(6)

·
8
)

Esta expresión nos permite obtener los parámetros de las funciones de interpolación en función de los desplazamientos nodales. Reordenando los distintos términos podemos escribir:

$$\{ \mathbf{u} @ \mathbf{v} @ \mathbf{w} \} \quad \left(\begin{array}{c} 6 \\ \cdot \\ 9 \\ \cdot \\ \end{array} \right)$$

Donde

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Luego ya conocemos la matriz $[N]$ que nos relaciona el campo de desplazamientos en el elemento con los desplazamientos en los nodos

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [A]^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & [A]^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & [A]^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Realizando la inversa de la matriz A , podemos reescribir la matriz N en función de las características geométricas del elemento:

$$[N] = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Donde los valores de N_i vienen dados por

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{a_1 + b_1x + c_1y + d_1z}{2A}, \\ N_2 &= \frac{a_2 + b_2x + c_2y + d_2z}{2A}, \\ N_3 &= \frac{a_3 + b_3x + c_3y + d_3z}{2A} \end{aligned} \quad (6.13)$$

La matriz [B] que relaciona las deformaciones y los desplazamientos es:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

La ecuación constitutiva del material para un material elástico lineal es:

$$\sigma = C(\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad (6.15)$$

Donde:

ϵ_0 es el vector de las deformaciones unitarias iniciales existentes en el material en el punto considerado.

σ_0 son las tensiones iniciales presentes en el material, de valor conocido.

Siendo:

- C la matriz elástica, que para un material elástico lineal es constante y depende de sólo dos parámetros: el módulo de elasticidad E y el módulo de Poisson ν . Su valor es:

$$C = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \lambda + 2\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & \text{Sim.} & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & \text{Sim.} & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \frac{Ev}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (6.16)$$

Con las matrices definidas o calculadas hasta el momento ya es posible determinar las matrices de rigidez y el vector de cargas de cada uno de los dos elementos del modelo que hemos realizado

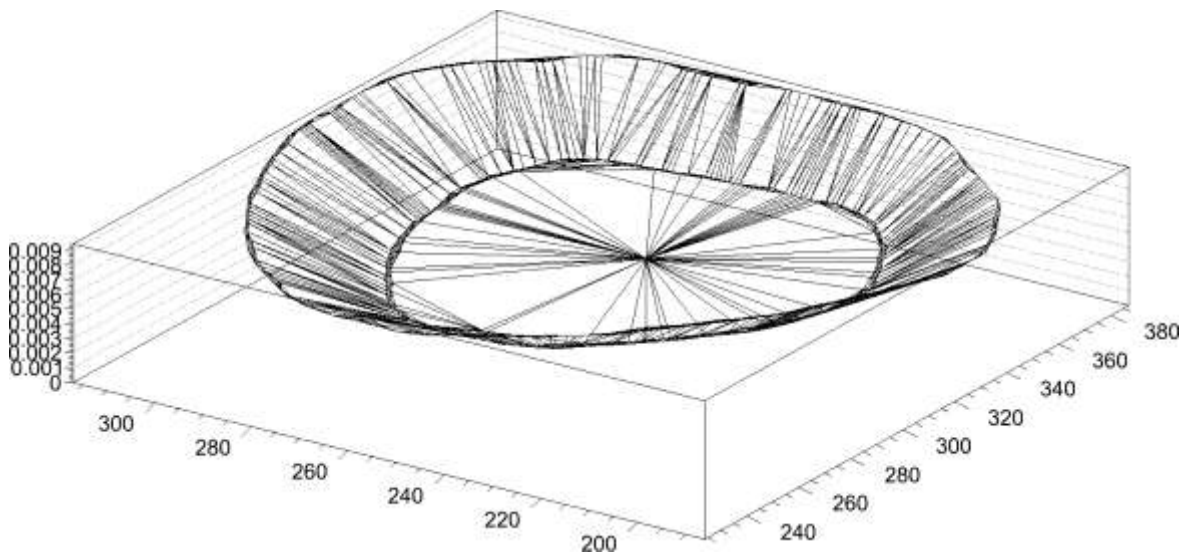
$$K = \int_{\nu} [[B]]^T [C] [B] d\nu \quad (6.17)$$

Y dado que las matrices están en función de las coordenadas nodales es posible escribir

$$K = \int_{\nu} [[B]]^T [C] [B] \Omega t \quad (6.18)$$

Siendo t el espesor del hueso.

En la discretización que se ha realizado se tienen los siguientes elementos con las siguientes coordenadas:



#NpG	x	y	z								
1	320	250	0.0045	2	261	260	0.0045	3	261	261	0.0045
1	320	250	0.0045	3	261	261	0.0045	4	261	262	0.0045
1	320	250	0.0045	4	261	262	0.0045	5	262	248	0.0045
1	320	250	0.0045	5	262	248	0.0045	6	262	249	0.0045
1	320	250	0.0045	6	262	249	0.0045	7	262	250	0.0045
1	320	250	0.0045	7	262	250	0.0045	8	262	259	0.0045
1	320	250	0.0045	8	262	259	0.0045	9	262	263	0.0045
1	320	250	0.0045	9	262	263	0.0045	10	262	264	0.0045
1	320	250	0.0045	10	262	264	0.0045	11	262	265	0.0045
1	320	250	0.0045	11	262	265	0.0045	12	262	266	0.0045
1	320	250	0.0045	12	262	266	0.0045	13	262	267	0.0045
1	320	250	0.0045	13	262	267	0.0045	14	262	268	0.0045
1	320	250	0.0045	14	262	268	0.0045	15	263	246	0.0045
1	320	250	0.0045	15	263	246	0.0045	16	263	247	0.0045
1	320	250	0.0045	16	263	247	0.0045	17	263	251	0.0045
1	320	250	0.0045	17	263	251	0.0045	18	263	252	0.0045
1	320	250	0.0045	18	263	252	0.0045	19	263	258	0.0045
1	320	250	0.0045	19	263	258	0.0045	20	263	268	0.0045
1	320	250	0.0045	20	263	268	0.0045	21	263	269	0.0045
1	320	250	0.0045	21	263	269	0.0045	22	264	244	0.0045
1	320	250	0.0045	22	264	244	0.0045	23	264	245	0.0045
1	320	250	0.0045	23	264	245	0.0045	24	264	257	0.0045
1	320	250	0.0045	24	264	257	0.0045	25	264	270	0.0045
1	320	250	0.0045	25	264	270	0.0045	26	264	271	0.0045
1	320	250	0.0045	26	264	271	0.0045	27	265	242	0.0045
1	320	250	0.0045	27	265	242	0.0045	28	265	243	0.0045
1	320	250	0.0045	28	265	243	0.0045	29	265	244	0.0045
1	320	250	0.0045	29	265	244	0.0045	30	265	253	0.0045
1	320	250	0.0045	30	265	253	0.0045	31	265	256	0.0045
1	320	250	0.0045	31	265	256	0.0045	32	265	272	0.0045
1	320	250	0.0045	32	265	272	0.0045	33	266	240	0.0045
1	320	250	0.0045	33	266	240	0.0045	34	266	241	0.0045
1	320	250	0.0045	34	266	241	0.0045	35	266	254	0.0045
1	320	250	0.0045	35	266	254	0.0045	36	266	255	0.0045
1	320	250	0.0045	36	266	255	0.0045	37	266	272	0.0045
1	320	250	0.0045	37	266	272	0.0045	38	266	273	0.0045
1	320	250	0.0045	38	266	273	0.0045	39	267	239	0.0045
1	320	250	0.0045	39	267	239	0.0045	40	267	240	0.0045

Figura 28: Matriz de conectividad

Se resuelven las matrices de rigidez local de cada uno de los elementos, tal que

$$[[K]_1^e = [B]^T[C][B]$$

$$[K]_2^e = [B]^T[C][B]$$

$$[K]_3^e = [B]^T[C][B]$$

...

Y el proceso sigue hasta terminar con el número total de elementos.

Para realizar el ensamblaje de la matriz de rigidez global, debemos tener en cuenta a qué nodo pertenece cada término. Para ello hay que ver qué nodos son

los que definen cada elemento. La Tabla 5 nos muestra la relación que existe entre la numeración "local" de cada elemento y la global de la estructura.

Tabla 5: Matriz de conectividad: local y global

Elemento	Núm. local	Núm. global
1	1	1
	2	2
	3	3
2	1	1
	2	3
	3	4
...

Y los vectores de desplazamientos nodales para cada uno de los elementos son:

$$U_1^e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_3 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_3 \\ v_4 \\ w_1 \\ w_3 \\ w_4 \end{Bmatrix} \quad U_2^e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_4 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_4 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_4 \end{Bmatrix}$$

Sumando los términos de las dos matrices de rigidez correspondientes a los mismos grados de libertad, tenemos la matriz de rigidez global:

$$[K] = \begin{pmatrix} k_{11}^e & \cdots & k_{1n}^e \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1}^e & \cdots & k_{nn}^e \end{pmatrix}_{n \times n}$$

IV.4 Implementación Computacional

A partir de la metodología se describe el modelo computacional, el cual fue desarrollado en el lenguaje de programación C++ en su forma secuencial y en su forma paralela, usando MPI y pthreads.

En la implementación se utilizó la biblioteca LAPACK y ScaLAPACK (LAPACK, 2012) y(ScaLAPACK, 2012). Esta biblioteca proporciona métodos eficientes para la solución de álgebra lineal.

Arquitectura: x86_64
CPU modos de operación: 32-bit, 64-bit
CPU(s): 16
Hilos(s) por core: 2
Core(s) por socket: 4
CPU socket(s): 2
NUMA nodo(s): 2
Familia CPU: 6
Modelo: 44
Stepping: 2
CPU MHz: 1600.000



Esto nos ayuda a la construcción de un modelo computacional propio a partir del conjunto de pasos desarrollados en el modelo matemático y en el método numérico para la solución del problema que se ha planteado.

Es necesario notar que para implementar la solución numérica por FEM y por el método de subestructuración secuencial, un factor limitante para su operación es la cantidad de memoria disponible de la computadora, ya que el sistema algebraico de ecuaciones asociadas a este problema crece muy rápido (del orden de n_2), donde n es el número de nodos en la partición.

En todos los cálculos de los métodos numéricos usados para resolver el sistema lineal algebraico asociado se usó una tolerancia mínima de 1×10^{-10} . Ahora, veremos la implementación del FEM con el método de descomposición de dominio. Dicha implementación se llevó a cabo en una arquitectura de memoria compartida.

A partir de la formulación del FEM visto en la sección 6.2, la implementación computacional se desarrolló con los siguientes módulos.

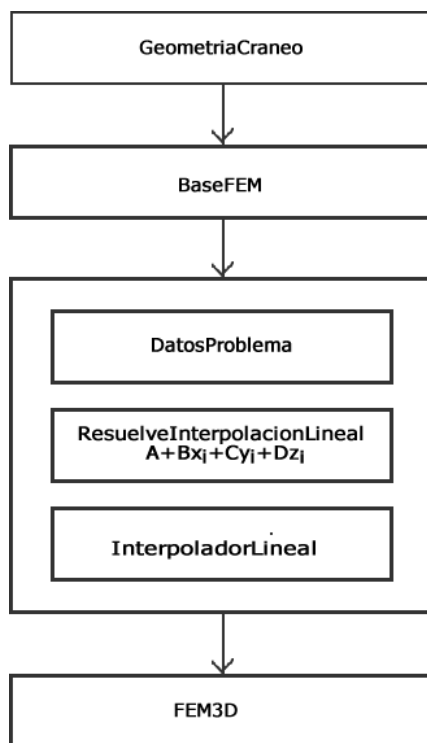


Figura 29: Implementación computacional

Donde:

GeometriaCraneo. Hace uso de los datos geométricos que se obtuvieron en el procesamiento de la imagen para llevar a cabo el proceso de triangulación del cráneo.

BaseFEM. Crea la matriz de conectividad de los nodos a usar de acuerdo a *GeometriaCraneo*, en el se almacena la información de las posiciones geométricas, el valor del nodo a nivel local y a nivel global. Este algoritmo hace uso de los siguientes procesos:

ResuelveInterpolacionLineal. Resuelve el sistema lineal asociado al problema, el cual se definió en la sección de IV.2.2.

InterpoladorLineal. Resuelve la operación del operador lineal con las ecuaciones de forma obtenidas en *ResuelveInterpolacionLineal*.

DatosProblema. Carga la matriz de valores del material (cráneo), los valores de frontera y el dominio a trabajar.

FEM3D. Hace uso de la *GeometriaCraneo*, *BaseFEM* para generar el control de la información de los nodos y crear las matrices de rigidez local, y para ensamblar la matriz de rigidez global, la cual va dar solución a $\{u_i\} = [K]^{-1}\{F\}$.

No debemos dejar de explorar. Y al final de nuestras exploraciones llegaremos al lugar del que partimos,
y lo conoceremos por primera vez.
T. S. Elliot

Capítulo V. Resultados

En este capítulo se muestran los resultados correspondientes a los pasos descritos en el capítulo IV de este documento.

Reconstrucción tridimensional del cráneo

Para realizar la reconstrucción digital se utilizó como fuente de imágenes un estudio de imágenes TC con espacio entre cortes. El estudio, el cual tiene formato DICOM, fue capturado y procesado por el algoritmo en paralelo para la segmentación de la imagen. Al utilizar las imágenes provenientes del tomógrafo en su formato original, se garantiza la alineación tridimensional de todas las estructuras diferenciables en el estudio tomográfico. Los siguientes resultados fueron obtenidos siguiendo el proceso descrito en el capítulo IV (Figura 24).

Caso I: Este caso está formado por 34 cortes axiales CT almacenados en los correspondientes archivos DICOM. Se corresponden con la imagen CT tomada a una persona anónima (ver Figura 30).

Parámetro inicial

Coordenadas de inicio: (318; 326).

Resultado

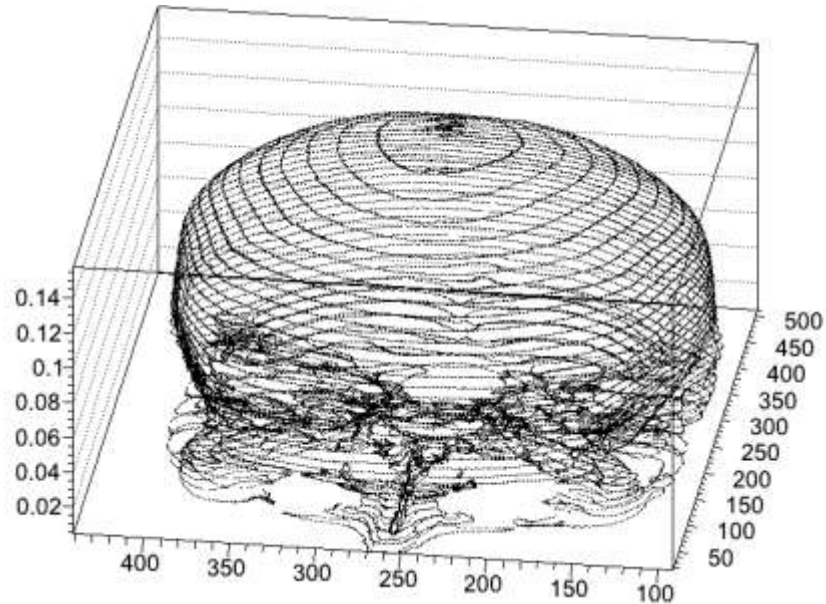


Figura 30: Caso I

En la Figura 30 podemos observar que el resultado es verdaderamente bueno y el algoritmo ha obtenido el cráneo del paciente de una forma fiel.

Caso II: Este caso está formado por 134 cortes axiales CT almacenados en los correspondientes archivos DICOM. Se corresponden con la imagen CT tomada a una persona anónima (ver Figura 31).

Parámetro inicial

Coordenadas de inicio: (318; 326).

Resultado

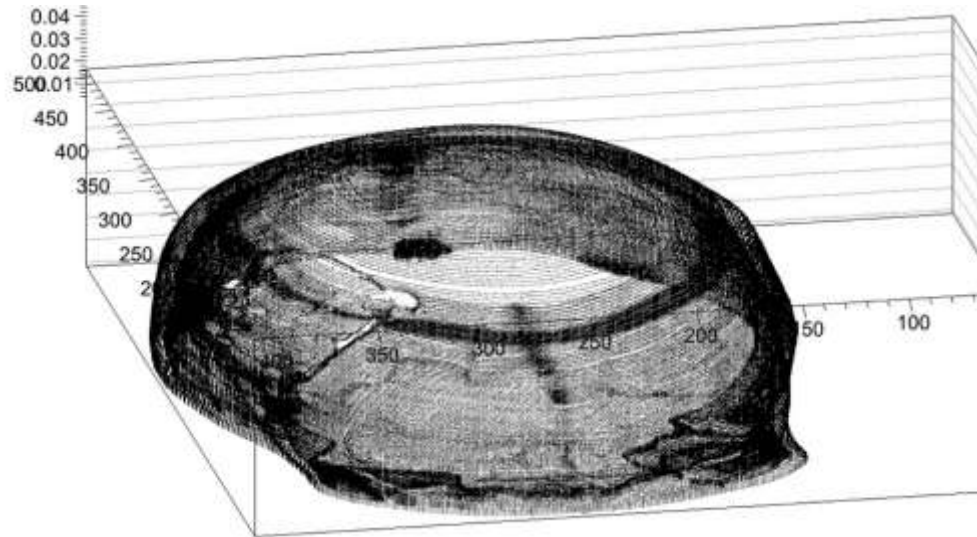


Figura 31: Caso II

En la Figura 31 podemos observar que el algoritmo ha logrado el cráneo del paciente con una deformación de forma fiel.

Geometría del cráneo

Resolver la Ecuación 6.13 con una partición triangular de $512 \times 512 * n$ nodos. Donde n es el número de capas a utilizar; en este caso se utilizaron las del caso I (ver Figura 30).

El resultado es una malla con buenas propiedades que preserva las características, tal como se muestra en la .

El cráneo se modela como un cuerpo rígido, en el que un impacto a la cabeza está en función de 9 grados de libertad de entrada por cada elemento.

Para este fin, el centro de gravedad del cráneo se establece en la ubicación teórica del centro de gravedad de la cabeza. Esta ubicación, en relación con el origen anatómico de la cabeza, se basa en "human body drawing" (Institute, Transport Research).

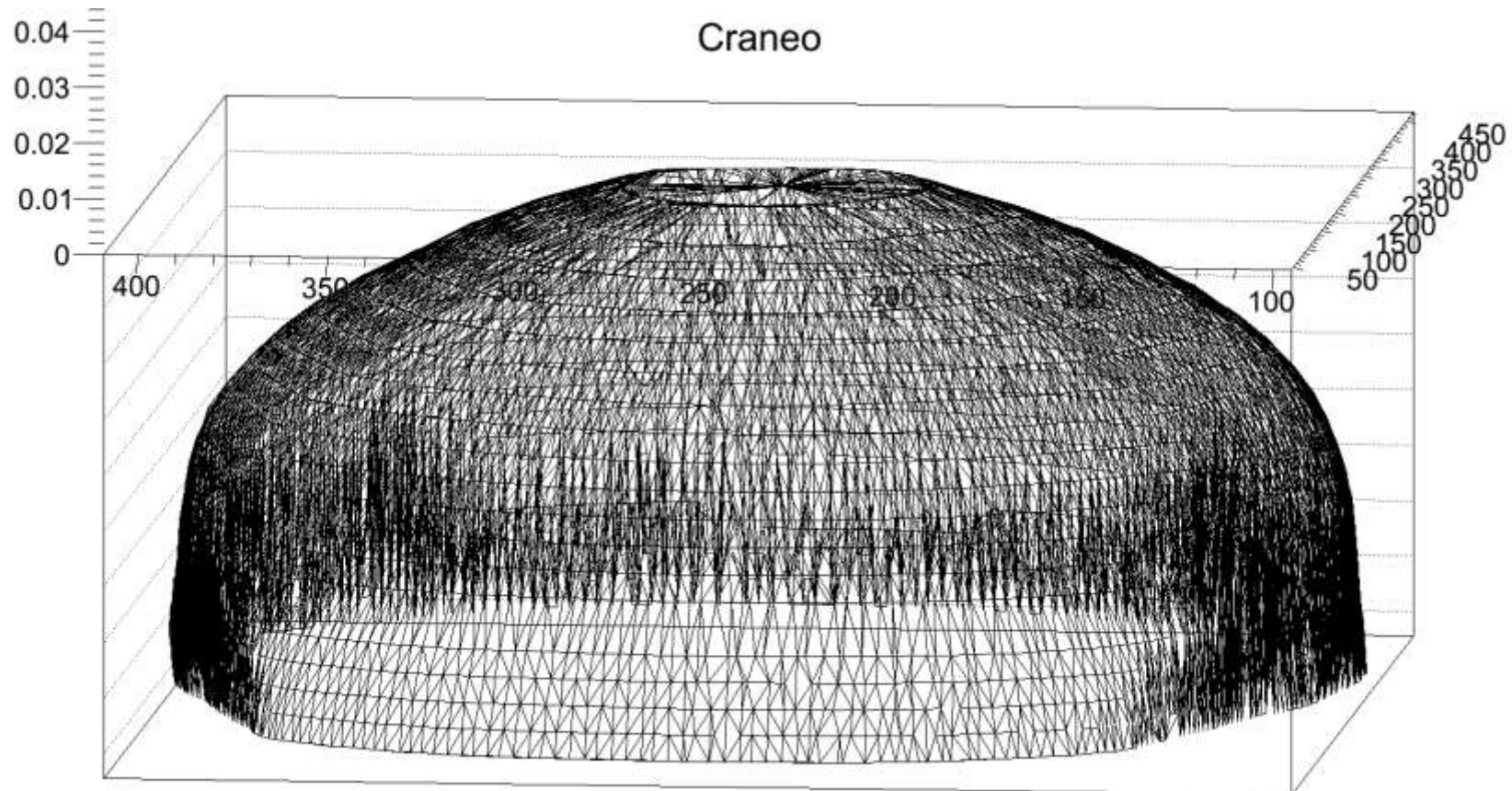


Figura 32: Modelo geométrico del cráneo en un dominio 3D

Modelo del Elemento Finito

En este punto, una vez que se tiene la información geométrica de cada uno de los nodos, se ingresan los datos de la propiedad de material y se aplican las fuerzas constantes de compresión, con las cuales se va a resolver la interpolación de cada una de la funciones de forma; la información con la que se alimenta se muestra en la Figura 33.

```
#nodos
1 x   y   z
2 x1  y1  z1
3 x2  y2  z2
....

#propiedad del material

#Fuerzas
P_Fx= -1000
P_Fy= -1000
P_Fz= -1000

#desplazamientos nodales
#-----
#Nodo_No   D1   D2   D3   D4   D5   D6   D7   D8   D9
1
2
3
....
```

Figura 33: Descripción del problema para el caso I

Los elementos son construidos con la matriz de conectividad (Figura 34) que van a construir cada uno de los elementos que se muestran en la , con la cual se van a construir las matrices de rigidez local y con ello se ensambla la matriz de rigidez global.

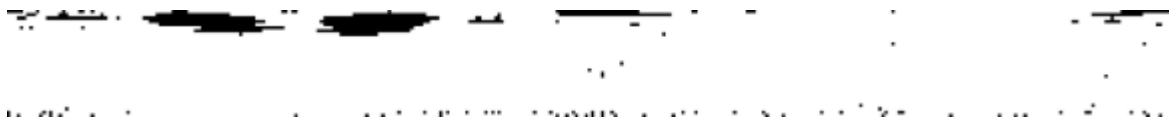


Figura 34: Matriz de conectividad

Solución del Modelo del Elemento Finito

Al realizar la simulación de cuatro cargas con un mismo valor ($P=1000\text{N}$, ver Tabla 6), los valores obtenidos por nosotros coinciden con los obtenidos por (J. Jesús Nieto Miranda, 2005) (ver Tabla 7), los que a su vez son parecidos a los encontrados por (Chung S. C., 1994). Tales resultados son comparables debido

a que no existen puntos claros de concentración de esfuerzos ni cambios bruscos en sus valores.

Tabla 6: Esfuerzos y desplazamientos en el cráneo usando $P= 1,000N$

Aplicación de fuerzas P	Desplazamiento (mm)
Nodos	
Frontal/Posterior	0.43389
Derecho/Izquierdo	0.42876

Tabla 7: Esfuerzos de Von Mises y desplazamientos por (J. Jesús Nieto Miranda, 2005)

Cuadro 2. Esfuerzos de Von Mises y desplazamientos en el cráneo humano ($P = 1,000 N$).

Lado de aplicación fuerzas P	Esfuerzos de Von Mises (Pa)		Desplazamiento perpendicular al plano X-Y (mm)
	Máximo	Mínimo	
Frontal / Posterior	134,909	564.9	0.434
Derecho/ Izquierdo	133 854	565.6	0.429

Se realizó la simulación de cuatro cargas con un mismo valor ($P=50,000N$, ver Tabla 8), los valores obtenidos coinciden a los valores que se obtuvieron en la parte frontal/posterior, tal como se muestra en la Tabla 6).

Tabla 8: Esfuerzos y desplazamientos en el cráneo usando $P= 50,000N$

Aplicación de fuerzas P	Desplazamiento
Frontal/Posterior	0.43389
Derecho/Izquierdo	0.38324

Cuando se nos otorga la enseñanza se debe percibir como un valioso regalo y no como una dura tarea, aquí está la diferencia de lo trascendente”.

Albert Einstein

Capítulo VI. Conclusiones y trabajos futuros



En este capítulo se presentan las conclusiones desde diferentes aspectos observados en el desarrollo de la tesis y se proponen algunos de los trabajos futuros a desarrollar que han surgido con fines de mejorar el presente trabajo.

VI.1 Conclusiones

Reconstrucción tridimensional del proceso de imágenes en 3D

El diseño de los algoritmos de segmentación y de caracterización de imágenes médicas en 3D, precisa de un amplio estudio previo de las distintas soluciones que se encuentran en la literatura, además de las bases de ambas operaciones detalladas en esta trabajo en los capítulos 3 y 4.

Las imágenes en tres dimensiones requieren de una capacidad computacional muy superior a la de las imágenes en dos dimensiones, por lo que el desarrollo de las líneas de investigación que trabajan con imágenes tridimensionales es reciente y escaso.

Geometría del cráneo

Se obtuvo un modelo de elementos finitos del cráneo que considera la geometría, las propiedades elásticas y las restricciones anatómicas que servirán para la simulación del comportamiento biomecánico de impacto del cráneo ante la aplicación de esfuerzos

En la literatura no se encontró un modelo que simule con tanta fidelidad las estructuras anatómicas o la respuesta elástica de una estructura anisotrópica, tal como lo hace este modelo; lo cual representa un avance significativo de aproximación en los resultados obtenidos.

Método del Elemento Finito

Es una herramienta ampliamente utilizada en la industria y continúa apareciendo en cientos de investigaciones de carácter científico.

El método del elemento finito se ha convertido en una disciplina madura en este campo de investigación, que junto con el desarrollo y uso de cómputo de alto rendimiento, han llegado a convertirse en una poderosa herramienta para resolver problemas prácticos para los investigadores de las ciencias y la tecnología.

Los resultados encontrados indican que el comportamiento del cráneo va a ser muy similar cuando se le apliquen una o varias cargas de compresión; lo interesante es saber cuál será la trascendencia del desplazamiento nodal.

La distribución intracraneal de esfuerzos de compresión es uniforme, con lo cual el modelo aquí desarrollado se tomará de base para cuantificar el valor de la carga P , la orientación y su posición idónea al momento de fijar el marco estereotáctico en el cráneo mediante el empleo de cuatro pernos de sujeción.

VI.2 Trabajos futuros

Con el fin de mejorar este trabajo, se proponen las siguientes líneas futuras de investigación.

1. En cuanto a la segmentación de imágenes médicas para la validación de los algoritmos desarrollados, únicamente hemos utilizado imágenes CT. Por eso, una propuesta de línea de investigación futura consiste en implementar el algoritmo para trabajar con imágenes MRI y PET-CT o

SPECTCT, para evaluar su impacto tanto en la planificación quirúrgica como en otras posibilidades de la Medicina, tales como la prevención de patologías o el diagnóstico.

2. Con respecto a la geometría del cráneo, para esta primera aproximación se llevó a cabo el algoritmo usando un solo tipo de elemento, el cual crea la malla uniendo a tres puntos cada vez; dado que se incrementó el número de elementos para tener una malla más detallada, aún se cree que se puede mejorar. Por ello una propuesta de trabajo futuro consiste en modificar el algoritmo para implementar un mallado adaptativo o modelo híbrido que sea capaz de identificar el número de puntos a utilizar para los elementos que se requieran dentro de la geometría; con ello mejoraría aún más la geometría real.
3. Otra propuesta es implementar los algoritmos que se desarrollaron en este trabajo en una arquitectura CUDA.
4. Poder realizar algún experimento en aplicaciones médicas guiadas.

Referencias

- A. M. Nahum, R. S. (1997). Intracranial pressure dynamics during head impact. *Proc. 21st Stapp Car Crash Conf.*, pp.339 - 366.
- Ani Ural, S. M. (2012). Engeneering Fracture Mechanics xxx. *Engeneering Fracture Mechanics xxx*.
- Appel, G. K. (2009). Development of a finite element model of the human skull . *J. Neurotrauma*, 12:1-11.
- Ascenzi, M.-G. (2012). Individual-specific multi-scale finite element simulation of cortical bone of human proximal femur. *Journal of Computational Physics xxx*.
- Bovet D. P., C. M. (2005). *Understanding the Linux Kernel*. O'Reilly Media, Inc., 3rd Ed., ISBN 0-596-00565-2.
- Buchanan, G. R. (1994). *Schaum's. outline of theory and problems of element analysis*. US:McGraw-Hill.
- C., S. (1994). *UNIX(R) Systems for Modern Architectures: Symmetric Multiprocessing and Caching for Kernel Programmers*. Addison-Wesley Professional,ISBN 0201633388.
- Chien, S. C.-Y.-S.-Y. (2009). Tributes to Yuan-Cheng Fung on his 90 birthday: Biomechanics from moléculas to man. Ed. World Scientific.
- Chung S. C., M. S. (1994). Finite element analysis of cerebral contusion. *Biomech*, 27(2), pp 187-194.
- Claessens, M. H. (1997). Finite element modeling of the human head under impact conditions dissertation. *Eindhoven University of Technology ISBN 90-386-0369-X*.
- Claessens, M. H. (1997). Modeling of the human head under impact conditions: a parametric study, Proceedings 41. *Stapp Car crash conference, SAEi paper 973338*.
- Cohen. (1991). L.D. On Active Contour Models and Balloons. *Computer Vision. Graphics and Image Processing: Image Understanding*,53(2), pp. 211-218.

- Coto, E. (2003). Métodos de Segmentación de Imágenes Médicas. *ISSN 1316-6239*.
- Culler D., S. J. (1998). *Parallel Computer Architecture: A Hardware/Software Approach*. Morgan Kaufmann: ISBN 1558603433.
- Forum, M. (1994). MPI: a message-passing interface standard, *International Journal of Supercomputer Applications*, 8 (3-4), pp. 165-416.
- G.S., C. D. (2001). Skeletal function and form: Mechanobiology of skeletal development, aging, and regeneration. Ed. Cambridge University Pres.
- G.S., C. D. (2001). Skeletal function and form: Mechanobiology of skeletal development, aging, and regeneration. Ed. Cambridge University Press.
- Gilber, S. F. (2005). Biología. Ed. Médica Panamericana.
- Gram A., K. G. (2003). *Introduction to Parallel Computing*. 2nd. Ed. Addison Wesley:ISBN 0201648652.
- Horgan, T. G. (2003). The Creation of Three-dimensional Fi-nite Element Models for Simulating Head Impact Biomechanics. *International Journal of Crashworthiness*, 8(4), pp 353-366.
- Horgan, T. G. (2004). The Creation of Three-dimensional Finite Element Models for Simulating Head Impact Biomechanics. *Int. J. Crashworthiness*, 9, .
- Institute, Transport Research. (s.f.). Athropometric specications for the mid-sized male dummy (side view with skeleton, human body drawings: drawing). *drawing no. MM-104m, project-contract no. DT 22-80-C-07502*.
- J. Jesús Nieto Miranda, A. M. (2005). Análisis de esfuerzos de compresión en el cráneo humano por medio del método del elemento finito. *Revmexibio*, 26, pp 16-21.
- J.S., P. (1999). *Theory of matrix structural analysis*. NY: McGraw-Hill.
- Jasinoski, S. (2010). Mechanics of cranial sutures using the finite element method. *Journal of Biomechanics*, 43:3104–3111 .
- Jesse S. Ruan, T. B. (1993). Finite element modeling of direct head impact. SAE 933114.
- Johnson, E. A. (2006). The Analysis of Pressure Response in Head Injury. *Computer Science and Maths* , 1:2368.nieto

- Kleiven S, H. H. (2002). Consequences of head size following trauma to the human head. *J. Biomech*, 35, pp 153-160.
- Koivumäki, J. E. (2012). Cortical bone finite element models in the estimation of experimentally measured failure loads in the proximal femur. *Bones*, 51:737-740.
- L., Z. O. (2000). *The Finite Element Method: Volume 1 the basis*. UK: MPG Books Ltd.
- LAPACK. (2012). *Home Page*. Obtenido de LAPACK: <http://www.netlib.org/lapack/index.html>
- López-Chicarro, J. y.-V. (2008). A. Neurología para médicos. Ed. Médica Panamericana.
- M. Hudieb, S. K. (2011). Biomechanical effect of crestal bone osteoplasty before implant placement: a three-dimensional finite element analysis. *Int. J. Oral Maxillofac. Surg*, 40: 200-206.
- M., F. (1972). Some Computer Organizations and Their Affectiveness. *IEEE Trans. on computers* 21 (9).
- Martinez-Celorio, R. (2010). Young's modulus measurement of the radius bone using a shearing interferometer with carrier fringes. *Optics and Lasers in Engineering* , 48:727-731.
- Min SC, H. K. (2003). Finite element analysis of brain injury due to head impact. *International Journal of Modern Physics B*,17(8-9), pp 1355-1361.
- Mora-Novaro, O. A.-C. (2001). Historia de la Fisiología: Breve revisión con especial referencia a la circulación, respiración, sistema nervioso y glándulas endocrinas. Ed. Fundación Canaria Orotava.
- Mora-Novaro, O. A.-C. (2007). Historia de la Fisiología: Breve revisión con especial referencia a la circulación, respiración, sistema nervioso y glándulas endocrinas. Ed. *Fundación Canaria Orotava*, 60-69.
- Motherway, J. A. (2009). The mechanical properties of cranial bone: The effect of loading rate and cranial sampling position. *Journal of Biomechanics*, 42: 2129-2135 .
- Nahum, A. S. (1997). Intracranial pressure dynamics during head impact. *STAPP*, pp 339-366.

- Newman, J. A. (1998). *Kinematics of head injury - an overview, frontiers of head and neck trauma: Clinical and Biomechanical*. Ed. IOS Press Inc.m, pp 200-214. .
- Olszta, M. J. (2007). Bone structure and formation: A new perspective. *Materials Science and Engineering R*, 58:77–116 .
- RL, S. (1969). *Mechanical properties of the head*. Morgantown: W.Virginia University.
- Root. (2012). *ROOT*. Recuperado el Noviembre de 2012, de ROOT: <http://root.cern.ch/drupal/>
- ScaLAPACK. (2012). *ScaLAPACK*. Recuperado el Noviembre de 2012, de www.scaLAPACK.org
- Willinger. (1995). Head Bimechanics:From the finite element model to the physical model. *IRCOBI (International Research Council on the Biokinetics of Im-pacts)*, pp 245-59.
- Willinger, R. K. (1999). Three-dimensional human head finite element model validation against two experimental impacts. *Ann. Biomed. Eng* 27.
- Willinger, R. T. (1996). alidation study of a 3D finite element head model against experimentaldata. *SAE 962431*.
- Wriggers P., B. A. (1998). A parallel algebraic mutigrid solver for problems in solid mechanics discretized by finite elements. *Elsevier* 53(4), pp 1-9.
- Xu, S. y.-A. (2010). The evolution of the field of biomechanics through the lens of experimental mechanics. *Experimental Mechanics*, 50:667-682. .
- Yang, Q. (2006). Fracture length scales in human cortical bone: The necessity of nonlinear fracture models. *Biomaterials*, 27:2095–2113 .
- Zhang, L. H. (2001). *Recent advances in brain injury research: a new model and new experimental data*. Bioengineering Center, Wayne State University.
- Zhou C., K. T. (1995). A new model comparing impact responses of the homogeneous and inhomogeneous humanbrain . *SAE 952714*.